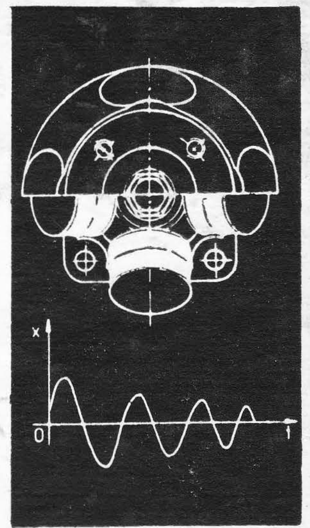
Polidor Bratu

Sisteme elastice de rezemare pentru maşini şi utilaje



Lucrarea cuprinde capitole în care sînt evidențiate cauzele generatoare de vibrații, precum și influența lor asupra nivelului de performanță la mașini și utilaje tehnologice.

De asemenea, se prezintă efectele vibrațiilor asupra omului și normele corespunzătoare de protecție.

Soluțiile tehnice, metodologiile de calcul și testare, precum și datele referitoare la executarea sistemelor elastice, sînt prezentate unitar, într-o formă accesibilă tuturor specialiștilor din exploatare, proiectare și cercetare, care își desfășoară activitatea în domeniul asimilării și modernizării mașinilor și utilajelor.

În lucrare se dau detalii și numeroase exemple numerice de aplicare, privind calculul, proiectarea și alcătuirea sistemelor antivibratile pe baza unor soluții constructive utilizate, atît în țară cît și pe plan mondial.

Ultimul capitol constituie o încercare de implementare a calculului de dinamica izolării antivibratile la unele mașini și utilaje cu structuri complexe. Se menționează că toate soluțiile cuprinse în acest capitol au fost realizate, testate și omologate,

Prin conținutul său original, forma de prezentare și volumul mare de date, lucrarea constituie un instrument de lucru necesar specialiștilor din execuție, proiectare, cercetare și învățămînt superior.

Deoarece lucrarea are un pronunțat caracter de combatere a poluării prin vibrații, aceasta conține capitole fundamentale necesare specialiștilor în ingineria ecologică.



Redactor : Ing. VICTORIA POPESCU

Tehnoredactor : MARIA TRĂSNEA
Coperta seriei : CONSTANTIN GULUȚĂ
Execuția desenelor : IONEL ȚĂRANU

Bun de tipar : 02.06.1990. C.Z. 621 : 534
Coli de tipar : 18.

ISBN 973-31-0234-2

I. P. „Oltenia" — Craiova
B-dul 1 Mai nr. 102
România



Prefață

Procesul de asimilare într-un ritm accelerat a mașinilor și utilajelor tehnologice, la un nivel de performanță ridicat, impune realizarea unor condiții speciale de funcționare în regim dinamic.

În timpul funcționării orice mașină sau componentă acționată devine sursă de vibrații capabilă să transmită (propage) vibrații în mediul înconjurător fie sub formă structurală (prin legături), fie sub formă radiantă.

Din punct de vedere al vibrațiilor transmise se impun măsuri tehnice de izolare antivibratilă pentru realizarea următoarelor deziderate fundamentale :

— încadrarea în valorile optime ale parametrilor ergonomici la postul de lucru al mecanicului operator ;

— menținerea parametrilor de siguranță în funcționare ai mașinii.

Din categoria mașinilor tehnologice se deosebesc două grupe și anume :

— mașini și utilaje staționare, care nu sînt dotate cu sistem autodeplasabil, fiind fixate de fundație sau construcție metalică ;

— mașini și utilaje mobile care pot fi autodeplasabile sau tractate.

După principiul de funcționare și modul de ralizare a tehnologiei de lucru, utilajele (staționare și mobile) se împart în două mari categorii :

— mașini și utilaje care nu utilizează vibrațiile în procesul de lucru ;

— mașini și utilaje cu acțiune vibrantă la care organul de lucru trebuie să realizeze nivelul de vibrații tehnologice. La această categorie de mașini se urmărește, concomitent, reducerea vibrațiilor transmise atît la componentele «vitale» cît și la partea de rezemare.

Efectele dăunătoare ale vibrațiilor transmise omului se datoresc depășirii nivelului limită atît sub aspectul duratei de expunere, cît și al valorilor vibrațiilor, ducînd la îmbolnăviri profesionale.

Din analiza datelor informaționale și faptice, atît la noi în țară cît și pe plan mondial, se apreciază că la mașini acțiunea vibrațiilor transmise componentelor sau fundației determină următoarele efecte cu implicații negative asupra proceselor tehnologice și anume :

— uzarea prematură a elementelor ce formează ajustaje cu joc ;

— generarea și propagarea procesului de fisurare la unele elemente din componența blocurilor funcționale ;

— reducerea preciziei de lucru sub valorile admise pentru mașini-unelte, aparate de măsură și control, sisteme optice, aparate medicale.

În cazul construcțiilor, acțiunea vibrațiilor transmise de la mașini prin sistemul de rezemare duce la următoarele efecte :

— fisurarea și degradarea la oboseală, a elementelor de rezistență ;

— dislocarea unor părți ale fundațiilor mașinilor ;

— tasarea inegală a fundațiilor cu implicații în diminuarea rezistenței.

Toate acestea duc la disconfort pentru om și, respectiv, la scăderea durabilității, cu frecvente scoateri din funcțiune ale mașinilor, necesitînd cheltuieli suplimentare de mentenanță, cu influențe nefavorabile asupra eficienței economice la beneficiar.

Concepția de izolare antivibratilă prezentată în lucrare, aplicată atît în țară cît și în străinătate, are menirea să contribuie la soluționarea multor probleme practice. Astfel, pentru calculul pulsațiilor proprii și modurilor proprii de vibrație se dau cîteva modele de calcul pentru mașinile staționare rezemate elastic, cît și pentru cele autopropulsate cu acțiune vibrantă.

Elementele antivibratile din cauciuc constituie baza alcătuirii sistemelor antivibratile care au fost analizate din punct de vedere constructiv și funcțional. De asemenea, au fost date caracteristici ale acestora de la unele firme recunoscute, din străinătate, cît și la cele fabricate la noi în țară.

În vederea aprecierii nivelului calitativ și de performanță pentru elemente și sisteme antivibratile, se prezintă unele metode specifice de încercare utilizate în mod curent.

Calculul de proiectare pornește de la determinarea parametrilor de izolare a vibrațiilor pentru modele elastice și viscoelastice capabile să reproducă cu un anumit grad de precizie multiplele cazuri întîlnite în practică. De asemenea, se prezintă calculul amănunțit și problemele specifice de proiectare pentru elementele antivibratile executate din cauciuc românesc de compoziție specială. În acest sens, se precizează că, pentru diversele soluții constructive, se dau exemple de calcul și proiectare.

Pentru o mai bună înțelegere a conceptului de izolare antivibratilă, precum și a modului de aplicare a calculului de proiectare, în ultimul capitol, se prezintă soluțiile tehnice de rezemare elastică și exemplele de calcul pentru cîteva tipuri de mașini după cum urmează : transportoare vibratoare elicoidale, ciururi vibratoare inerțiale, ciururi vibratoare cu funcționare în rezonanță, mașini vibratoare modelate ca sisteme cu două grade de libertate și compactoare vibratoare.

Se menționează faptul că soluțiile tehnice prezentate, conceptul de izolare antivibratilă, precum și aspectele metodologice de testare a elementelor și sistemelor antivibratile pe bază de cauciuc au fost aplicate în cadrul lucrărilor de inginerie tehnologică în fazele de asimilare ale unor mașini și utilaje care se află în producție. Toate aceste contribuții reprezintă rodul activității de cercetare și didactice în învățămîntul superior.

Prin conținutul său și forma de prezentare lucrarea este utilă unui cerc larg de specialiști din proiectare, cercetare, exploatare și învățămînt superior, inclusiv pentru specialiștii din domeniul ingineriei ecologice.

București, 20 mai 1990, Dr. ing. POLIDOR BRATU

Cuprinsul

1. Problematica izolării vibrațiilor

Problema fundamentală a izolării și amortizării vibrațiilor constă în realizarea unui ansamblu de măsuri tehnice, atît în etapa de proiectare, cît și în etapa de execuție, astfel încît regimul de vibrații transmis mecanicului operator și subansamblelor mașinii să fie sub limitele recomandate sau admisibile.

Măsurile tehnice impuse de izolare antivibratilă sînt justificate, avînd în vedere două aspecte fundamentale ce privesc relația om-mașină în timpul realizării procesului tehnologic și anume :

a) realizarea parametrilor optimi de ergonomie la postul de lucru al mecanicului operator. Pentru aceasta, se impune ca, pe lîngă alți factori, în mod deosebit, nivelul de vibrații transmise asupra organismului uman să fie cît mai redus, în scopul evitării îmbolnăvirii profesionale și pentru evitarea diminuării productivității muncii ;

b) realizarea parametrilor de siguranță în funcționare (fiabilitate, disponibilitate, mentenabilitate) ai mașinii. Acești parametri sînt influențați nefavorabil, în mod direct și de regimul de vibrații transmis părților componente ale mașinii, care contribuie la accelerarea uzurii, fisurării și ruperii unor repere din alcătuirea blocurilor funcționale. Consecința imediată o constituie stagnarea în funcționare a mașinii, scoaterea din fluxul tehnologic și executarea lucrărilor de reparații cu cheltuieli costisitoare.

În categoria mașinilor și utilajelor industriale se deosebesc, după modul de lucru, două grupe și anume :

— mașini și utilaje staționare care nu sînt dotate cu sistem de autodeplasare, fiind fixate de fundație sau de construcția metalică ;

— mașini și utilaje mobile care pot fi autodeplasabile (cu motor propriu) sau tractate.

După principiul de funcționare și modul de realizare a tehnologiei de lucru, utilajele (staționare și mobile) se împart în două mari categorii :

— mașini și utilaje care nu utilizează vibrațiile în procesul de lucru ;

— mașini și utilaje cu acțiune vibrantă la care organul de lucru trebuie să realizeze regimul de vibrații necesar executării procesului tehnologic.

1.1. Influența caracteristicilor tehnice ale utilajelor asupra parametrilor de izolare antivibratilă

Atît pentru utilajele care lucrează staționar cum sînt mese vibrante, ciururi vibrante, alimentatoare vibrante ș.a., cît și pentru utilajele mobile care lucrează prin deplasare sau la punct fix ca : tractoare, locomotive, va-

goane, automobile, excavatoare, încărcătoare, autogredere, compactoare, vibratoare, vibroînfigătoare etc., elementele care determină parametrii de izolare sînt :

— configurația și mărimea elementelor masice care participă la mișcarea vibratorie ;

— structura și natura sistemelor elastice care au rol fie de susținere a utilajului, fie de legătură și susținere a diverselor părți componente ;

— numărul elementelor masice cu legături elastice ;

— gama turațiilor de lucru, capabile să producă perturbarea sistemului.

Parametrii și condițiile de exploatare impun adoptarea anumitor criterii constructive și funcționale, așa încît să fie asigurate, încă din faza de proiectare, parametrii optimi de fiabilitate, mentenabilitate, ergonomie și design. De asemenea, se urmărește mărirea vitezelor de lucru și realizarea unor repere mai suple care să necesite un consum minim de metal ce limitează, în mod evident, posibilitatea modificării elementelor masice din structura mașinii. De aceea, pentru o proiectare rațională ținînd seama de vibrații, se recurge la optimizarea parametrilor de izolare prin modificarea, în mod corespunzător, a sistemelor elastice, părți componente ale utilajelor.

Ca elemente elastice care intră în alcătuirea sistemelor de izolare se utilizează arcurile metalice și, cel mai frecvent, elementele din cauciuc care oferă și o bună amortizare necesară, mai ales, pentru regimul de trecere prin rezonanță. Astfel, datorită caracteristicilor lor elastice și de amortizare, elementele antivibratile din cauciuc se întîlnesc în componența tuturor categoriilor de utilaje. De asemenea, sînt utilizate și elementele elastice pneumatice, în special la mijloacele de transport auto, feroviar și naval, în scopul realizării unor frecvențe proprii foarte joase de ordinul (1...5) Hz.

Sistemele antivibratile pe bază de arcuri metalice sînt capabile să realizeze suspensii vibroizolante cu frecvențe proprii joase de ordinul (6...10) Hz. Acestea sînt alcătuite din arcuri de oțel de formă elicoidală, lamelară, inelară, disc și bară de torsiune. Dezavantajul folosirii acestor sisteme constă în faptul că, datorită deplasărilor mari la trecerea repetată prin rezonanță, durabilitatea este scăzută. Aceasta duce la întreruperi funcționale frecvente pentru schimbarea arcurilor.

Elementele antivibratile din cauciuc, care intră în componența sistemului de izolare și amortizare a vibrațiilor, au un rol funcțional hotărîtor pentru mașinile și utilajele din ambele grupe. Astfel, datorită proprietăților elastice, caracterizate de coeficientul de rigiditate echivalent al sistemului, elementele de cauciuc determină regimul funcțional (la utilajele cu acțiune vibrantă) și regimul antivibratil la părțile componente ce trebuie protejate contra vibrațiilor, în condițiile date ale configurației geometrice și masice. În acest caz, dacă elementele antivibratile nu sînt amplasate rațional în structura mașinii și nu sînt suficient cunoscute, proprietățile fizico-mecanice reale ale acestora, atunci pot apare situații care să conducă la o funcționare anormală în regim de vibrații și la defectarea în timp scurt a elementelor mașinii.

În cazul în care funcționarea mașinii are loc pentru un regim determinat, ce satisface condițiile impuse perametrilor funcționali, tehnologici, de fiabilitate și ergonomie, prin îndepărtarea rezonanței, atunci elementele elastice îndeplinesc rolul de izolatoare antivibratile, avînd la bază proprietatea de elasticitate a materialului din care sînt confecționate. De asemenea, proprietatea materialului din arc de a absorbi o parte din energia mecanică face ca amplitudinea vibrațiilor să fie diminuată, mai ales la trecerea prin rezonanță, caz în care elementele antivibratile joacă rolul de amortizare,

avînd la bază proprietatea de disipare a energiei. Materialul cu cele mai bune proprietăți de disipare a energiei este cauciucul antivibratil.

Dată fiind necesitatea utilizării cauciucului la construcția elementelor antivibratile s-au efectuat cercetări speciale, atît în cadrul INCERC București, cît și în cadrul institutului de specialitate pentru tehnologii de cauciuc și mase plastice ICPCMP București. Avînd în vedere realizările la nivel mondial, precum și rezultatele bune obținute cu cauciucul românesc, de concepție proprie, în lucrare vor fi prezentate elementele definitorii pentru alegerea cauciucului, proiectarea și testarea elementelor antivibratile. Se subliniază că o parte din elementele antivibratile utilizate la unele utilaje industriale sînt omologate și se află în fabricație. Concepția și tehnologia de realizare a elementelor antivibratile din cauciuc permit reproducerea condițiilor de elaborare a șarjelor de cauciuc în așa fel încît caracteristicile fizico-mecanice să nu difere de la o șarjă la alta și să nu depășească abateri mai mari de $\pm 10\%$.

1.2. Aspecte privind modelarea dinamică

Conceptul de model se referă la un anumit mod de reprezentare a fenomenului cercetat pe baza unui sistem unitar de principii obiective, astfel încît să poată fi reproduse cu fidelitate principalele aspecte fizice ale realității.

Pentru mașinile și utilajele care utilizează vibrațiile în procesul tehnologic, studiul dinamic trebuie să sintetizeze două aspecte contradictorii, ce urmează a fi rezolvate simultan, adică optimizarea parametrilor funcționali pentru vibrațiile utile și diminuarea efectelor nedorite ale vibrațiilor care se transmit omului și componentelor mașinii. În acest scop, este necesar să se cunoască și chiar să se previzioneze modul în care modificările constructive (elemente inerțiale, elastice, amortizoare), precum și variația parametrilor forței perturbatoare (moment static, pulsație) sensibilizează comportarea sistemului în regim dinamic de funcționare. Pentru aceasta, trebuie individualizat sistemul mecanic prin modelare fizică și matematică.

Modelarea fizică este etapa de cercetare în care se stabilește „modelul fizic“, a cărui comportare să poată aproxima cu fidelitate comportarea sistemului real. Acest model reproduce proprietățile esențiale ale sistemului real fiind mai simplu și accesibil analizei. Pe această bază, elementele reale componente ale unei mașini, care determină structura acesteia, pot fi asimilate fie sub forma unor corpuri solide rigide (bare, plăci masive), fie sub forma unor corpuri solide deformabile (elemente elastice, elastic-disipative).

Modelarea interacțiunii corpurilor ca părți componente în conlucrare directă ale aceleiași mașini, deci stabilirea existenței fizice a acțiunii reciproce a acestora, are la bază cauza variației parametrilor de mișcare, căreia i s-a atribuit, în mod generic, denumirea de forță. Forța, ca exprimare abstractă, reprezintă măsura transmiterii mișcării și a fost modelată cu ajutorul vectorilor. Așadar, acțiunea reciprocă a două corpuri solide poate fi schematizată prin forțe concentrate și cupluri concentrate.

Pentru mașini și utilaje se folosesc modele cu parametri concentrați, compuse din elemente masice (caracterizate prin masă și moment de inerție masic), elemente elastice și elemente disipatoare de energie. Aproximațiile care se introduc în formularea modelelor fizice privind comportarea dinamică a sistemului mecanic, se referă la neglijarea efectelor secundare, neglijarea unor interacțiuni cu mediul ambiant, neglijarea variației în timp a unor

parametri, simetrizarea structurii modelului real masic și elastic, liniarizarea relațiilor cauză-efect între variabilele fizice.

Modelarea matematică constă în elaborarea tuturor elementelor de calcul prin care se descriu fenomenele caracteristice modelului fizic, cu ajutorul ecuațiilor diferențiale de mișcare și găsirea soluțiilor.

Pentru aceasta, trecerea de la modelul fizic la modelul matematic se realizează în următoarele etape succesive :

a) alegerea sistemului de referință și a variabilelor (coordonatelor) care definesc starea sistemului mecanic la un moment dat ;

b) stabilirea ecuațiilor de mișcare pentru întregul sistem sau pentru fiecare parte a sistemului ;

c) stabilirea legilor fizice caracteristice prin scrierea relațiilor dintre elementele componente specifice sistemului ;

d) rezolvarea ecuațiilor de mișcare și exprimarea principalilor parametri ai vibrațiilor funcție de variabila independentă, de regulă, pulsația forței perturbatoare și în funcție de alți parametri, cum ar fi coeficienții de rigiditate ai elementelor elastice, raportul maselor, raportul rigidităților etc.

Verificarea conformității modelului fizic, din punct de vedere dinamic, cu cel real se realizează prin compararea rezultatelor teoretice calculate cu cele obținute experimental.

În toate cazurile este necesar să se dispună de toate datele privind influența modificărilor structurale asupra comportării dinamice a sistemelor mecanice sub acțiunea diverselor tipuri de perturbații. În acest sens, la proiectare se pot dezvolta metode și modele de studiu pentru fiecare tip de mașină cu acțiune vibrantă, care să conducă la previzionarea răspunsului dinamic al sistemului real, iar la experimentare să se determine atît datele de intrare cît și parametrii răspunsului. Aceste aspecte teoretice și experimentale, trebuie să conducă la decizii optime, în vederea modificării parametrilor sistemului mecanic pentru obținerea parametrilor dinamici la nivelul de performanță impus.

În prezenta lucrare, se pune accent pe determinarea parametrilor dinamici prin modelarea fizică și matematică, funcție de parametrii ce pot fi determinați pe cale experimentală. De asemenea, se prezintă și unele metode matematice adoptate de autor, care permit automatizarea calculului parametrilor vibrațiilor.

1.2.1. **Elemente masice.** În timpul funcționării mașinii în regim de vibrații, toate subansamblele se află în mișcare vibratorie și, de aceea, influența elementelor masice (inerțiale) este deosebit de importantă, atît asupra parametrilor vibrațiilor de lucru, cît și asupra gradului de vibroizolare.

Funcție de structura geometrică și masică a subsansamblului și ținînd seama de tipul mișcărilor posibile, se realizează modelul simplificat sub formă de bară, placă sau corp, caracterizat din punct de vedere inerțial prin masă și moment de inerție (masic) ce pot fi determinate experimental. Din punct de vedere constructiv, părțile componente ale utilajului, deci ale modelului real, sînt concepute la proiectare cu rigiditate mare, pentru a nu permite vibrația proprie de tip bară sau membrană. Așadar, se poate considera că sistemul mecanic poate fi înlocuit printr-un model fizic alcătuit din totalitatea corpurilor solide rigide cu mișcări independente. Pentru evaluarea centrului de greutate, a masei și a momentelor de inerție masice principale, au fost utilizate metode experimentale uzuale prezentate în lucrările [52, 92].

1.2.2. **Elemente elastice antivibratile.** În domeniul izolării antivibratile la mașini și utilaje, în principal, se folosesc elemente elastice din oțel și cauciuc.

Elementele elastice metalice sub formă de arcuri elicoidale sau lamelare, utilizate mai frecvent, sînt modelate, în mod preponderent, ca elemente liniare caracterizate prin coeficientul de rigiditate constant. Disiparea energiei la aceste elemente este foarte mică, ceea ce face ca, la trecerea prin rezonanță a sistemului, deplasarea să atingă valori mari.

Elementele din cauciuc sînt, fie sub formă cilindrică sau prismatică solicitate la compresiune și forfecare, fie sub formă inelară solicitate radial și axial.

Funcție de configurația geometrică, rețeta cauciucului și mărimea solicitării, elementele antivibratile din cauciuc pot fi reprezentate într-o gamă variată de modele reologice. Astfel, au fost concepute mai multe modele reologice pentru elementele din cauciuc, reținînd atenția următoarele : modelul elastic Hooke, modelul vîscoelastic Kelvin-Voigt, modelul vîscoelastic Maxwell, modelul Zener și modelul vîscoelastic ereditar Volterra-Boltzmann.

Experiența acumulată în acest domeniu, avînd la bază cercetări pe modele reale, a permis ca, pentru anumite rețete de cauciuc și pentru o anumită istorie a solicitărilor termomecanice, să se utilizeze elemente antivibratile ce pot fi reprezentate prin modelul reologic Kelvin-Voigt [7, 11, 12, 29]. Experimentările efectuate de INCERC au evidențiat comportarea liniară, elastică și vîscoasă pentru patru rețete de cauciuc în domeniul de deformații specifice de 10—15%.

1.2.3. **Factori perturbatori.** Natura perturbațiilor în structura mașinilor este legată de principiul de funcționare a mașinii, specificul procesului tehnologic sau de prezența inexactităților de execuție, defectelor sau uzurii pronunțate. Avînd în vedere că în alcătuirea mașinilor intră subansamble și repere caracterizate prin mișcare de translație și rotație, rezultă că forțele sau cuplurile perturbatoare pot fi armonice sau poliarmonice. Forțele perturbatoare armonice sînt specifice mașinilor și utilajelor al căror principiu de funționare necesită prezența vibrațiilor în procesul de lucru, cum ar fi : ciururi vibratoare, alimentatoare vibrante, compactoare vibratoare, vibroînfigătoare de tuburi sau palplanșe, grătare de alimentare, vibroprese. De asemenea, forțe perturbatoare armonice generează și mașinile care au în componență piese în mișcare de rotație executate cu o anumită excentricitate față de axa de rotație. În această categorie intră și mașinile care, prin uzură pronunțată, capătă excentricitate notabilă a pieselor în mișcare de rotație. O altă categorie de mașini sînt acelea în care factorii perturbatori (forțe și cupluri) pot fi reprezentate prin funcții poliarmonice, de exemplu : motoarele termice policilindrice, compresoarele de gaz și aer, grupurile de pompare cu sistem bielă-manivelă.

Așadar, modelarea factorilor perturbatori se poate realiza fie printr-o funcție armonică, fie printr-o funcție poliarmonică la care se rețin numai componentele semnificative, corespunzătoare armonicelor superioare în raport cu armonica fundamentală.

1.3. Tehnica izolării antivibratile

În cele ce urmează se vor expune principiul izolării vibrațiilor și domeniul aplicațiilor inginerești al acestei tehnici.

1.3.1. **Principiul izolării antivibratile.** În linii generale, soluțiile de izolare antivibratilă se rezumă la două căi de aplicare și anume :

— izolarea activă, care are rolul de a reduce transmiterea vibrațiilor de la sursă la suportul mașinii (fig. 1.1, *a*) ;

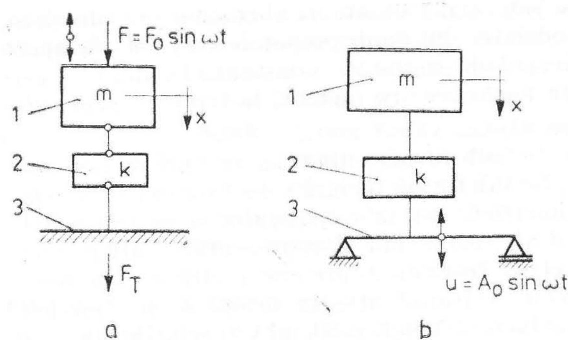


Fig. 1.1. Schema de principiu a unui sistem de izolare antivibratilă:
a — izolare activă; *b* — izolare pasivă; *1* — mașina; *2* — grupul elementelor elastice; *3* — suportul mașinii.

— izolarea pasivă, care are menirea de a reduce amplitudinea perturbației transmise de mediul înconjurător (suport, structură de rezemare) unei mașini de precizie sau aparat de măsură (fig. 1.1, *b*).

Pentru a realiza o izolare activă eficientă, este necesar a se acționa asupra mărimilor m — masa sistemului și k — rigiditatea echivalentă a grupului elastic, astfel încît să se evite funcționarea în rezonanță, iar transmisibilitatea să fie subunitară, adică $T = F_T/F_0 < 1$. În acest caz, în figura 1.2 se ilustrează influența modificării celor doi parametri k și m asupra amplitudinii, atunci cînd pulsația forței perturbatoare este considerată un parametru dat și de valoare constantă. Astfel, se remarcă faptul că pentru a realiza o amplitudine mică și un coeficient de transmisibilitate $T < 1$, este necesar ca raportul $\omega/p > 2$, unde $p = \sqrt{k/m}$. Aceasta înseamnă că sistemul antivibratil trebuie să fie realizat astfel încît să asigure funcționarea în regim de postrezonanță, deci pulsație proprie joasă, adică grupul elastic trebuie să fie moale.

Dacă se mărește rigiditatea k, teoretic la infinit, cînd masa m este menținută la o valoare constantă, atunci se ajunge practic la o legătură rigidă între mașină și suport. Acest fapt este însoțit de o scădere importantă a amplitudinii sistemului (fig. 1.2, *a*). Soluția se practică foarte rar și numai în cazul în care mașina ce vibrează are masă mică iar suportul are masă foarte mare.

Dacă se mărește masa m, pentru o anumită rigiditate, se realizează efectul de izolare, ca și în cazul precedent, așa cum rezultă din figura 1.2, *b*.

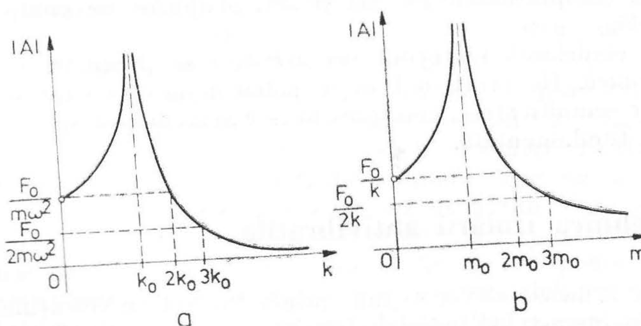


Fig. 1.2. Curba de variație a amplitudinii de răspuns la o excitație armonică:
a — variază coeficientul de rigiditate echivalent k cînd masa sistemului este constantă; *b* — variază masa sistemului m cînd rigiditatea se menține constantă.

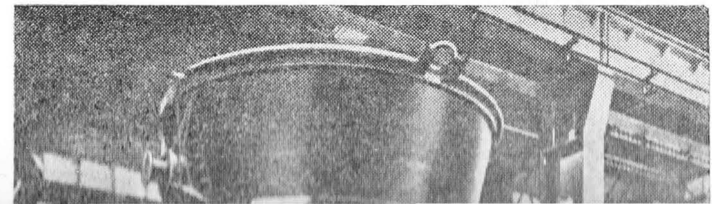
Izolarea pasivă, practicată mai frecvent la aparate de măsură și panouri electronice, este cu atît mai eficientă, cu cît coeficientul de transmisibilitate $T = A/A_0$ este mult subunitar, unde A este amplitudinea de răspuns, iar A_0 amplitudinea mișcării perturbatoare. Aceasta impune ca raportul $\omega/p > 2$.

1.3.2. **Domeniul de aplicare a izolării antivibratile.** Izolarea activă a vibrațiilor aplicată în cele mai diverse domenii folosește cu precădere elemente elastice din cauciuc. Astfel, în figura 1.3, se remarcă montajul în poziția staționară de lucru a unui grup electrogen de 122 kVA rezemat pe opt elemente din cauciuc tip Cushyfoot. De asemenea, în figura 1.4 se prezintă prinderea tabloului de comandă cu patru elemente din cauciuc pe un grup electrogen tip SCANPRO, acesta fiind, la rîndul său, așezat pe opt elemente din cauciuc tip Metacone-Metalastik.

În figura 1.5 se prezintă prinderea elastică, cu patru elemente de cauciuc, de suport a unui ventilator pentru condiționarea aerului tip ANDREWS-WEATHERFOIL LTD. Cele patru elemente sînt solicitate, în principal, la forfecare.

Grupul electrogen mobil de 460 kW (Mirrlees Blackstone E58) cu motor Diesel (fig. 1.6) este rezemat elastic pe opt suporturi din cauciuc tip Cushy-mount reglabile pe înălțime.

Rezemarea pe elemente „sandwich" din cauciuc a unei celule de oțelărie este ilustrată în figura 1.7.



Pentru a atenua transmiterea vibrațiilor, atît la funcționare în regim, cît și la trecerea prin rezonanță, ciurul vibrator, din figura 1.8, al firmei PARKER, este rezemat pe elemente „sandwich" circulare din cauciuc.

În domeniul mașinilor cu acțiune vibrantă, autopropulsate, elementele de cauciuc sînt folosite, atît pentru a realiza o izolare activă la postul de comandă al mecanicului operator, cît și pentru a asigura deplasarea acestora. Astfel, în figura 1.9, este prezentat un rulou compactor vibrator al firmei DYNAPAC dotat cu elemente izolatoare din cauciuc (fig. 1.9).

Mijloacele de transport de tipul basculantelor cu punți oscilante folosesc elemente de izolare a șocurilor și vibrațiilor într-o soluție combinată de arcuri metalice cu cele de cauciuc (fig. 1.10).



Izolarea cabinelor contra vibrațiilor transmise prin șasiu de motor se realizează prin elemente de cauciuc atît la tractoarele agricole, cît și la utilajele autopropulsate de construcții (fig. 1.11).

În figura 1.12 se prezintă o moară „FALCON" de 180 kW, pentru cereale și nutreț, rezemată elastic pe elemente de cauciuc.

Motorul SULZER de 1 400 kW, tip 8 ASL 25/30 cu generator și echipament auxiliar, este montat pe șase suporturi elastice din cauciuc tip Cushymont (fig. 1.13).

În figurile 1.14 și 1.15 se prezintă utilizarea elementelor din cauciuc la un mic grup electrogen și, respectiv, la un dozator vibrant pentru laborator.



2. Principalele cauze ale generării vibrațiilor

În funcție de destinație, mașinile și utilajele sînt concepute și realizate pentru executarea ciclului de lucru fie în poziție fixă (staționar), chiar și la cele autopropulsate, fie prin deplasare. În acest sens, se amintește că unele mașini care se autodeplasează execută ciclul de lucru la punct fix, de cele mai multe ori în situația „calat", cum ar fi : excavatoarele cu o cupă, macaralele pe pneuri, vibroînfigătoarele, grupurile generatoare de curent, iar altele execută ciclul de lucru prin deplasare ca : tractoarele, mașinile agricole, încărcătoarele, buldozerele, autogrederele, autoscreperele, compactoarele vibratoare, plăcile vibratoare, mijloacele de transport tehnologic etc.

O parte din tehnologiile specifice diferitelor ramuri ale economiei naționale (minerit, construcții, metalurgie, construcții de mașini) necesită organe de lucru cu acțiune vibrantă, în vederea executării unor lucrări de calitate sau a scurtării duratei de execuție.

Principiul de funcționare al unor utilaje a impus utilizarea vibrațiilor în scopul reducerii consumului energetic. Astfel, au fost utilizate vibrațiile pentru acționarea organelor de lucru la excavatoare, scarificatoare, buldozere și autoscrepere. De asemenea, la instalațiile de sortare cu ciururi vibrante și la alimentatoarele vibrante se utilizează vibrațiile în procesul tehnologic de preparare a substanțelor minerale utile.

După modul de utilizare a vibrațiilor, mașinile și utilajele se împart în două mari categorii :

a) mașini și utilaje care nu utilizează vibrațiile în procesul tehnologic la executarea ciclului de lucru ;

b) mașini și utilaje la care vibrațiile constituie factorul determinant pentru realizarea procesului tehnologic.

Caracteristic pentru majoritatea mașinilor și utilajelor este faptul că sînt acționate cu motoare termice sau electrice și sisteme hidrostatice. În sistemul de transmitere a energiei de la sursa primară (motorul termic sau electric) și pînă la elementul de execuție (cupă, sită, lamă, roată, greifer, rulou compactor etc.) se află blocuri funcționale caracteristice transmiterii fluxului energetic (pompe hidraulice, distribuitoare, telecomenzi, supape, motoare hidraulice, roți dințate, transmisie prin curele etc.).

Pentru prima categorie de utilaje, la care nu se utilizează vibrațiile în procesul tehnologic, apar perturbații în structura mașinii produse de :

— grupul motor-pompă ;

— variația forțelor de rezistență care apar la organul de lucru (lamă, cupă, dinte, roată, sită) ;

— neregularitățile drumului pe care se deplasează utilajul (tractor, remorcă, combină, autobasculantă, locomotivă, încărcător, buldozer, autogreder, autoscreper etc.) ;

— organele de lucru acționate cu ajutorul unor vibroexcitatoare ;
— inexactități în execuția tehnologică a elementelor în mișcare de rotație (abateri de la coaxialitate, centricitate) ;
— mișcarea de stik-slip a unor elemente în translație.

La a doua categorie de utilaje la care vibrațiile sînt prezente în procesul tehnologic, perturbațiile sînt produse de vibroexcitatoare special concepute, astfel încît să satisfacă cerinței parametrilor tehnologici.

Pentru ambele tipuri de mașini și utilaje, se pune problema reducerii nivelului de vibrații atît pentru om în scopul asigurării parametrilor de confort, cît și pentru mașină în scopul limitării vibrațiilor transmise de la elementele perturbatoare în vederea asigurării unei fiabilități corespunzătoare în exploatare.

2.1. Perturbare provocată de unele părți componente ale mașinilor

2.1.1. **Motoare cu mecanism bielă-manivelă.** Perturbațiile generate de motorul termic de acționare se datoresc caracterului periodic al variației forței produse de presiunea gazelor și al forțelor de inerție ale elementelor mobile ale mecanismului.

Pentru motoarele cu ardere internă sînt caracteristice forțele de excitație care vor fi determinate și care se iau în calculul dinamic al utilajelor.

Funcțiile de excitație au mărimi care sînt multipli ai armonicelor forțelor și cuplurilor neechilibrate ale unui singur cilindru. Frecvențele lor sînt modificante prin anularea unei armonici care se poate obține prin aranjarea ordinii de aprindere a cilindrilor, alegerea unor unghiuri corespunzătoare între manivelele arborelui cotit etc. Dintre funcțiile de excitație produse într-un motor pentru izolarea vibrațiilor prezintă importanță armonicele neechilibrate ale forțelor și cuplurilor rezultate care acționează asupra carcasei motorului.

a. **Funcțiile de excitație pentru un motor cu un singur cilindru.** Asupra carcasei unui motor monocilindric acționează următoarele forțe și cupluri :

1. Forța de inerție ce ia naștere în piesele cu mișcare alternativă (pe direcția axei cilindrului).

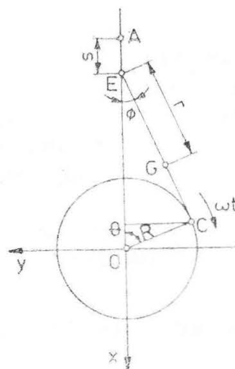


Fig. 2.1. Schema sistemului bielă-manivelă.

2. Forța de inerție a arborelui și a elementelor ce se rotesc odată cu acesta.

3. Cuplul de inerție datorit accelerației unghiulare ce ia naștere prin mișcarea bielei în jurul bolțului pistonului.

4. Reacțiunile față de cuplurile ce acționează asupra arborelui :

a) cuplul datorat presiunii gazelor ;

b) cuplul datorat inerției pieselor cu mișcare alternativă ;

c) cuplul aplicat asupra arborelui datorat inerției la rotație a bielei.

Forța de inerție datorită mișcării alternative acționează pe direcția axei cilindrului și pentru motoarele cu cilindrii în linie este o forță orientată vertical.

Forța de inerție a elementelor în mișcare de rotație poate fi redusă la zero prin echilibrarea arborelui cotit. Aceasta elimină orice excitație pe direcție orizontală la motoarele cu cilindrii în linie [45].

Cuplul de inerție datorat bielei este numit cuplu rezidual. La motoarele cu cilindrii în linie, cuplul rezidual este de obicei neglijabil. Acțiunea cuplului rezidual asupra arborelui se manifestă sub forma unui cuplu motor fiind numit din această cauză cuplu de corecție.

Forța de inerție datorată mișcării alternative, cuplul rezidual, cuplul rezistent, cuplul de inerție și cuplul de corecție sînt funcții periodice care depind de poziția manivelei.

Ciclul complet al unui motor în patru timpi este o funcție periodică ce se repetă numai după două rotiri complete ale arborelui cotit. Se obișnuiește a se lua o singură rotație a arborelui ca perioadă fundamentală și a se exprima termenii dezvoltării în serie Fourier ai tuturor forțelor și cuplurilor ca funcții periodice, depinzînd de unghiul de rotire a arborelui. Deoarece perioada ciclului de lucru al gazelor din fiecare cilindru se desfășoară în timpul a două rotații ale arborelui cotit, rezultă că, în timpul unei rotații, are loc numai o jumătate de ciclu.

Funcțiile forțelor de inerție exprimate în raport cu θ sub forma unor serii sînt :

$$F = -m_p R\omega^2 \sum A_n \cos n\,\theta\,; \tag{2.1}$$

$$M_R = -m_b R\omega^2(r - i^2/l) \sum_{n=1,3} E_n \sin n\,\theta\,; \tag{2.2}$$

$$M_I = m_p R^2\omega^2 \sum B_n \sin n\theta\,; \tag{2.3}$$

$$M_C = m_b R\omega^2(r - i^2/l) \sum_{n=2,4} E_n \sin n\,\theta. \tag{2.4}$$

Astfel, un motor termic care funcționează în regim stabilizat este echilibrat din punct de vedere dinamic dacă reacțiunile în reazemele sale sînt constante în direcție, mărime și sens. Un asemenea deziderat nu este îndeplinit deoarece, atît forțele produse de presiunea gazului, cît și forțele de inerție de rotație și translație sînt variabile (direcție, sens, mărime). Pentru detalii se recomandă lucrările [26, 45].

Principial, se poate arăta că, pentru motoarele monocilindrice, presiunea gazului aplică pistonului și chiulasei două forțe F_g egale și de sens contrar. Forța F_g aplicată pistonului se înlocuiește cu componentele N_g și S_g dirijate, respectiv după normala la axa cilindrului și după axa bielei.

În punctul O se introduc două forțe F'_g și F''_g egale cu F_g, dirijate după axa cilindrului și de sensuri opuse (fig. 2.2).

Forța F'_g este înlocuită prin componentele sale N'_g după normala la axa cilindrului și S'_g după paralela la axa cilindrului. Funcția F''_g echilibrează forța F_g (forțe egale de sens contrar preluate din chiulasă ca element comun al punctelor de aplicație).

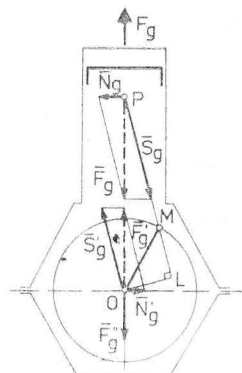


Fig. 2.2. Schema sistemului de forțe generate de presiunea gazului din cilindru.

Componentele N_g și N'_g formează un cuplu de forțe cu momentul periodic variabil $M_{Ng} = N_g\,OP$ care este aplicat părții fixe. Acest moment basculează motorul

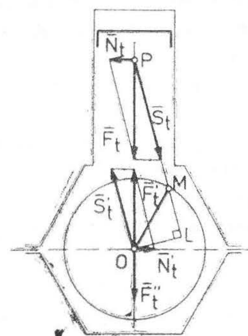


Fig. 2.3. Schema sistemului de forțe generate de mișcarea de translație neuniformă a pistonului.

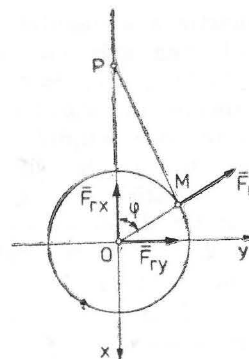


Fig. 2.4. Schema sistemului de forțe ce acționează în lagărele arborelui cotit și, respectiv, în cupla cinematică de legătură bielă-manivelă.

în jurul axei de rotație a arborelui cotit, producînd reacțiuni variabile în reazeme. Al doilea cuplu generat de componentele S_g și S_g' de moment $M_{sg} = S_g OL$ este aplicat arborelui cotit și reprezintă o parte din momentul motor datorată presiunii gazelor.

Forța de inerție a maselor cu mișcare de rotație F_r se transmite părților fixe ale motorului prin intermediul legăturilor arborelui cotit (fig. 2.4). Dacă se înlocuiește forța F_r prin două componente, se evidențiază următoarele dezechilibre (perturbări legate de variația în timp) : perturbarea motorului după axa cilindrului produsă de componenta $F_{rx} = -F_r \cos \varphi$ și perturbarea motorului după normala la axa cilindrului produsă de componenta $F_{ry} = F_r \sin \varphi$.

Influența forței de inerție a maselor cu mișcare de translație F_t (fig. 2.3) se studiază după procedeul aplicat în cazul forțelor produse de gaze. Apar astfel perturbații după cum urmează :

— pe direcția axei cilindrului datorită forței $F_t'' = F_t$ ce se transmite reazemelor prin lagărele arborelui cotit ;

— bascularea motorului de către momentul $M_{Nt} = N_t OP$. Momentul $M_{st} = S_t OL$ aplicat arborelui cotit constituie partea din momentul motor datorită forței de inerție a maselor în mișcare de translație.

Se poate arăta că momentul total de basculare M_N este egal cu momentul motor M adică $M_N = M$, $M_N = M_{Ng} + M_{Nt}$ și $M = M_{sg} + M_{st}$.

Deși cele două momente sînt egale și de sensuri contrare, ele nu se echilibrează deoarece sînt aplicate unor organe diferite ale motorului.

La motoarele policilindrice apar perturbații suplimentare, deoarece forțele de inerție aferente mecanismelor motoare ale cilindrilor acționează în plane diferite, contribuind la modificarea în timp a reacțiunilor pe reazeme [45].

Prin metodele de echilibrare s-a reușit ca numai o parte din parturbații să fie eliminate, o altă parte rămînînd ca factori excitatori.

Momentul de basculare nu poate fi echilibrat, însă efectul său poate fi diminuat uneori prin reglarea uniformă a aprinderii care conduce la diminuarea momentului motor rezultant.

Armonicele neechilibrate reprezintă n forțe paralele (egale cu numărul de cilindri), a căror fază se modifică (variază) și care acționează în lungul axei cilindrilor. Armonicele momentului forței rezultante în raport cu o linie de referință se numesc „momente de balansare", deoarece forța rezultantă poate produce oscilații de tangaj (galopare) ale motorului față de suporții pe care este montat. Cuplurile care acționează asupra carcasei motorului în planuri verticale perpendiculare pe axa arborelui cotit produc vibrația de ruliu (legănare) a motorului.

Pentru detalii asupra forțelor și cuplurilor perturbatoare neechilibrate care apar la motoarele policilindrice în linie și în V, se recomandă lucrările [26, 45].

În tabelul 2.1 se dau coeficienții armonici ai cuplului de reacțiune față de cel dat de presiunea gazelor, ce ia naștere în carcasa motorului și care este produs de către un cilindru al unui motor termic. Armonicele din tabel sînt date ca procente din valoarea medie a cuplului datorat presiunii gazelor dintr-un cilindru (motor în patru timpi).

2.1.2. **Surse de dezechilibrare la alte subansamble de mașini.** La subansamblele cu organe în mișcare de rotație, sursele de dezechilibrare se pot datora următoarelor cauze :

a) asimetria produsă de deplasarea miezului în piesele turnate, prezența suprafețelor brute la piesele forjate, configurația nesimetrică ;

b) neomogenitatea materialului (sufluri sau incluziuni în barele rotoarelor motoarelor electrice, incluziuni de zgură sau variații în structura cristalină produse de variații ale densității materialului în piese laminate sau forjate), cu implicații semnificative la turații ridicate de peste 10 000 rot/min ;

c) deformațiile nesimetrice la turația de funcționare (suflante cu palete demontabile, rotoare de ventilatoare) ;

d) excentricitatea (piese neconcentrice sau necirculare, găuri de centrare necirculare ale pieselor ce compun rotorul);

e) alinierea cu abateri mari a lagărelor ;

f) deplasările dintre diferite părți ale rotorului datorită deformațiilor plastice ;

g) dezechilibrul produs de fenomene hidraulice (cavitație, turbulență excesivă);

h) gradienții de temperatură (pentru cazul funcționării la temperaturi mari neprevăzute sau nerespectarea condițiilor de tropicalizare).

Problemele de echilibrare pot fi rezolvate într-o măsură importantă chiar în etapa de proiectare, prin adoptarea unor soluții tehnice judicioase din punct de vedere tehnico-economic. Dacă un element trebuie echilibrat, atunci se va proceda prin două căi, astfel :

Tabelul 2.1

Coeficienții armonici ai cuplului de reacțiune față de cel dat de presiunea gazelor

Ordinul armonicii	Amplitudinea armonicii în procente față de cuplul mediu	Unghiul de fază
1/2	216	231
1	235	199
1 1/2	200	179
2	148	165
2 1/2	108	157
3	85	149
3 1/2	67	135
4	51	122
4 1/2	39	108
5	30	96
5 1/2	23	86
6	19	77
6 1/2	16	66
7	13	59

— dacă corecția se efectuează printr-o îndepărtare de material, atunci va crește costul, uneori cu implicații nefavorabile asupra rezistenței elementului;

— corecția se realizează prin adăugare de material, iar costul revine ca factor important la care se adaugă și problema spațiului în care pot fi plasate masele suplimentare.

Procesul de fabricație constituie una din sursele importante ale dezechilibrării (de ordin tehnologic). Astfel se menționează că:

— porțiunile neprelucrate ale pieselor turnate sau forjate, care nu pot fi executate concentric și simetric în raport cu axa de rotație constituie principalele surse de dezechilibrare;

— toleranțele de fabricație și procesele tehnologice care permit orice excentricitate sau lipsă de perpendicularitate în raport cu axa de rotație constituie surse de dezechilibrare;

— toleranțele necesare pentru asamblarea economică a diferitelor elemente ce compun subansamblele în mișcare de rotație și care permit deplasări radiale ale elementelor ce se asamblează introduc dezechilibrări.

Unele instalații, cum ar fi ventilatoarele, se deformează nesimetric în timpul funcționării. Considerente economice și de proiectare împiedică însă adoptarea unor metode de eliminare a acestor deformații care ar duce la o reducere corespunzătoare a efectului de dezechilibrare, caz în care se impune o atentă proiectare de izolare a vibrațiilor.

Deformațiile nesimetrice produse în turbine sau în generatoare, datorite variației de temperatură sau sarcinii, produc efecte de dezechilibrare care pot fi reduse numai prin echilibrarea ansamblului în condițiile specifice de lucru.

La roțile dințate, toate defectele (excentricități, erori de divizare, erori în executarea profilului) dau naștere unei mișcări de rotație neuniformă care se traduce în perturbații [45].

Antrenarea prin curea poate să dea naștere la vibrații forțate, atît torsionale, cît și rectilinii. Acestea au loc atunci cînd se modifică raza efectivă a curelei, adică raza axei neutre a curelei trecute peste roata de curea. Variația razei efective a curelei conduce la variații ale tensiunii, cît și ale vitezei curelei, ceea ce implică o variație a sarcinii în lagăr și a vitezei unghiulare a roții de curea.

Raza efectivă a roții de curea se modifică datorită următoarelor cauze:

— defectelor de execuție ale roții privind excentricitatea obadei sau a canalului roții;

— defecte de formă și/sau de structură ale curelei privind variații ale profilului acestuia sau neomogenitatea materialului din care este executată.

Pentru lagăre, sursele de perturbare depind de construcția, abaterile dimensionale și natura suprafețelor în mișcare. Astfel, la rulmenți, imprecizia dimensională a elementelor componente ale rulmenților cu bile sau role și/sau neregularitățile suprafețelor de rulare (sau ale carcasei rulmentului) conduce la apariția zgomotului și vibrațiilor. Pe baza frecvenței vibrațiilor produse, se poate uneori identifica elementul component al rulmentului datorită căruia apar vibrații. În cazul rulmenților obișnuiți (cu un singur rînd) și dacă carcasa interioară este rotitoare, iar cea exterioară fixă, turația coliviei este de ordinul $n_c = 0{,}4\ n_i$, iar cea a corpurilor de rostogolire (role, bile) este $n_b = 2{,}4\ n_i$ unde n_i este turația inelului interior.

Cele mai bune rezultate se obțin cu rulmenții care au un joc radial redus, cu două rînduri de elemente de rulare, fiecare rînd cu un număr mare de elemente.

Rigiditatea și capacitatea de amortizare a rulmenților cu role crește atunci cînd scade jocul radial. Aceasta are loc atunci cînd jocul radial devine negativ, adică atunci cînd rulmentul are o preîncărcare, în acest caz vibrația scade.

De obicei, se acordă o atenție sporită la preîncărcarea rulmentului, deoarece aceasta este însoțită de o creștere a cantității de căldură și de o scădere corespunzătoare a durabilității rulmentului.

Lagărele de alunecare au o capacitate de amortizare mai mare decît rulmenții și deci ar fi superioare din punct de vedere al comportării la vibrații. Utilizarea lor este limitată de intervalul scăzut de turații 200...600 rot/min și de gabaritul mai mare decît al rulmenților.

Lagărele de alunecare obișnuite, cu material antifricțiune și lubrificație cu ulei, funcționează în general suficient de liniștit și fără vibrații. Pentru o funcționare liniștită și sarcini mici, pot fi utilizate lagăre cu bucșe executate din teflon, nylon sau alte materiale plastice similare.

De asemenea, lagărele cu metal antifricțiune trebuie să aibă toleranțe strînse de prelucrare și o finisare foarte bună a suprafeței.

Un alt factor important la generarea perturbațiilor este alunecarea în mecanismele de translație. Acesta conduce la pierderea uniformității mișcării și la apariția fenomenului de stick-slip. Pe de altă parte, alunecarea intermitentă (stick-slip) depinde de interacțiunea următorilor factori :

— masa corpului ce se deplasează prin alunecare ;
— rigiditatea sistemului de avans ;
— amortizarea ce există în sistemul de avans ;
— viteza de deplasare a corpului ce alunecă ;
— rugozitatea suprafețelor de alunecare ;
— lubrifiantul utilizat.

Fenomenul apare numai la viteze foarte mici ale piesei de masă mare și pe o distanță mică față de poziția de repaus. Rezultate foarte bune se obțin prin utilizarea, la suprafețe de contact, a unei fonte turnate și a unui material plastic adecvat.

2.2. Perturbare transmisă în structura mașinii datorită utilizării vibroexcitatoarelor

Funcție de misiunea pe care trebuie să o realizeze o mașină cu acțiune vibrantă într-un flux tehnologic, se utilizează mai multe tipuri de vibroexcitatoare caracterizate prin mărimea și natura forței maxime perturbatoare, puterea, modul de acționare și caracterul vibrațiilor generate (armonice sau anarmonice). Astfel, la mașinile cu acțiune vibrantă, se utilizează vibroexcitatoare inerțiale acționate cu motoare termice, electrice sau hidrostatice, capabile să dezvolte forțe perturbatoare armonice sau biarmonice. După destinație, vibratoarele pot fi cu forță unidirecțională orientată după o direcție constantă de acțiune sau cu forță rotitoare a cărei direcție variază continuu.

O altă categorie de vibroexcitatoare o constituie cele electromagnetice și electrodinamice utilizate pentru forțe unidirecționale cvasiarmonice și la puteri mici sub 1 kW. Pentru detalii se recomandă lucrările [4, 28, 61, 66, 90].

3. Influența vibrațiilor asupra omului

Prezența omului la comanda sau manipularea mașinilor și utilajelor constituie unul din factorii determinanți asupra productivității în procesul muncii. Se subliniază că, atît la utilajele autopropulsate, cît și la cele staționare, vibrațiile transmise postului de lucru al mecanicului sînt percepute de organism și, în mod deosebit, de acele părți ale corpului ce se află în contact nemijlocit cu elementele utilajului care sînt în mișcare vibratorie.

Vibrațiile mecanice produse de utilaje se transmit organismului omenesc astfel:

a) asupra întregului corp prin suprafața comună de contact în relația om-mașină. Acest mod de transmitere a vibrațiilor se realizează atunci cînd omul se află în picioare sau atunci cînd șade (ortostatism).

Cele două situații de transmitere a vibrațiilor la om sînt întîlnite la următoarele mașini și utilaje : tractoare, excavatoare, încărcătoare, buldozere, autogredere, autoscrepere, compactoare vibratoare, autovehicule, mașini miniere, mașini agricole, instalații petroliere și petrochimice etc. ;

b) asupra unor părți ale corpului, de exemplu numai asupra miinilor care execută operații tehnologice în procesul muncii. Printre utilajele care expun miinile unui regim de vibrații, se citează : plăci vibratoare pentru beton și pămînt, rigle vibrante, rulouri vibratoare conduse cu proțap, vibratoare de interior, ciocane pneumatice, ciocane rotopercutante, maiuri mecanice pentru baterea pămîntului.

3.1. Efecte fiziologice și patologice ale vibrațiilor asupra omului

Vibrațiile mecanice care se transmit asupra omului au o acțiune nocivă complexă, afectînd sănătatea omului prin efectele fizio-patologice, precum și stînjenirea (îngreunarea) desfășurării procesului muncii pînă la pierderea capacității de muncă. Cele mai importante efecte produse de acțiunea vibrațiilor sînt de natură fiziologică, mecanică și termică, preponderente fiind ultimele două.

Ca urmare a expunerii la vibrații, fie a întregului organism, fie numai a anumitor părți ale acestuia, apar turburări de natură funcțională și organică cum ar fi :

— stimularea sistemului nervos și a activității hormonale, provocind modificarea unor procese metabolice ;

— apariția unor turburări ale sensibilității tactile, dureroase și termice ;

— apariția unor stări de oboseală și somnolență, manifestate prin diminuarea atenției și acuității vizuale, ceea ce conduce la reducerea capacității de muncă ;

— apariția unor stări emoționale, de frică și anxietate ;

— apariția de dureri toracice, epigastrice, de obicei însoțite de greață, inapetență, vărsături, cefalee, creșterea pulsului și a tensiunii arteriale, modificări ale funcției aparatului respirator ;

— apariția unor turburări vasculare însoțite de răcirea excesivă a extremităților membrelor care intră în contact cu părțile vibratoare ale utilajului. În acest sens, se dă exemplu apariția efectului de „albire a degetelor", care duce la lipsa de sensibilitate pînă la aspectul de „deget mort" ;

— provocarea de leziuni osteoarticulare și ale tendoanelor musculare.

3.1.1. **Influența de natură mecanică a vibrațiilor asupra organismului.** După modul de aplicare și în funcție de mărimea parametrilor cinematici ai vibrațiilor (deplasare, viteză, accelerație), au fost constatate turburări neuromusculare și senzoriale cum ar fi :

— turburări ale acuității vizuale legate de citirea indicațiilor aparatelor montate la pupitrul de comandă al mașinilor sau inexactități ale efectuării operațiilor în procesele tehnologice (pozarea unor elemente la locul de montaj, realizarea unei lucrări de precizie la cote determinate care necesită un anumit efort de concentrare etc.) ;

— turburări funcționale la membrele superioare și inferioare fără a fi periculoase din punct de vedere al sănătății, dar care conduc la pierderea capacității pentru executarea de comenzi fine și de precizie.

Acest aspect a fost evidențiat, atît la utilajele pentru executarea lucrărilor de terasamente (excavatoare, buldozere, autogredere, compactoare vibratoare), cît și la macaralele folosite la lucrările de ridicare-montare.

Turburările citate pot fi diminuate prin modificarea parametrilor vibrațiilor (frecvență, amplitudine etc.) și a timpului de expunere. În caz contrar, se ajunge la scăderea nivelului gamei parametrilor tehnologici.

Din multitudinea vătămărilor mecanice provocate de vibrații, care sînt periculoase sau produc turburări specifice domeniului, pot fi citate următoarele :

a) fracturile oaselor ca urmare a vibrațiilor care au atît amplitudine mare a deplasării cît și accelerații mari. Astfel de vătămări se întîlnesc mai mult la mecanicii conducători ai mijloacelor de transport în condițiile deplasării pe drumuri neamenajate și cu viteză relativ mare ;

b) leziunea peretelui interior al intestinelor se întîlnește mai frecvent la utilajele cu acțiune vibrantă fără protecție specială pentru postul de lucru al mecanicului, unde accelerația vibrației depășește valoarea de 6 g pentru frecvențe mai mari de 25 Hz ;

c) leziunile creierului, plămînilor sau de natură cardiacă, provocate în special de acele vibrații care au frecvență mai mare de 30 Hz și viteză ridicată a vibrației.

Acest tip de leziuni este posibil să apară mai cu seamă la mașinile cu acțiune vibrantă, precum și la mașinile care produc șocuri ;

d) ruperile țesuturilor moi, întinderea tendoanelor, dislocarea articulațiilor sînt prezente, mai cu seamă, la mașinile care au maneta sau volanul de conducere neprotejate contra vibrațiilor, la unelte mecanice care folosesc vibrațiile sau vibropercuțiile. De obicei, în acest grup de leziuni și turburări mecanice, cel mai frecvent este evidențiat sindromul „deget alb", care poate să apară la mecanicii de conducere a plăcilor vibrante, rigle vibrante, rulouri

vibratoare dirijate cu protap, ciocane rotopercutante acționate electropneumatic, ciocane acționate pneumatic, maiuri mecanice pentru compactat pămînt.

3.1.2. **Influența de natură fiziologică a vibrațiilor asupra organismului.** Prin acțiunea mecanică a vibrațiilor asupra organismului, sînt stimulați receptorii senzoriali localizați în piele sau în alte părți ale corpului omenesc. De asemenea pot fi excitate direct anumite părți ale sistemului nervos. Astfel prin stimularea sistemului nervos și a activității hormonale, se modifică (perturbă) procesele de metabolism privind asimilarea hranei, activitatea musculară (în procesul muncii fizice) și activitatea organelor de reproducere. În acest context, trebuie subliniat faptul că, pentru anumite regimuri de vibrații, apar modificări ale respirației, ale activității inimii și perturbări ale circulației periferice.

3.1.3. **Răspunsuri subiective la solicitări prin vibrații.** Pentru omul care lucrează sub influența transmiterii vibrațiilor asupra propriului organism, răspunsurile subiective sînt: perceperea, senzația de incomoditate, teama și durerea. Aceste răspunsuri subiective la solicitarea prin vibrații sînt influențate simultan de următorii factori:

— parametrii vibrațiilor: deplasare, viteză și, în special, frecvență, accelerație;
— modul cum se transmit vibrațiile asupra corpului;
— poziția corpului în timpul lucrului (expunerii la vibrații);
— durata expunerii la vibrații.

În vederea aprecierii răspunsurilor subiective la regimul de vibrații transmise corpului omenesc, au fost adoptate trei criterii:

a) pragul de percepere;
b) pragul senzației de neplăcere;
c) limita de toleranță (pragul de suportabilitate).

Ilustrarea modului de apreciere a răspunsurilor subiective pentru oamenii supuși acțiunii vibrațiilor este prezentată în figura 3.1, unde se prezintă variația mediei accelerației maxime funcție de frecvență, fiind delimitate trei zone distincte. Aceste zone precizează senzația omului la regimul de vibrații, în care vibrația este „percepută", „neplăcută" și „intolerabilă". Curbele din figura 3.1 au fost trasate pe baza rezultatelor experimentale, ca urmare a expunerilor la vibrații timp de 5—20 minute [45]. Se subliniază că o expunere de lungă durată la un regim de vibrații peste limita de „percepere" devine iritantă și obositoare. De asemenea, se precizează că, în cazul expunerilor de scurtă durată (sub 5 minute) în domeniul frecvenței cuprins între 1 și 5 Hz, oamenii au fost supuși unui regim de vibrații, discret variabil, pînă la limita de suportabilitate apreciată în mod individual. La sfîrșitul încercării persoanele au fost întrebate asupra reacțiilor și senzațiilor din timpul încercării, precum și motivul pentru care au cerut ca încercarea să fie întreruptă. În figura 3.1 suprafețele hașurate au lățimea egală cu abaterea medie pătratică determinată de fiecare grup de încercări și așezată în ambele părți ale valorii medii.

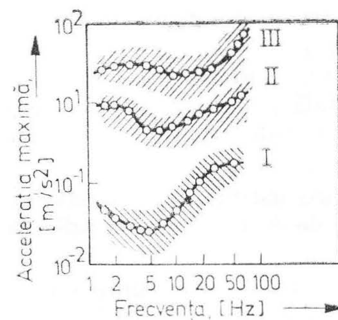


Fig. 3.1. Curbele de apreciere a vibrațiilor transmise omului:

I — curba de percepere;
II — curba de neplăcere;
III — curba de netoleranță.

3.1.4. **Evaluarea efectului acțiunii vibrațiilor asupra organismului.** Pentru evaluarea cît mai exactă a relației om-mașină, a obiectivizării și cuantificării stării de expunere la vibrații, se fac explorări privind starea de sănătate a unor organe sau părți ale corpului omenesc. Astfel, pentru oamenii expuși unui anumit regim de vibrații, se fac examinări profilactice și evaluări (semnalări) ale modificărilor fiziologice ce pot conduce la apariția „bolii de vibrații".

Printre probele de investigare funcțională se menționează :

1. Determinarea sensibilității la vibrații, care se realizează prin păstrarea constantă a unui set de parametri și varierea unui singur parametru. Astfel, la muncitorii expuși regimului de vibrații (produse de ciocane perforatoare, compactoare vibratoare, excavatoare, încărcătoare), se constată o creștere a pragului de sensibilitate, păstrînd constantă frecvența și mărind numai amplitudinea sau la amplitudine constantă s-a modificat numai frecvența.

2. Determinarea temperaturii cutanate la nivelul degetelor cu ajutorul unor termocuple sensibile care dau informații simultane. În acest caz s-a constatat că temperatura scade cu peste 1°C față de situația de neexpunere la vibrații.

3. Examinarea capilaroscopică, care evidențiază la nivelul unghiei prezența concomitentă de capilare normale și capilare spastice.

4. Explorarea excitabilității neuromusculare.

Probele de investigare funcțională citate n-au fost suficiente pentru o evaluare cît mai completă privind reacțiile subiective și efectele fizio-patologice ale omului supus acțiunii vibrațiilor. De aceea, în urma unor cercetări experimentale de mare complexitate, Dieckmann a stabilit unele criterii privind modul în care organismul uman sesizează vibrațiile, modificările fiziologice și vegetative, senzațiile subiective, precum și capacitatea de muncă.

Determinările experimentale au fost efectuate în cazul acțiunii vibrațiilor armonice, atît pe direcția verticală, cît și pe direcția orizontală, ținîndu-se seama de amplitudine și frecvență, deoarece, la o aceeași frecvență perturbatoare, diferite părți ale corpului omenesc legate între ele elastic au amplitudine diferită. Astfel s-a definit un coeficient de solicitare la vibrații K' ce ține seama de influența simultană a frecvenței și amplitudinii, după cum urmează :

$K' = x_0 f^2$, pentru valori ale frecvenței sub 5 Hz ;

Tabelul 3.1

Coeficientul de solicitare K funcție de criteriul de sensibilitate

Coeficientul de solicitare K'	Sensibilitatea	Aprinecierea asupra lucrului
0,1	Nerespectabil	Nestînjenit
0,1–0,3	Puțin perceptibil, bine suportabil	Nestînjenit
0,3–1	Perceptibil după cîteva ore, puțin neplăcut, suportabil	Puțin stînjenit
1– 3	Bine perceptibil, după cîteva ore devine neplăcut, încă suportabil	Stînjenit, dar încă posibil
1– 10	Neplăcut, după o oră devine insuportabil	Puternic stînjenit, dar încă posibil
10– 30	Foarte neplăcut, după 1/6 ore, necesită întreruperea activității	Foarte puțin posibil
30–100	Neplăcut în cel mai înalt grad, iar după 1 minut trebuie întreruptă activitatea	Imposibil
Peste 100	Insuportabil	Imposibil

a — vibrații verticale ; *b* — vibrații orizontale.

$K' = 5x_0 f^2$, pentru valori ale frecvenței cuprinse în intervalul (5—40) Hz ;
$K' = 200x_0$, pentru valori ale frecvenței cuprinse în intervalul (40—100)Hz

În figura 3.2 sînt ilustrate curbele de variație ale parametrilor cinematici (amplitudine, viteză, accelerație) ai vibrațiilor funcție de frecvența și de coeficientul de solicitare K'. Figura 3.2, *a* se referă la vibrații verticale, iar figura 3.2, *b* la vibrații orizontale. Valorile coeficientului de solicitare K sînt prezentate în tabelul 3.1, funcție de criteriul de sensibilitate.

În tabelul 3.2 sînt prezentate valorile coeficientului K după VDI — Richtlinien 2057, în funcție de care se stabilesc treptele de percepere a vibrațiilor de către om. Coeficientul K poate fi scos din graficele date în figurile 3.3, 3.4 și 3.5.

Pentru fiecare figură sînt prezentate cîte două ordonate ale parametrului vibrațiilor (deplasare, viteză, accelerație), din care una reprezintă valoarea eficace (rms), iar cealaltă amplitudinea mărimii (parametrului).

Coeficientul K' se determină și prin calcul cu ajutorul relațiilor :

$$K' = a_{ef}\frac{\alpha}{[1 + (f/f_0)^2]^{1/2}}; \quad K' = v_{ef}\frac{\beta f}{[1 + (f/f_0)]^{1/2}};$$

$$K' = x_{ef}\frac{\gamma f}{[1 + (f/f_0)^2]^{1/2}},$$

în care a_{ef} este accelerația eficace, m/s^2 ; v_{ef} — viteza eficace, mm/s ; x_{ef} — deplasarea eficace, mm ; f — frecvența vibrației, Hz, iar constantele au valorile :

$$\alpha = 18\ \mathrm{s^2/m};\ \beta = 0{,}112\ \mathrm{s^2/mm};\ \gamma = 0{,}71\ \mathrm{s^2/mm};\ f_0 = 10\ \mathrm{Hz}.$$

Dacă în aceste relații se introduc amplitudinile parametrilor cinematici ai vibrațiilor a_0, v_0, x_0, atunci constantele au valorile :

$$\alpha_0 = 12{,}5\ \mathrm{s^2/m};\ \beta_0 = 0{,}080\ \mathrm{s^2/mm};\ \gamma_0 = 0{,}50\ \mathrm{s^2/mm}.$$

Deoarece rezultatele experimentărilor sînt incerte pentru probele efectuate în intervalul de frecvențe (5—20) Hz, diagramele se prezintă sub forma unor curbe cu linie întreruptă în această zonă.

Pe baza rezultatelor cercetărilor efectuate de 10 cercetători, Soliman I. J. în lucrarea [88] stabilește curbele de variație ale deplasării, vitezei, accelerației și accelerației de ordinul doi, funcție de frecvență în vederea aprecierii pragului (limitei) nocivității și pragului (limitei) de percepere.

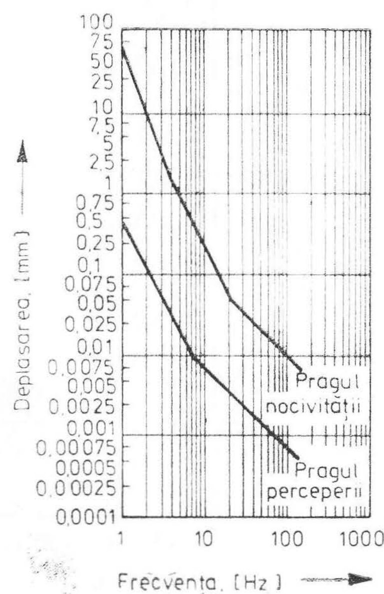


Fig. 3.6. Curbele de variație a deplasării funcție de frecvență.

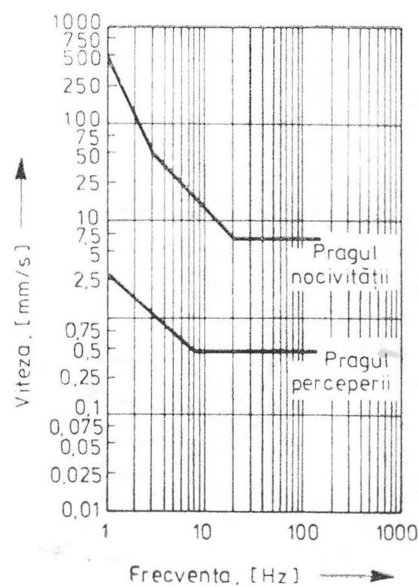


Fig. 3.7. Curbele de variație a vitezei funcție de frecvență.

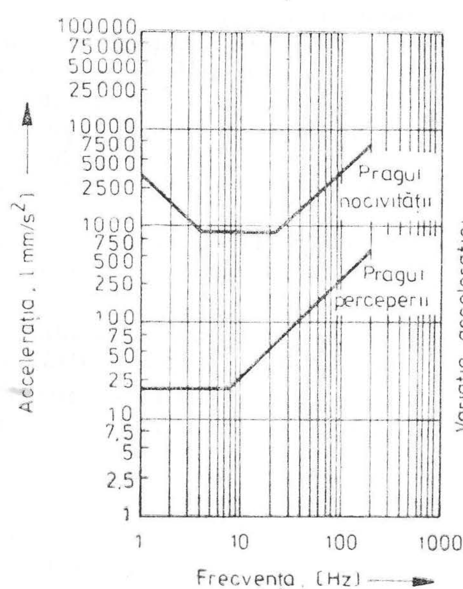


Fig. 3.8. Curbele de variație a accelerației (de ordinul întîi) funcție de frecvență.

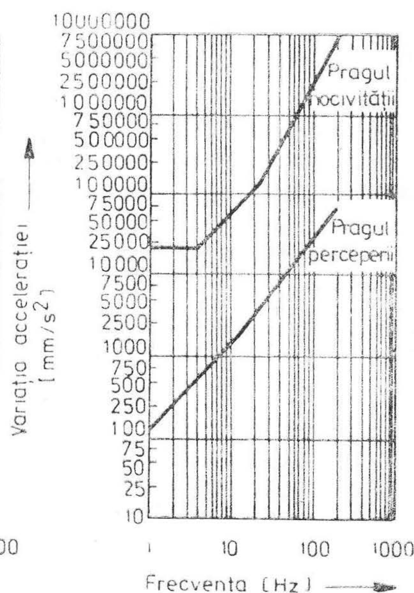


Fig. 3.9. Curbele de variație a accelerației de ordinul doi funcție de frecvență.

3.2. Norme privind efectul vibrațiilor asupra omului

Avînd în vedere efectul vibrațiilor asupra omului și a capacității de muncă, s-a impus stabilirea unor niveluri limită, sub valorile cărora organismul uman să nu fie supus noxei vibrațiilor.

Stabilirea valorilor limită pentru vibrații constituie o operație complexă, bazată pe determinări experimentale, observații ale procesului muncii în condiții de vibrații, precum și experiența corespunzătoare domeniului explorat. In acest context, se subliniază că limitele admisibile ale vibrațiilor transmise organismului uman sînt stabilite în funcție de următorii factori :

— parametrii cinematici ai vibrațiilor (accelerație, viteză, deplasare) ;
— frecvența vibrației ;
— durata de expunere la vibrații în timpul lucrului ;
— direcția de acționare a vibrației față de corp ;
— criteriul de nocivitate (răspunsul subiectiv al omului) ;
— prag de percepere, prag de oboseală, limita de tolerare (securitate).

Limitarea nivelului de vibrații transmise omului se bazează pe mai multe criterii și anume :

— criteriul medical (igienă și protecție sanitară) pentru fixarea limitelor admisibile în raport cu efectele nocive pe care le provoacă vibrațiile asupra organismului uman (în special pentru utilajele cu acțiune vibrantă al căror principiu de funcționare conduce la utilizarea vibrațiilor în procese tehnologice);

— criteriul profesional care ia în considerare condițiile necesare în vederea efectuării unei anumite activități, fără concentrare suplimentară a atenției. Acest criteriu se impune, în special, la acele lucrări unde se cere o atenție neperturbată, în scopul asigurării unei precizii ridicate, atît pentru tehnologie, cît și pentru manipularea utilajului. Ca exemplu, pot fi date lucrările de ridicare-montare cu macaraua, deplasarea cu mijloace de transport tehnologic, execuția operațiilor tehnologice cu mașini specifice în agricultură, construcții, minerit etc. ;

— criteriul tehnico-economic care ține seama atît de realizarea mijloacelor de combatere a vibrațiilor, cît și de efectul economic ce se reflectă ca urmare a costurilor de producție și a productivității muncii.

În prezent, există recomandări și norme care precizează limita admisibilă prin pragul de nocivitate (toleranță, expunere). Astfel, în țara noastră, conform NRPM în vigoare, limitele admisibile pentru mărimile caracteristice ale vibrațiilor (accelerație, viteză, deplasare) în funcție de frecvență sînt redate în figura 3.10.

Pe diagramele din figura 3.10, curbele *I*, *III* și *V* reprezintă limita admisibilă pentru care durata de expunere la vibrații este de scurtă durată (reprezintă cca 10—15% din programul normal de lucru zilnic), iar curbele *II*, *IV* și *VI* reprezintă limita admisibilă (pragul admisibil) în cazul în care durata de expunere la vibrații este continuă, pînă la întregul program de lucru zilnic.

Aprecierea caracterului de limitare a vibrațiilor după aceste diagrame nu este completă, deoarece nu se ține seama de modul de transmitere a vibrațiilor de la utilaj la corpul omenesc, de poziția corpului față de sursa vibrantă și nici de tipul de expunere prin precizarea intervalelor de durată.

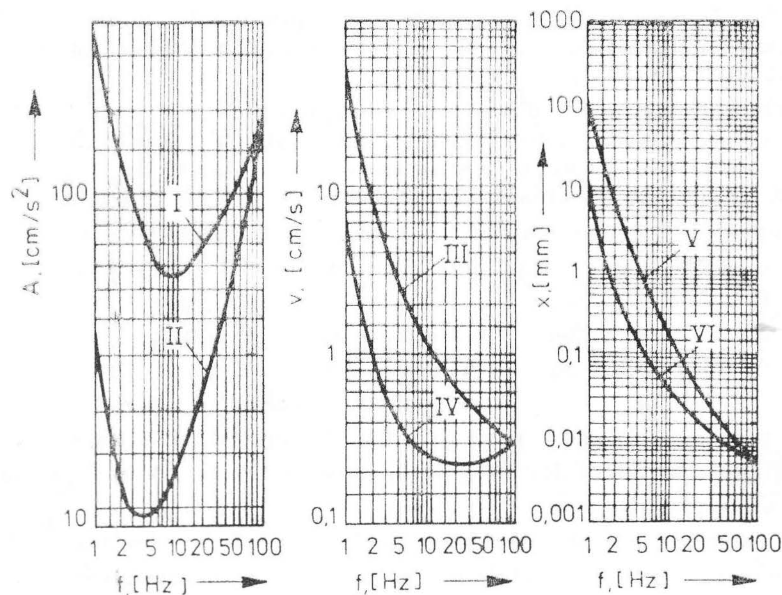


Fig. 3.10. Curbele vibrațiilor admisibile pentru om, funcție de frecvență (după Normele republicane de protecția muncii, ediția 1975).

De aceea, pentru a se realiza o apreciere cît mai completă, în recomandările ISO-2631/1974 se ține seama simultan de factorii amintiți. Astfel, sinteza influenței acestor factori a condus la elaborarea curbelor limită admisibile pentru expunerea corpului omenesc la acțiunea vibrațiilor. Recomandările internaționale ISO-2631/1974 se referă la acțiunea vibrațiilor cu frecvența cuprinsă între 1 Hz și 80 Hz care acționează pe o durată variind între 1 minut și 12 ore pentru cele trei poziții tipice în care se poate afla corpul omenesc în raport cu direcția de transmitere a vibrațiilor. Direcțiile de transmitere a vibrațiilor sînt definite cu ajutorul axelor anatomice ca în figura 3.11.

Curbele limită de expunere la vibrații, pe baza cărora se stabilesc criteriile de apreciere la expunere, sînt exprimate în funcție de frecvența vibrațiilor, amplitudinea accelerațiilor, timpul de expunere și direcția de transmitere a vibrațiilor. Așa cum sînt prevăzute în recomandările ISO-2631/1974, limitele de expunere la vibrații sînt :

a) limita de confort redus corespunzătoare situației de menținere a confortului. Menținerea parametrilor vibrațiilor (accelerație, frecvență), pentru o perioadă de timp determinată, sub valorile limită admisibile conduce la respectarea criteriului de confort ;

b) limita de capacitate redusă prin oboseală corespunde situației de menținere a randamentului muncii. Realizarea unui anumit nivel de vibrații sub valorile limită admisibile conduce la respectarea criteriului de conservare a capacității de muncă ;

c) limita de expunere corespunzătoare criteriului de conservare a sănătății.

Limitele stabilite se bazează pe experimente practice și de laborator privind comportarea organismului uman la vibrații, iar aceste limite privesc numai persoanele cu sănătate normală, considerate apte să suporte solicitarea

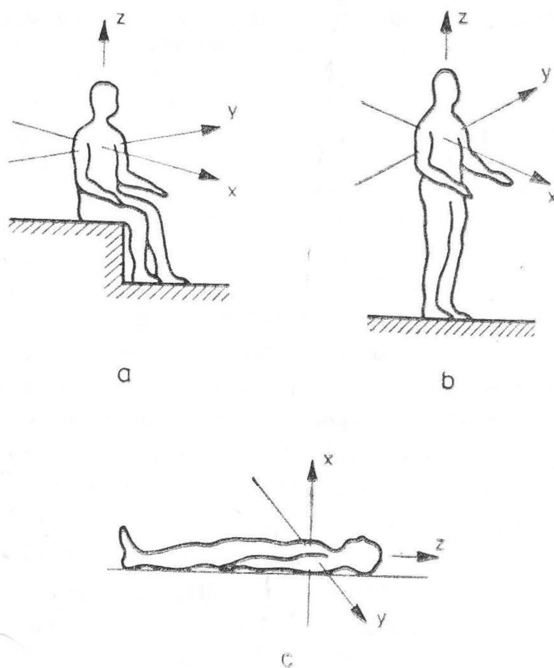


Fig. 3.11. Poziția corpului omenesc în raport cu direcția de transmitere a vibrațiilor : *a* — poziție ortostatică ; *b* — poziție în picioare ; *c* — poziție culcat.

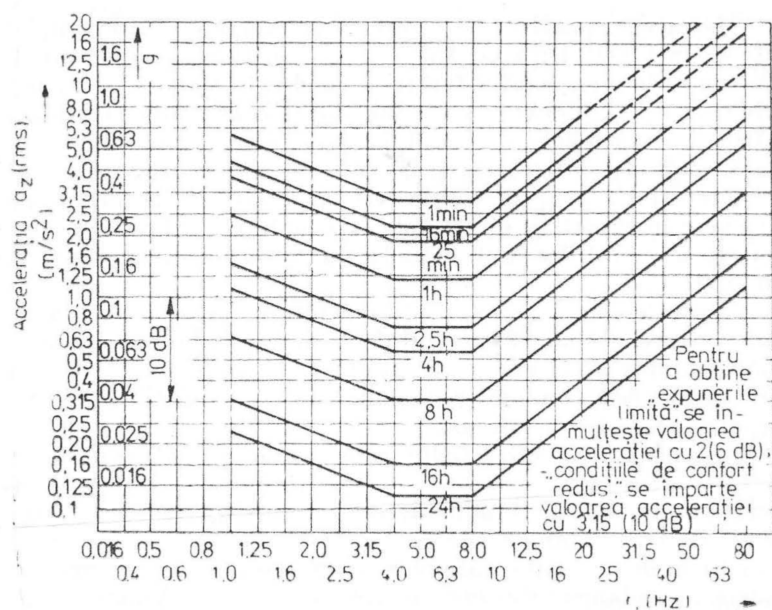


Fig. 3.12, *a*

unei zile de lucru. Aceste limite admisibile se compară numai cu valorile vibraţiilor care au fost măsurate la locul de transmitere a acestora în corpul omenesc. De exemplu, dacă omul este în picioare sau aşezat, fără amortizare între corp şi structura suport, atunci traductorul de vibraţii trebuie fixat în punctul de transmitere a vibraţiilor spre corp, pe structura rigidă. Dacă între corp şi structura vibratorie se află un element elastic (scaun cu pernă pentru situaţia aşezat, strat fonoizolant şi antivibratil la podea pentru situaţia „în picioare"), atunci se introduce un element rigid între corp şi elementul elastic, astfel încît să fie asigurată transmiterea corespunzătoare a vibraţiilor.

În practică, evaluarea efectelor vibraţiilor transmise mecanicului de maşini şi utilaje poate fi făcută **astfel**:

a) limita de menţinere a sănătăţii şi securităţii (limita de expunere);

b) limita de menţinere a nivelului productivităţii muncii (limita de capacitate redusă prin oboseală);

c) limita de menţinere a confortului (limita de confort redus).

Pentru vibraţiile transmise longitudinal corpului omenesc (direcţia axei anatomice z), limita de capacitate redusă prin oboseală funcţie de frecvenţă şi timpul de expunere este prezentată în figura 3.12, *a*.

Pentru vibraţiile transmise transversal corpului omenesc (direcţiile anatomice x, y), limita de capacitate redusă prin oboseală funcţie de frecvenţă şi timpul de expunere este reprezentată în figura 3.12, *b*.

Limita de expunere (pragul nocivităţii), care semnifică pericolul pentru sănătate, se obţine prin multiplicarea cu 2 a valorilor acceleraţiei (rms) din graficele prezentate în figura 3.12. Această limită corespunde unei creşteri cu 6 dB a valorilor acceleraţiei (rms).

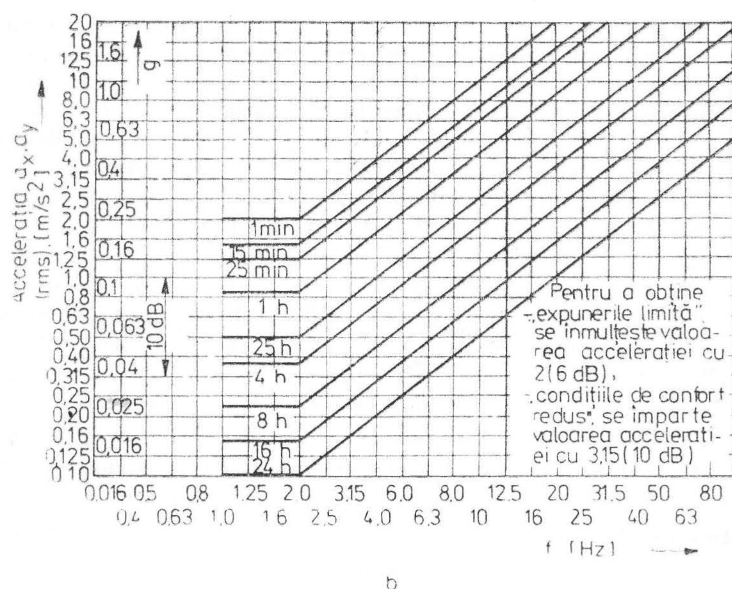


Fig. 3.12. Curbele de variație a accelerației vibrațiilor transmise corpului omenesc funcție de frecvența vibrațiilor și timpul de expunere la limita de capacitate redusă prin oboseală :
a — vibrații transmise după axa anatomică *z*; *b* — vibrații transmise după axele anatomice *x* și *y*.

Limita de confort redus (pragul de percepere) se obține prin împărțirea cu 3,15 a valorilor accelerației (rms) din graficele prezentate în figura 3.12. Această limită corespunde unei diminuări cu 6 dB a valorilor accelerației (rms).

În acest context, pentru exemplificare, se prezintă în figurile 3.13 cele trei curbe limită pentru expuneri la vibrații timp de o oră.

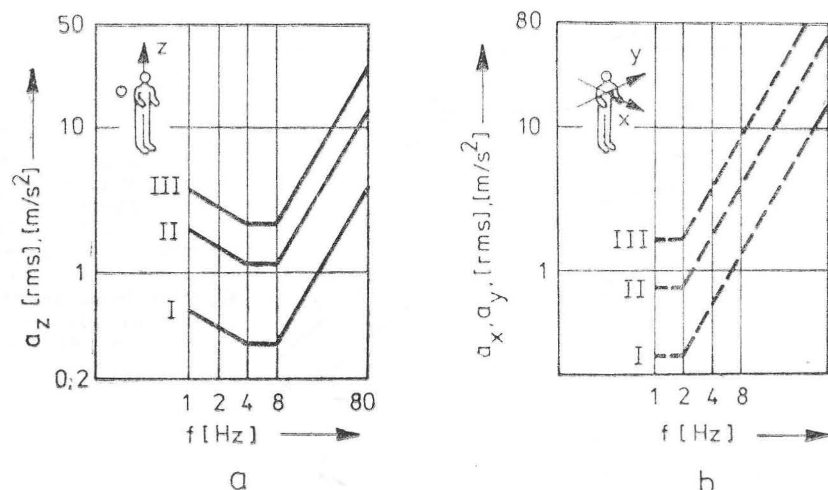


Fig. 3.13. Curbele de variație a accelerației vibrațiilor transmise corpului omenesc funcție de frecvență în timp de o oră :
a — vibrații transmise după axa anatomică *z* ; *b* — vibrații transmise după axele anatomice *x* și *y* ; *I* — limita de confort redus (pragul de percepere) ; *II* — limita de capacitate redusă prin oboseală (pragul de oboseală) ; *III* — limita de expunere (pragul nocivității).

Se menționează că pe graficele din figura 3.12 a fost individualizată numai limita de capacitate redusă prin oboseală, fiind mai frecvent impusă, deoarece stabilește valorile accelerației, frecvenței și timpului peste care orice expunere la vibrații implică un risc notabil asupra diminuării productivității muncii la unele categorii de profesii și mai ales acolo unde oboseala provoacă scăderea performanțelor legate de tehnica execuției lucrărilor. Limita cea mai scazută corespunde gamei de frecvență cuprinsă între 4 și 8 Hz pentru vibrațiile transmise longitudinal (după axa anatomică z) și sub 2 Hz pentru vibrațiile transmise transversal (după axele anatomice x, y).

În situația unui regim de vibrații dăunător asupra căruia nu se mai poate efectua nici o modificare, se recurge la limitarea timpului de expunere în lucru a personalului uman. Astfel, pentru evaluarea timpului de expunere, se utilizează diagramele din figurile 3.14 și 3.15, prevăzute în recomandările ISO-2631/1974, care sînt acoperitoare pentru gama de frecvențe de la 1 Hz la 63 Hz și timpul de lucru de la 1 min la 16 ore. În aceste diagrame, sînt reprezentate familiile de curbe privind variația accelerației (rms) funcție de timpul de expunere la vibrații pentru diferite frecvențe ale vibrațiilor.

La o mare categorie de utilaje de construcții, vibrațiile se transmit, în mod predominant, mîinilor, brațelor, picioarelor.

Nocivitatea expunerii corpului omenesc ca urmare a vibrațiilor transmise prin mînă se poate aprecia prin utilizarea recomandării ISO/TC-108/1975. În această recomandare se prezintă metodologia pentru măsurarea și indicarea expunerii la vibrațiile transmise prin mînă pentru benzi de o octavă și benzi de 1/3 octavă, avînd frecvențele centrale ale benzilor cuprinse în intervalul 8 Hz și 1 000 Hz.

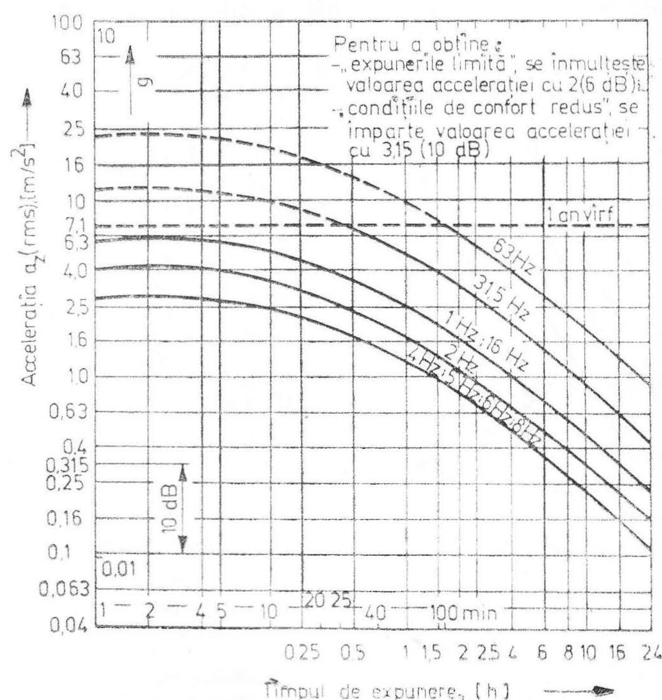


Fig. 3.14. Curbele de variație a accelerației vibrațiilor transmise corpului omenesc după axa anatomică z funcție de timpul de expunere și frecvența vibrațiilor, la limita de capacitate redusă prin oboseală (pragul de oboseală.

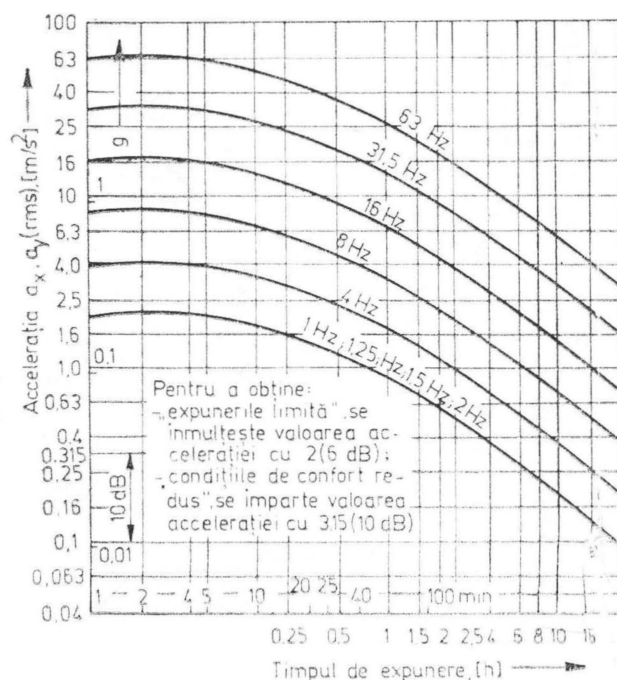


Fig. 3.15. Curbele de variaţie a acceleraţiei vibraţiilor transmise corpului omenesc după axele anatomice x şi y funcţie de timpul de expunere şi frecvenţa vibraţiilor, la limita de capacitate redusă prin oboseală (pragul de oboseală).

Stabilirea limitelor de expunere la vibraţii transmise după trei direcţii (fig. 3.16) este determinată de acceleraţia (rms) şi viteza (rms) ale vibraţiei, care depind de frecvenţă, timpul de expunere, intermitenţa expunerii la vibraţii şi direcţia de transmitere a vibraţiei asupra mîinii.

Efectul transmiterii vibraţiilor prin mînă este influenţat de următorii factori :

— spectrul de frecvenţe al acceleraţiei vibraţiilor şi amplitudinea vibraţiei ;

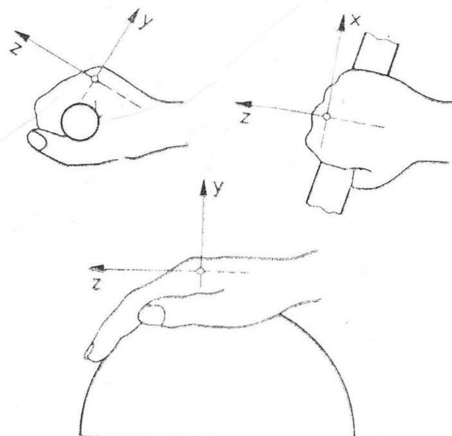


Fig. 3.16. Sistemul de referinţă al axelor anatomice pentru mînă.

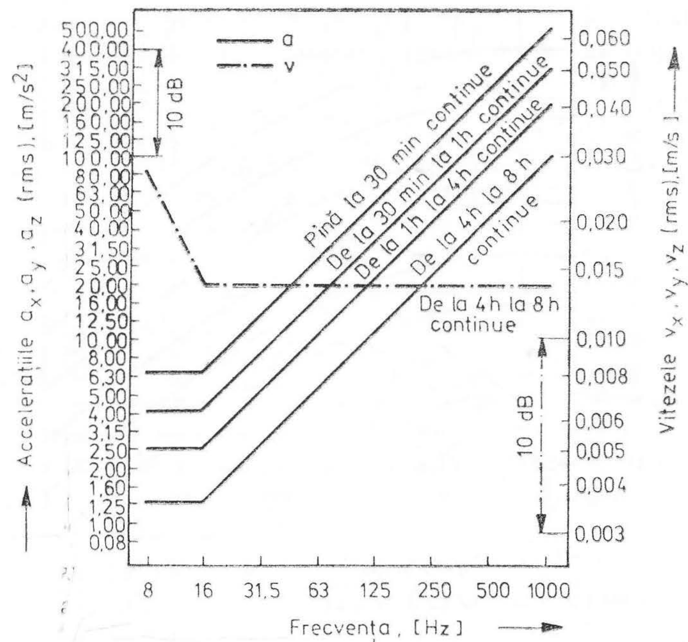


Fig. 3.17. Curbele vibrațiilor limită transmise corpului omenesc prin mînă după cele trei axe anatomice funcție de timpul de expunere și frecvența măsurată în benzi de o octavă.

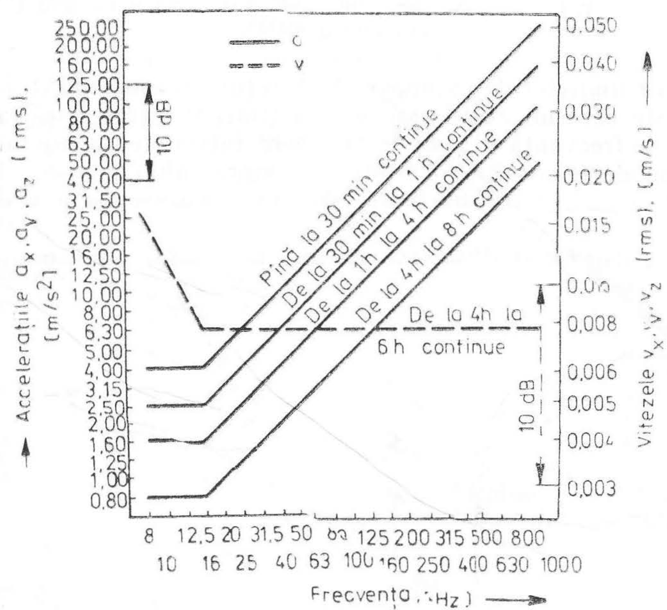


Fig. 3.18. Curbele vibrațiilor limită transmise corpului omenesc prin mînă după cele trei axe anatomice funcție de timpul de expunere și frecvența măsurată în benzi de 1/3 octavă.

— durata de expunere din zona de lucru la o anumită amplitudine;
— poziția mîinii, brațului și corpului în timpul expunerii la vibrații (unghiurile încheieturii mîinii, cotului și articulațiilor umărului).

Direcțiile vibrațiilor care se transmit mîinii sînt individualizate printr-un sistem de axe triortogonale reprezentat în figura 3.16, avînd originea în capătul celui de-al treilea os metacarpian de-a lungul căruia se suprapune și axa z.

La o expunere zilnică de la 2 ore la 8 ore, limitele maxime admise sînt redate în figura 3.17, în cazul vibrațiilor măsurate pentru benzi de o octavă, și în figura 3.18, pentru benzi de 1/3 octavă.

3.3. Norme pentru vibrațiile transmise omului în cazul utilajelor de construcții

Avînd în vedere că în cazul utilajelor de construcții efectele fizio-patologice și subiective provocate omului, prin acțiunea directă a vibrațiilor transmise, nu au în toate cazurile o influență determinantă asupra procesului muncii și stării de sănătate, au fost adoptate ca norme provizorii (sub forma unor recomandări pentru a fi standardizate), pentru vibrațiile transmise omului, curbele ce reprezintă „limita de expunere" (pragul nocivității sau limita de pericol pentru sănătate).

În această situație, valorile accelerațiilor (rms) vibrațiilor măsurate efectiv și care se transmit omului se compară cu valorile admisibile ale curbelor la limita de expunere, în raport cu frecvența și timpul de expunere la vibrații. Pentru aceasta, în figura 3.19 și tabelul 3.3, se prezintă valorile maxime admisibile pentru vibrațiile transmise omului pe direcțiile x și y prin suprafața de sprijin (pentru poziția șezînd și în picioare), potrivit prevederilor STAS 12049-82.

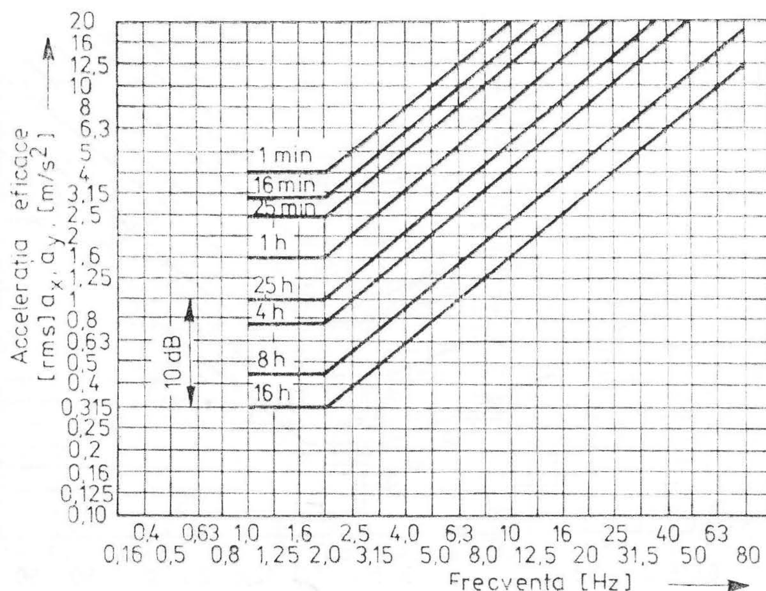


Fig. 3.19. Curbele valorilor admisibile (la limita de expunere) pentru vibrațiile transmise corpului omenesc (prin podea și scaun) după axele anatomice x și .

Tabelul 3.5

Valori admisibile ale limitei de expunere, cu acțiune locală, transmise prin mînă

Frecvența (1/3 octavă) [Hz]	Accelerația (rms) [m/s²] Timpul de expunere			
	30 min	1 h	4 h	8 h
8	4,0	2,5	1,6	0,80
10	4,0	2,5	1,6	0,80
12,5	4,0	2,5	1,6	0,80
16	4,0	2,5	1,6	0,80
20	5,0	3,0	2,0	1,0
25	6,50	4,0	2,5	1,3
31,5	8,0	5,0	3,15	1,6
40	10,0	6,0	4,0	2,0
50	12,5	7,5	5,0	2,5
63	16,0	9,5	6,3	3,2
80	20,0	11,8	8,0	4,0
100	25,0	15,0	10,0	5,0
125	31,5	19,0	12,5	6,3
160	40,0	25,0	16,0	8,0
200	50,0	30,0	20,0	10,0
250	60,0	37,5	35,0	12,5
315	80,0	50,0	31,5	16,0
400	100,0	60,0	40,0	20,0
500	125,0	75,0	50,0	25,0
630	160,0	95,0	63,0	31,5
800	200,0	118,0	80,0	40,0
1 000	250,0	150,0	100,0	50,0

3.3.1. **Mod de utilizare a normelor pentru aprecierea nivelului vibrațiilor la utilajele de construcții.** Se consideră poziția șezînd a mecanicului în excavator care primește vibrații, după cele trei direcții, la corp prin intermediul suprafeței de sprijin la șezut (direcția z) și la tors (direcțiile x, y), ca în figura 3.22.

a. Ca urmare a măsurărilor efectuate pe **un excavator**, s-au obținut următoarele rezultate:

$$\left.\begin{aligned} a_{x(rms)} &= 4{,}50\ \mathrm{m/s^2} \\ a_{y(rms)} &= 0 \\ a_{z(rms)} &= 2{,}30\ \mathrm{m/s^2} \end{aligned}\right\} \text{la frecvența de 25 Hz}$$

Cu ajutorul figurilor 3.20 și 3.21, se constată că valorile determinate experimental ale accelerațiilor (rms) după cele trei direcții, la frecvența de lucru de 25 Hz, se încadrează în limitele admisibile.



Fig. 3.22. Poziția corpului omenesc în cazul transmiterii vibrațiilor prin podea și scaun.

b. **Un compactor vibrator** are programul normat la 8 ore zilnic, iar valorile a măsurate pentru accelerații sînt:

$$\left.\begin{aligned} a_{x(rms)} &= 19{,}8\ \mathrm{m/s^2} \\ a_{y(rms)} &= 16{,}0\ \mathrm{m/s^2} \\ a_{z(rms)} &= 6{,}31\ \mathrm{m/s^2} \end{aligned}\right\} \text{la frecvența de 50 Hz pentru vibrații armonice}$$

Pentru utilizarea graficelor din figurile 3.20 și 3.21, se constată că valorile determinate experimental depășesc limita admisă pentru timpul de expunere $t = 8$ ore de lucru. În situația în care nivelul de vibrații la această frecvență nu poate fi modificat, se acționează asupra duratei de lucru și atunci, în mod corespunzător, se reduce timpul de expunere la 4 ore, astfel încît să se reali-

zeze încadrarea la valorile limită propuse. Această măsură are drept consecință diminuarea cu 50% a productivității muncii în favoarea protejării omului de efectele nocive ale vibrațiilor asupra organismului.

c. La o **placă vibratoare pentru lucrări de compactare a betonului**, vibrațiile transmise mînerului de orientare a acestuia au fost determinate experimental. Pe baza analizei de frecvență în benzi de 1/3 octavă au fost obținute valorile din tabelul 3.6.

Se cere să se precizeze dacă regimul de vibrații care se transmite mîinilor operatorului sînt dăunătoare pentru o durată de funcționare normală la 4 ore.

Din compararea rezultatelor experimentale cu valorile admisibile ale accelerației (rms) pe direcțiile y și z, cuprinse în diagramele din figura 3.21 și tabelul 3.6, se constată că, pentru un program de 4 ore, se depășește pragul limită cu expunerea sănătății organismului datorită transmiterii vibrațiilor prin mîini.

Pentru folosirea utilajului la regimul de vibrații dat fără a acționa asupra modificării lui, este necesar a se reduce timpul de lucru și implicit timpul de expunere la vibrații a organismului operatorului. În consecință, conform diagramelor din figura 3.21, timpul corespunzător este de circa 12 ore, ceea ce conduce la o proastă utilizare a mașinii. Pentru a putea fi utilizată la timpul normal de lucru rezultat din necesitățile tehnologice impuse, trebuie acționat în sensul reducerii nivelului de vibrații, astfel încît vibrațiile transmise la om să se încadreze în norme.

3.3.2. **Condiții tehnice pentru determinarea experimentală a vibrațiilor transmise la om.** Utilajele de construcții din punct de vedere al regimului de vibrații se împart în două categorii și anume :

a) utilaje de construcții la care vibrațiile sînt necesare în procesul tehnologic. La aceste utilaje, pe lîngă sursele de vibrații localizate la grupul de acționare — grup motor — pompă, — sistem de deplasare, subansamble cu organe dezaxate în mișcare de rotație, sînt prevăzute în mod special cu vibroexcitatoare montate (legate, fixate) pe organul de lucru ;

b) utilaje de construcții la care apar vibrații generate ca urmare a funcționării unor subansamble a căror existență este impusă de principiul constructiv al mașinii. Cauzele generării vibrațiilor constau în : dezechilibrarea pieselor în mișcare de rotație, apariția uzurii cu jocuri mari.

Avînd în vedere principiul constructiv și funcțional diferit al celor două categorii de utilaje, precum și faptul că acestea execută cicluri de lucru diferite în procesul tehnologic, cu variații ale turației motorului de acționare sau ale vibrogeneratorului, rezultă că, pentru precizarea regimului de vibrații transmis omului, este necesar ca măsurarea parametrilor acestora să se facă în timpul executării ciclurilor.

Pentru utilajele de construcții care se află în etapa de asimilare (prototip, serie zero) și pentru care executarea ciclului real de lucru constituie uneori o problemă organizatorică dificilă, este necesar ca măsurarea parametrilor vibrațiilor transmise omului să fie executată pentru cicluri de lucru simulat corespunzătoare fiecărei familii de utilaje.

Ciclurile de lucru simulat sînt definite pentru fiecare familie de utilaje de construcții, așa cum se prezintă în tabelul 3.7.

Înainte de a începe măsurarea vibrațiilor transmise omului, utilajele de construcții vor fi puse în funcțiune conform prevederilor notiței tehnice și caietului de sarcini. Se va acorda o atenție deosebită verificării modului de

Valori admisibile ale accelerației pe direcțiile y și z la o

Frecvența [Hz] / Accelerația (rms) [m/s²]	8	10	12,5	16	20	25	31,5	40	50
a_y	2,25	2,30	2,0	1,92	3,1	4,2	4,8	5,71	7,52
a_z	2,35	2,20	2,1	1,81	2,9	3,6	4,6	5,63	7,24

asamblare și rezemare a utilajului, astfel încît acesta să corespundă condițiilor de exploatare și să nu permită modificarea rigidității structurii în timp a utilajului. De exemplu, la utilajele pe pneuri, se va verifica presiunea din fiecare pneu, iar pentru utilajele pe șenile se va verifica întinderea șenilelor.

Măsurările se vor efectua în condițiile amplasării utilajului pe o suprafață amenajată care să permită funcționarea și executarea ciclului de lucru simulat conform tabelului 3.7.

Conductorul mașinii (utilajului) trebuie să se afle la postul de comandă, în poziția corespunzătoare executării numai a acelor mișcări ale corpului necesare realizării ciclului de lucru.

Tabelul 3.7

Cicluri de lucru simulat pentru diferite categorii de utilaje de construcții

Nr. crt.	Familia de utilaje	Ciclul de lucru simulat	Coeficientul de utilizare
0	1	2	3
1	Excavatoare cu o cupă	Se pornește din poziția cu brațul întins pe sol, cu cupa goală deschisă, cu motorul relanti; se închide cupa, concomitent cu strîngerea brațului, se accelerează motorul la 3/4 din turația maximă; se ridică echipamentul la înălțimea de descărcare maximă și se rotește la 90°; se descarcă „cu scuturarea" echipamentului, în această perioadă motorul funcționînd la relanti; se accelerează motorul la 3/4 din turația maximă, se rotește în sens invers cu 90°, concomitent cu extinderea maximă a echipamentului; se reduce turația motorului la turația de relanti, se coboară echipamentul extins la nivelul solului	0,80
2	Buldozere și autogredere	Cu motorul la turația de relanti, se coboară lama la nivelul solului; se accelerează turația motorului la 3/4 din turația maximă și se execută o cursă înainte pe o distanță de 20–25 m în viteza *I*; se ridică lama și se execută cursa înapoi pe același traseu cu viteza a *II*-a; se reduce turația motorului pînă la turația de relanti.	0,80
3	Încărcătoare frontale	Se pornește de la turația de relanti a motorului, cu cupa goală avînd peretele din față orizontal; se accelerează motorul la 3/4 din turația maximă, executîndu-se cursa înainte pe o distanță de 8–10 m în viteza a *II*-a, cu strîngerea cupei și ridicarea echipamentului; se execută cursa înapoi pe o distanță de 8–10 m, în aceeași viteză cu ridicarea echipamentului la înălțime maximă; se variază la 90° și se execută o cursă înainte pe distanța de 6–8 m pînă la locul de amplasare al autobasculantei; se basculează cupa; se execută cursa înapoi pe o distanță de 6–8 m, cu coborîrea echipamentului și strîngerea cupei	0,75

Tabelul 3.6

placă vibratoare pentru compactarea betonului

63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1 000
9,43	10,5	14,0	18,2	25,1	29,7	35,42	48,02	59,2	74,6	93,1	110,2	118,0
8,92	9,78	13,7	17,3	24,9	29,5	31,51	46,1	40,3	73,0	90,0	101,0	107,0

Tabelul 3.7 (continuare)

0	1	2	3
		pînă se aduce peretele din faţă în poziţie orizontală ; se virează în sens invers la 90° cu coborîrea echipamentului la nivelul solului. Turaţia motorului se ridică la 3/4 din turaţia maximă numai la cursa activă şi la viraje, în restul ciclului se foloseşte o turaţie intermediară.	
4	Screpere şi autoscrepere	Se porneşte cu cupa de la nivelul solului şi oblonul deschis ; se execută cursa înainte pe o distanţă de 25—30 m, în viteza I ; se ridică cupa şi se închide oblonul ; se execută cursa de deplasare pe o distanţă de 2 00 m, se deschide oblonul şi se coboară cupa la nivelul solului ; se execută cursa de descărcare a cupei pe o distanţă de 25—30 m ; în această perioadă se efectuează şi deplasarea peretelui mobil al cupei ; se ridică cupa şi se închide oblonul ; se execută cursa de transport pe o distanţă de 100... 200 m, cu deplasarea înapoi a peretelui mobil al cupei. Turaţia motorului va fi de 3/4 din turaţia maximă la cursa activă şi la realizarea vitezei maxime de transport. În restul ciclului se va lucra cu turaţii intermediare. Întregul ciclu se realizează cu cupa goală.	0,75
5	Centrale de beton	Se dozează cantităţile necesare de ciment, agregate şi apă pentru un beton de marcă B 250, pentru capacitatea maximă de lucru a betonierelor. Se malaxează şi se descarcă.	0,80
6	Macarale	Se ridică sarcina maximă la deschiderea şi înălţimea corespunzătoare diagramei de lucru. Se roteşte macaraua cu 90°. Se deplasează sarcina prin deplasarea căruciorului sau înclinarea braţului funcţie de tipul macaralei. Se deplasează macaraua cu sarcină pe distanţa de 10 m. Se coboară sarcina şi se revine la poziţia iniţială.	0,70
7	Cilindri compactori	Se deplasează pe o pistă de pămînt cu viteza de 3 km/h. La cilindrii vibratori, vibratorul se reglează la 1/2 din frecvenţa maximă şi la frecvenţa maximă.	0,70
8	Plăci vibratoare	Se deplasează pe o pistă de pămînt, cu viteza maximă, cu vibratorul la frecvenţa minimă şi maximă.	0,70
9	Vibrator de interior	Se introduc pe întreaga înălţime a capului vibrator şi se menţine pe o durată de 30 s ; se extrage din beton şi se mută într-o poziţie situată la 2 ori raza maximă de compactare.	0,70
10	Maşini portabile	La maşinile prevăzute cu motoare monofazate cu colector se măsoară în gol la 0,9 U_n şi 1,1 U_n ; la maşini alimentate prin convertizor se măsoară la tensiunea şi frecvenţa nominală a curentului ; la maşinile ce funcţionează cu percuţie se măsoară în sarcină la capacitatea nominală.	0,70

4. Influența vibrațiilor asupra nivelului de performanță a mașinilor

Ca urmare a creșterii vitezelor de lucru a mașinilor și utilajelor tehnologice, precum și a utilizării unor grupuri de acționare de putere mare, atît în structura mașinilor, cît și în ansamblul blocurilor funcționale, se transmit vibrații. De mărimea nivelului vibrațiilor transmise de la diverse surse depinde starea tehnică generală de funcționare a mașinii. Astfel, din categoria mașinilor care nu utilizează vibrațiile ca principiu de funcționare, au apărut frecvente defectări ale subansamblelor funcționale localizate la : motorul de acționare, elementele hidrostatice de circuit sau de acționare, radiatoarele de răcire, elementele de comandă, structura de rezistență etc. De asemenea, la mașnile care generează vibrații în scopul utilizării acestora în procesul tehnologic, defectările care apar mai frecvent sînt localizate, în special, la subansamblele legate de sursă sau la cele din apropierea (vecinătatea) acesteia. Defectările frecvente provocate de acțiunea vibrațiilor conduc la o disponibilitate mică în exploatare și la costuri suplimentare pentru reparații.

De aceea, în concepția actuală, pe baza unor cercetări și experimentări de durată, se impune evaluarea cît mai exactă a efectelor vibrațiilor asupra mașinii și stabilirii unor limite admisibile pentru nivelul de vibrații, astfel încît durabilitatea în funcționare, din acest punct de vedere, să fie ridicată.

4.1. Efectul vibrațiilor asupra performanțelor tehnologice și de fiabilitate

Ca urmare a acțiunii vibrațiilor, după un anumit interval de timp, apar anomalii în funcționarea subansamblelor componente considerate ca stări limită potențiale în cadrul sistemului funcțional al mașinii. Perturbările funcționale, chiar dacă nu duc la scoaterea parțială sau totală din lucru a utilajului, diminuează productivitatea muncii și duc la creșterea cheltuielilor de mentenanță, datorită reparării sau înlocuirii pieselor uzate prematur. Din acest punct de vedere, pot fi citate unele exemple ca : uzura prematură a danturii angrenajelor, uzura sau distrugerea lagărelor în special pe bază de rulmenți, uzura prematură a elementelor hidrostatice (unități cu pistoane axiale, supape, blocuri de comandă etc.), ruperea elementelor elastice de rezemare (arcuri metalice, elemente din cauciuc), fisurarea elementelor de radiatoare pentru răcirea motoarelor termice, mărirea prematură a jocurilor pieselor în mișcare, slăbirea prematură a prinderilor cu șuruburi, ruperea șuruburilor, distrugerea filetelor la asamblările cu șuruburi, ruperi locale și propagarea fisurilor la elementele de rezistență din vecinătatea sursei ca urmare a fenomenului de oboseală produs de regimul de vibrații, ruperi frecvente la sistemul de deplasare

ca urmare a vibrațiilor aleatoare generate de drum la tractoare, încărcătoare, buldozere, autoscrepere, autogredere, dumpere, mijloace de transport, mașini agricole, mașini miniere etc.

Ca urmare a experimentărilor tensometrice de laborator și a încercărilor de durată în condiții de exploatare, a rezultat că la utilajele cu piese dimensionate la limită și acționate în regim vibrator, defectele predominante se constituie sub forma ruperilor prin oboseală.

Tendința actuală o constituie reducerea consumului de metal, astfel încît piesele componente să fie mai suple, cu asigurarea parametrilor tehnico-funcționali și economici superiori, ceea ce rezultă că principalele defectări vor fi cele de natura ruperilor prin oboseală.

Fenomenul de oboseală, la această categorie de utilaje, a fost evidențiat, atît la funcționarea din vecinătatea rezonanței, cît și la trecerea frecventă prin regimul tranzitoriu de traversare a zonelor de rezonanță (la ciururi vibratoare, mijloace de transport, excavatoare, încărcătoare, compactoare vibratoare, vibroînfigătoare etc.) sau la regimul funcționării în șocuri de lungă durată (maiuri mecanice, vibropercutoare).

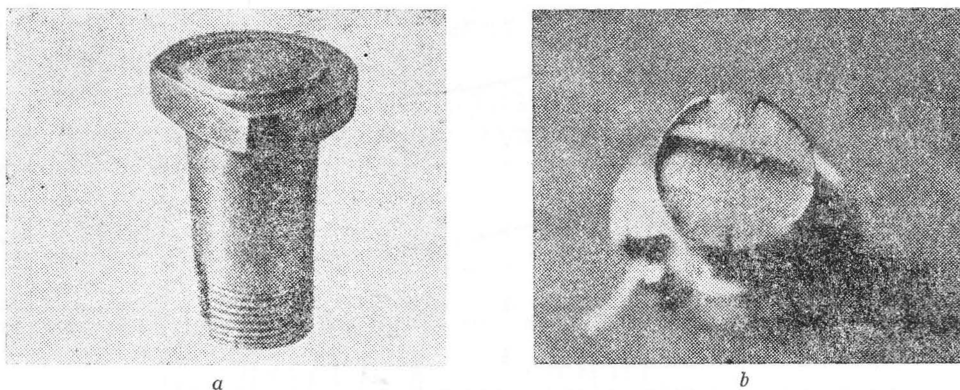
Cercetări recente au condus la formularea părerii că fenomenul de oboseală este însoțit de curgerea locală a materialului sau de alunecarea straturilor atomice numite „benzi de alunecare" și a tensiunilor concentratorilor locali. Aceste „benzi de alunecare" microscopică ce se datorează dislocațiilor din structura cristalină a materialului, sub acțiunea vibrațiilor, evoluează generînd microfisuri care se propagă continuu în material [23].

Atunci cînd fisura atinge o anumită dimensiune (minimă), propagarea în material are loc dupa legea :

$$dx/dN = cS^{\alpha}x^{\beta}, \tag{4.1}$$

unde x este lungimea fisurii N — numărul de cicluri S — efortul unitar (tensiunea) de deformație c — constanta de material α și β — constante dependente de proprietățile materialului (pentru oțel $\alpha = 2$, $\beta = 1$).

Ruperea se produce atunci cînd fisura a devenit foarte mare, aceasta fiind însoțită de creșterea tensiunii, în materialul rămas, peste limita de rupere. In acest caz, fisura devine instabilă și apare ruperea materialului. In figura 4.1 se prezintă ruperea axelor de susținere a pinioanelor de sincronizare la utilajul de compactat prin vibrare CVA 4—5.



a *b*

Fig. 4.1. Axul unui pinion supus unei mișcări vibratorii împreună cu ansamblul său :
a — vedere laterală ; *b* — rupere în secțiune normală.

S-a observat că formarea benzilor de alunecare și procesul de instabilitate a fisurii sînt de natură aleatoare, chiar dacă regimul de vibrații este armonic.

Deoarece apariția fenomenului de oboseală la mașini și utilaje se produce, de regulă, fie sub acțiunea vibrațiilor aleatoare și armonice, fie numai sub acțiunea vibrațiilor armonice, dar care își variază parametrii în mod aleator funcție de regimul de lucru, rezultă că pentru evaluarea fenomenului ruperii prin oboseală este necesară stabilirea unor criterii specifice. Astfel, un obiectiv important al calculelor la oboseală îl constituie anticiparea intervalului de timp în care un material poate rezista solicitării unui regim de vibrații impus. Pe această bază, a fost formulată legea de „acumulare liniară a degradării" pentru un element solicitat la amplitudini variabile [23, 45]. Această lege se prezintă sub forma :

$$D = \sum n_i / N_i, \qquad (4.2)$$

unde n_i este numărul efectiv de cicluri N_i — numărul total de cicluri pînă la rupere.

Pe baza relației (3.1), rezultă că fenomenul de defectare prin rupere apare la un număr de cicluri $n = N$ pentru care $D = 1$.

Regimul de solicitare variază în mod aleator, atît la utiliajele care folosesc vibrațiile armonice pentru procesul de lucru, cît și la acele utilaje ale căror vibrații (de obicei poliarmonice) sînt generate de grupul de acționare motor-pompă sau de alte subansamble ce devin surse. Astfel, la excavatoare, încărcătoare, autoscrepere, autogredere, dumpere, acționate de motoare termice cuplate cu grupuri hidrostatice, apar vibrații care conduc la solicitări, a căror variație în timp este ilustrată în figura 4.2. Diagrama din figura 4.2 reprezintă variația amplitudinii vibrațiilor verticale funcție de turație a motorului de 120 CP (Timpuri Noi), ce echipează excavatorul S 1201. Curba cu linie continuă este obținută în condițiile utilizării sistemului elastic inițial, nesatisfăcător din punct de vedere a izolării, iar curba cu linie întreruptă se referă la variația amplitudinii vibrațiilor cu alt sistem elastic, mai eficient.

La mașinile cu acțiune vibrantă cum ar fi : cilindri compactori vibratori, vibroînfigătoare, plăci vibratoare, maiuri mecanice ș.a., amplitudinea vibrației în timp are o variație mai lentă și numai atunci cînd variază semnificativ

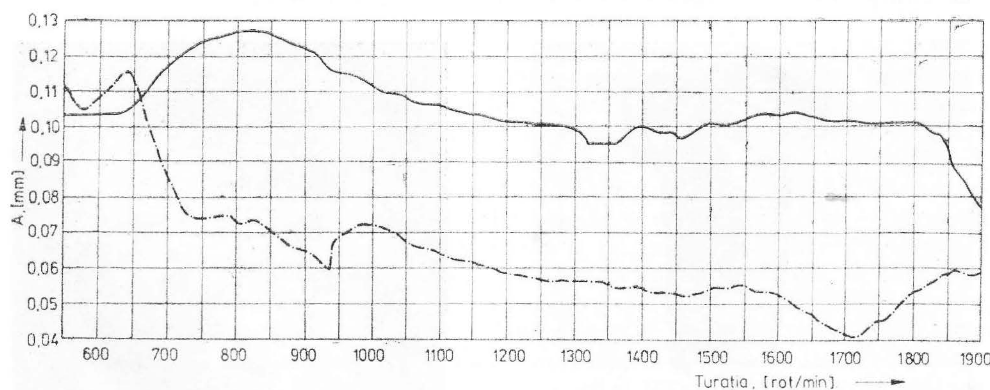


Fig. 4.2. Variația amplitudinii deplasării vibrațiilor unui grup de acționare motor-pompă de 120 CP funcție de turație :
——— în varianta cu rezemare elastică „tare" ; —.—.— în varianta cu rezemare elastică „moale".

condițiile tehnologice. De asemenea, amplitudinea vibrației se modifică semnificativ în perioada de variație a pulsației forței perturbatoare cînd aceasta variază de la zero la valoarea nominală pentru încărcare, sau invers la descărcarea sistemului.

Pentru ambele situații, distribuția statistică a amplitudinii maxime poate fi descrisă de distribuția Reyleigh (fig. 4.3), astfel:

$$p(x)\,\mathrm{d}x = (x/\sigma^2)\exp(-x^2/2\sigma^2)\mathrm{d}x, \tag{4.3}$$

unde $p(x)$ este probabilitatea apariției vîrfurilor de amplitudine în intervalul $\mathrm{d}x$.

Numărul total al vîrfurilor care apar în intervalul $\mathrm{d}x$ este:

$$n(x) = f_0 T p(x)\,\mathrm{d}x. \tag{4.4}$$

Defectările parțiale datorită oboselii produse de frecventele schimbări de semn ale tensiunii în material sînt date de relația:

$$D_x = \frac{n(x)}{N(x)} = f_0 T \frac{p(x)}{N(x)}\,\mathrm{d}x. \tag{4.5}$$

Defectările cumulate corespunzătoare tuturor vîrfurilor amplitudinii vibrației în timpul unei perioade T sînt date de:

$$D = \sum \frac{n(x)}{N(x)} = f_0 T \int_0^{\infty} \frac{p(x)\,\mathrm{d}x}{n(x)}. \tag{4.6}$$

Prin utilizarea aproximării matematice a curbei Wöhler sub forma:

$$S^b N = a \tag{4.7}$$

și distribuția lui Reyleigh dată de relația (4.3), timpul total de defectare prin fisurare pînă la rupere ($D = 1$) poate fi estimat din relația (4.6). Astfel, timpul total T este:

$$T = \frac{NS^b}{(\sqrt{2}\,\sigma)^b f_0\,\Gamma(1 + b/2)}, \tag{4.8}$$

unde N este numărul total de cicluri; S — efortul unitar corespunzător lui N; f_0 — frecvența; σ — abaterea standard (valoarea medie patratică) a tensiunii; Γ — funcția gama tabelată; b — constantă de material (pentru oțel $b = 3{,}5$);

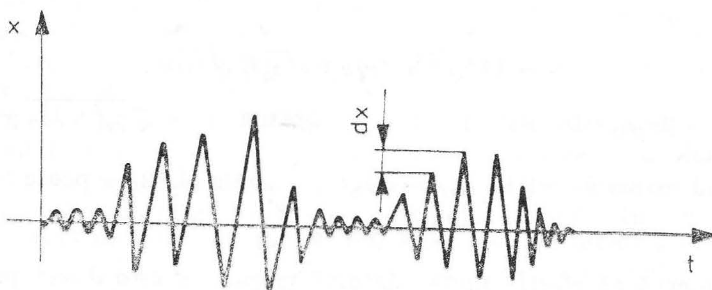


Fig. 4.3. Variația deplasării funcție de timp.

O altă categorie de defecţiuni (defectări) o constituie ruperea prematură sub acţiunea vibraţiilor a elementelor de tip bară ce intră în alcătuirea utilajelor, fără să fie atinsă rezistenţa limită de oboseală. Astfel, au fost provocate fisuri după circa $8 \cdot 10^5$ cicluri, ceea ce echivalează cu circa 5 ore de funcţionare efectivă la 50 Hz. Aşadar, fisura apare înainte de atingerea rezistenţei la oboseală din cauza ruperii şi nu mai are la bază dislocaţiile în material, ci depăşirea rezistenţei la rupere. Acest aspect a fost explicat cu ajutorul legii conservării energiei în sistemul care se deformează. Astfel, prin egalarea energiei cinetice maxime cu energia potenţială maximă de deformare, în absenţa forţelor disipative, se obţine :

$$\frac{EI}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{2}\rho_0 A\omega^2 \int_0^l y^2 \,\mathrm{d}x, \tag{4.9}$$

în care I este momentul de inerţie al secţiunii transversale a barei ; ρ_0 — densitatea materialului ; A — aria secţiunii transversale ; y — deplasarea transversală a unui punct al barei ; ω — pulsaţia ; E — modulul de elasticitate longitudinal.

Pe baza relaţiei (4.9), se determină produsul ωy la care materialul se rupe mult înainte de atingerea limitei de oboseală. În general, valoarea pulsaţiei forţei perturbatoare care este viteza unghiulară de lucru a utilajului nu poate fi modificată, aşa încît se impune limitarea amplitudinii deplasării y, deci reducerea nivelului de vibraţii transmise structurii utilajului.

Legătura dintre cele două tipuri de energii este realizată prin relaţii mai practice în vederea aplicării. Astfel, pentru energia cinetică maximă se poate scrie relaţia :

$$W_c = (1/2)k_1\rho_0 V(2\pi f y_0)^2, \tag{4.10}$$

iar pentru energia potenţială maximă de deformare relaţia :

$$W_d = k_2(V/E)S^2. \tag{4.11}$$

Pentru ambele relaţii (4.10) şi (4.11), au fost utilizate următoarele notaţii :

k_1, k_2 sînt constante ce depind de forma curbei de defecţie şi de poziţia punctului ; ρ_0 — densitatea materialului ; V — volumul de material ce se află în mişcare de vibrare ; f — frecvenţa vibraţiei ; y_0 — amplitudinea vibraţiei în punctul considerat ; E — modulul de elasticitate longitudinal ; S — efortul unitar maxim în punctul considerat.

Egalînd cele două energii se obţine :

$$(1/2)\, k_1\rho_0 V 4\pi^2 f^2 y_0^2 = k_2(V/E)S^2,$$

de unde rezultă :

$$S = (1/\sqrt{2})(\, 2\pi f y_0)\, \sqrt{\rho_0 E}\, \sqrt{k_1/k_2}, \tag{4.12}$$

în care $v_0 = 2\pi f y_0$ este viteza maximă a vibraţiei ; $w = \sqrt{\rho_0 E k_1/k_2}$ — coeficient de material.

Ţinînd seama de relaţia $v_{ef} = v_0/\sqrt{2}$, formula (4.12) se poate scrie astfel :

$$S = w v_{ef}. \tag{4.13}$$

Se observă că efortul unitar datorat vibraţiilor este direct proporţional cu viteza eficace a vibraţiilor, în timp ce raportul k_1/k_2 şi produsul $\rho_0 E$ nu variază semnificativ în cazul structurilor utilajelor executate, în special, din

oțel. Pe această bază, se poate aprecia, pe lîngă alți factori, că drept criteriu al integrității mecanice poate fi considerat nivelul de vibrații. Din această cauză, starea tehnică a mașinilor și utilajelor este apreciată, în special, după viteza eficace maximă a vibrațiilor transmise structurii mecanice și subansamblelor, ce vor fi considerate stări limită funcționale.

4.2. Norme privind efectul vibrațiilor asupra mașinilor

Efectul vibrațiilor asupra mașinilor a dus la necesitatea stabilirii unui anumit nivel limită de vibrații, care trebuie să țină seama de unele criterii ca : durata normată de serviciu, starea tehnică, funcționarea în regim staționar la parametrii proiectați, siguranța în funcționare (fiabilitate, disponibilitate, mentenabilitate).

Din studiile efectuate, se remarcă faptul că au fost elaborate norme sau recomandări privind limitele admisibile la vibrații numai pentru anumite clase de mașini și utilaje. Se poate exemplifica preocuparea continuă pentru studiul vibrațiilor la motoarele termice și electrice, generatoarele electrice acționate ca motoare termice, turbine, turbogeneratoare, grupuri de pompare de mare putere pentru lichide și gaze, ciocane de forjă și mașini-unelte. Mai puțin studiate sînt efectele vibrațiilor asupra aparatajului electric și electronic de comandă ce intră în componența utilajelor, sistemelor de forță și comandă hidrostatice ce echipează utilajele mobile și staționare.

Normele elaborate pînă în prezent, precum și recomandările unor firme sau specialiști în domeniu, au la bază o parte din factorii de influență și anume :

— caracteristicile tehnice ale mașinii sau utilajului (puterea, masa, dimensiunile de gabarit, particularitățile de montaj, felul rezemării elastice de tip „moale" sau „tare") ;

— caracteristicile vibrațiilor generate (armonice, anarmonice, lineare, nelineare, aleatoare etc.) ;

— parametrii siguranței în funcționare (fiabilitatea, disponibilitatea tehnică, mentenabilitatea) ·

— parametrii fluxului tehnologic în care se află integrată mașina sau utilajul (modul de variație a sarcinii, ritmul deservirii fluxului, temperatura de lucru, securitatea de avarii).

Se menționează că toate normele sau recomandările se referă la limita parametrilor cinematici ai vibrațiilor armonice și anume : amplitudinea vitezei, amplitudinea deplasării, valoarea eficace (rms) a vitezei, pulsația sau frecvența. De asemenea, se folosesc diverse calificative de apreciere a funcționării mașinii în directă corelație cu parametrii vibrațiilor, astfel : funcționare bună, foarte bună, acceptabilă, inadmisibilă etc.

Normele sau recomandările din prezenta lucrare reprezintă un anumit stadiu, avînd la bază o vastă acumulare în acest domeniu. Se menționează efortul general al specialiștilor de a îmbunătăți normele existente și de a elabora altele noi pentru grupele de utijlaje mai puțin studiate. În acest context, se înscriu cercetările fundamentale și aplicative care au menirea să elucideze normarea parametrilor vibrațiilor aleatoare, corelația parametrilor vibrațiilor la funcționarea în gol și în sarcină a utilajelor, tipizarea rezemărilor elastice și altele.

a. **Maşini şi utilaje cu rotoare pentru industrii de proces.** Din această categorie fac parte ventilatoarele industriale, turbocompresoarele de gaze, pompele cu palete, maşinile centrifuge folosite în industria chimică, metalurgică şi petrochimică. În figura 4.4 se prezintă diagrama cu valori admisibile ale amplitudinii funcţie de pulsaţia de lucru a maşinii. Valorile admisibile se referă la părţi componente ale maşinii sau utilajului exclusiv lagărele [45]. Pe diagramă sînt trecute şase zone de calificare a funcţionării, zonele *V* şi *VI* fiind periculoase datorită provocării unor avarii cu daune materiale importante.

În vederea aprecierii funcţionării lagărelor unor utilaje din categoria celor enumerate, se foloseşte diagrama din figura 4.5, care limitează vibraţiile lagărelor la valori mult mai restrictive decît în diagrama din figura 4.4.

b. **Maşini şi utilaje de uz general.** Această categorie este foarte eterogenă din punctul de vedere al factorilor de influenţă enumeraţi anterior, fapt ce a făcut ca să existe unele norme şi numeroase recomandări privind limitele admise ale vibraţiilor la aceste maşini. Astfel, pentru vibraţiile admise la maşini cu vibraţii puternice, în lucrările [52, 54, 95] se prezintă mai multe relaţii de calcul şi valori ale amplitudinii funcţie de turaţia agregatului. Pentru vibraţiile armonice de amplitudine *A* şi turaţie *n* ale maşinilor staţionare, au fost reţinute următoarele relaţii de calcul:

$$A = \frac{0,185}{1,75(n/1\,000)}, \text{ mm}; \qquad (4.14)$$

— formula uzinelor „Metropolitan Vickers"

$$A = 0,0789 - 0,1 \lg (n/1\,000), \text{ mm} \qquad (4.15)$$

— formula uzinelor industriei grele din U.R.S.S.

$$A = (346/n)^2, \text{ mm} \qquad (4.16)$$

— formula după „Westinghouse".

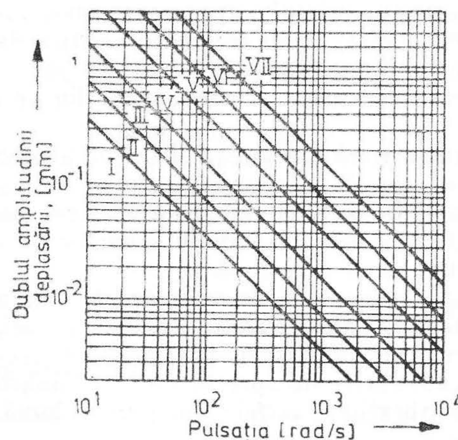


Fig. 4.4. Diagrama limitelor admisibile ale vibraţiilor funcţie de pulsaţie la componentele unor utilaje tehnologice, exclusiv lagărele:

I — funcţionare excepţională; *II* — cea mai bună calitate; *III* — foarte bună; *IV* — normală; *V* — neregulată; *VI* — nesatisfăcătoare; *VII* — necesită oprirea şi corecţia de urgenţă.

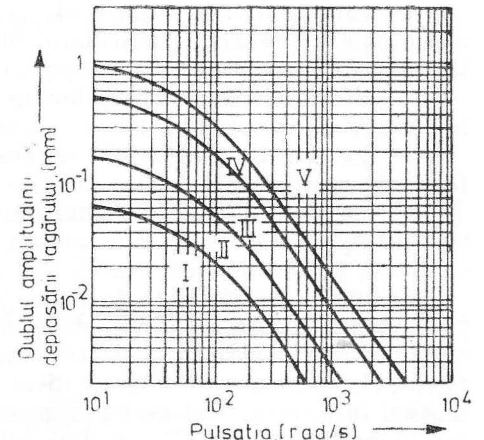


Fig. 4.5. Diagrama limitelor admisibile ale vibraţiilor funcţie de pulsaţie la lagărele utilajelor tehnologice din industriile de proces:

I — funcţionare foarte liniştită; *II* — liniştită; *III* — uşor neregulată; *IV* — neregulată, necesită reglaje; *V* — foarte neregulată, necesită oprirea şi corecţia de urgenţă.

În relaţiile (4.14)...(4.15), s-a notat cu A — amplitudinea admisibilă iar cu n — turaţia maşinii, în rot/min. Valorile amplitudinilor calculate cu ajutorul formulelor (4.14) şi (4.16) sînt prezentate în tabelul 4.1. Se subliniază că în coloanele 3 şi 4 ale tabelului 4.1 sînt prezentate valorile amplitudinii funcţie de turaţie după A. O. Savinov, citat în lucrarea [95], referitor la vibraţiile maşinilor cu mişcare circulară. În aceste coloane se constată o diferenţă între vibraţiile admise pe orizontală cu circa 33—36% mai mari decît cele pe verticală.

Recomandările VDI-Richtlinien 2056 iau în considerare viteza efectivă (eficace) a vibraţiei ca parametru esenţial pentru caracterizarea efectului vibraţiilor asupra maşinilor. În funcţie de viteza eficace, amplitudine şi turaţie, vibraţiile care acţionează asupra componentelor maşinii sînt caracterizate astfel :

a) vibraţii la care se lucrează bine ;

b) vibraţii la care se poate lucra ;

c) vibraţii încă acceptabile ;

d) vibraţii inadmisibile.

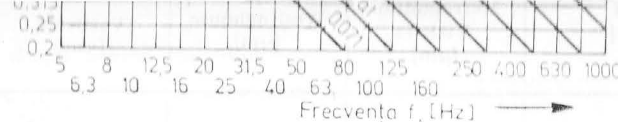


Fig. 4.6. Trepte ale vitezei eficace (rms) la vibrații armonice.

În figura 4.6 este trasată familia liniilor de egală valoare a vitezei eficace (rms) prin marcarea treptelor de sensibilitate de la 0,071 mm/s pînă la 72 mm/s [26]. Pe baza condițiilor de lucru, durabilitate și economicitate impuse, mașinile sînt împărțite în șase clase de sensibilitate la vibrații pentru care se dau limitele admisibile. Astfel „VDI-Richtlinien 2 056" împarte mașinile și aparatele în următoarele grupe :

— grupa K în care sînt cuprinse : subansamblele de acționare a mașinilor (utilajelor) de lucru și de forță acționate cu motoare electrice pînă la 15 kW, mașini staționare sau subansamble ce conțin mase numai în mișcare de rotație fără sisteme elastice de rezemare speciale ;

— grupa M în care sînt cuprinse : mașini și subansamble de utilaje mijlocii (motoare electrice cu putere cuprinsă între 15 și 75 kW) fără a necesita fundații speciale, mașini rotative (cu putere pînă la 300 kW) așezate pe fundații ;

— grupa G în care sînt cuprinse : mașini și subansamble de forță și de lucru cu mișcare de rotație rezemate pe elemente elastice cu rigiditate mare.

Aceste mașini, împreună cu sistemul de rezemare, formează un sistem de pulsație proprie mult mai mare decît pulsația de lucru excitatoare ;

— grupa T în care sînt cuprinse : mașini și subansamble de forță și de lucru cu mase în mișcare de rotație rezemate pe elemente elastice cu rigiditate foarte mică. Aceste mașini împreună cu sistemul de rezemare formează un sistem cu pulsație proprie foarte mică în comparație cu pulsația de lucru excitatoare ;

— grupa D în care sînt cuprinse : mașini și subansamble cu mișcare alternativă rectilinie ce nu pot fi echilibrate suficient, de exemplu : motoare termice, compresoare de aer cu piston etc. Acestea sînt așezate pe fundații cu rezemare elastică de rigiditate foarte mare, care implică funcționarea sistemului mașină-fundație în postrezonanță ;

— grupa S în care sînt cuprinse : mașini neechilibrate dinamic datorită viciilor constructive sau tehnologice, mașini cu acțiune vibrantă, al căror principiu de funcționare constă în generarea vibrațiilor. Din aceste categorii de mașini pot fi exemplificate : pompe centrifuge, transportoare vibratoare, ciururi vibratoare, vibroexcitatoare pentru încercările de laborator, vibratoare cu mase excentrice pentru compactarea betonului (interior și exterior), mese vibrante pentru prefabricate. Legătura elastică a mașinilor din această grupă la fundații sau șasiu trebuie să realizeze un sistem cu pulsație proprie foarte mică în comparație cu pulsația de lucru excitatoare în vederea atingerii unui înalt grad de vibroizolare.

În normele VDI-Richtlinien 2 056, pentru fiecare grupă caracteristică corespunde cîte o diagramă unde se precizează cele patru domenii care caracterizează regimul de vibrații. Aceste diagrame sînt importante sub aspectul tehnic de precizare a domeniului de lucru, astfel :

a) permit stabilirea condițiilor în care funcționează mașina și măsurile de vibroizolare ce se impun pentru a încadra valorile măsurate în domeniul vibrațiilor foarte bune ;

b) pentru un anumit regim de lucru dat, asupra căruia nu se poate acționa, se efectuează încadrarea pentru unul din domeniile menționate.

Astfel în figura 4.7 se reprezintă, după VDI-Richtlinien 2 056, diagrama amplitudine-frecvență ce conține domeniile caracterizate de viteza eficace a vibrațiilor, pentru grupa K. În figura 4.8 se prezintă diagrama pentru grupa M, în figura 4.9 pentru grupa G, iar în figura 4.10 pentru grupa T.

Se constată că grupa K este cea mai restrictivă, iar grupa S cea mai puțin restrictivă, cu mențiunea că normele VDI-2056 se referă la mașinile care lucrează staționar.

c. **Mașini energetice.** Valorile limită ale amplitudinilor vibrațiilor admise pentru turbine și hidroagregate stabilite potrivit STAS 6910-74 pot fi utilizate și pentru pompele și electromotoarele de acționare a agregatelor energetice.

În tabelul 4.2 se dau valorile limită admisibile ale vibrațiilor la agregate energetice, iar în figura 4.11 sînt prezentate curbele care definesc domeniile de funcționare calificate după cum urmează : foarte bine, bine, admisibil și cu supraveghere pînă la prima oprire.

Tabelul 4.2

Valorile limită ale vibrațiilor admisibile pentru turbine și hidroagregate

Curba (din fig. 4.11)	Calificativ în funcționare	Amplitudinea deplasării A, în µm, la turația n												
		60	100	200	400	600	800	1 000	1 500	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000
1	Foarte bine	65	62	55	43	34	27	22	15	12	8	6	5	4
2	Bine	100	96	86	70	58	47	40	27	21	14	11	9	8
3	Admisibil	150	147	136	110	90	76	64	45	33	25	20	15	13
4	Cu suprave-ghere pînă la prima oprire	200	198	182	150	122	104	90	64	48	34	26	21	18

În figura 4.11 față de prevederile standardului a fost trasată curba (linie întreruptă) ce delimitează domeniul *5*. Funcționarea grupurilor de pompare și mai cu seamă a motoarelor hidrostatice cu amplitudine ale vibrațiilor în domeniul *5* a condus la frecvente defecțiuni, în special la sistemul de distribuție a unităților cu pistoane axiale. Pentru regimul de vibrații cuprins în domeniul *5*, au fost scoase complet din funcțiune 10 motoare cu pistoane axiale tip 712 DT, fabricate la IM „Plopeni", care au lucrat cu elemente de antrenare a unui vibrator inerțial unidirecțional cu mase excentrice din dotarea unui compactor vibrator CVA 4—5. Această variantă de acționare a fost schimbată cu un alt sistem de acționare care s-a dovedit a fi corespunzătoare [5].

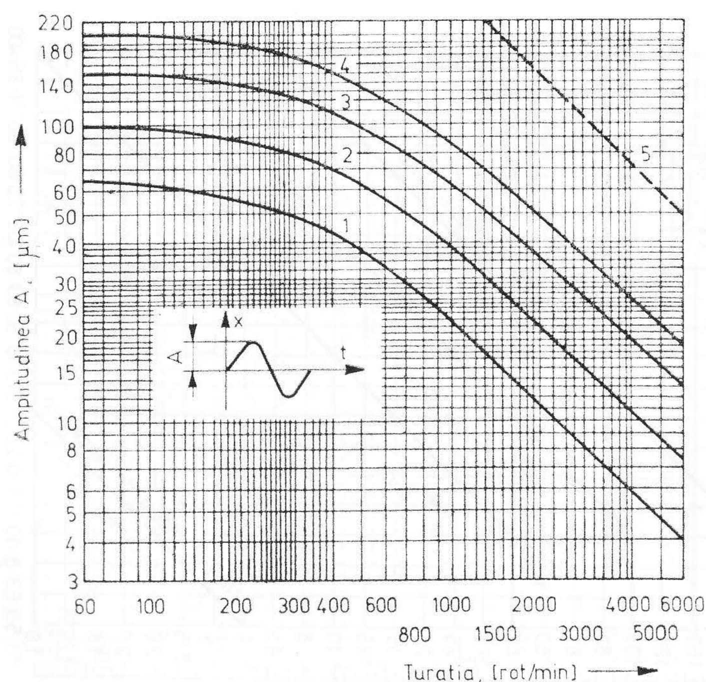


Fig. 4.11. Diagrama limitelor admisibile ale vibrațiilor la turbine și hidroagregate.

Tabelul 4.3

Vibrațiile turbogeneratoarelor la turația n=3 000 rot/min

Nr. crt.	Calificarea funcționării	Amplitudinea deplasării [μm]		
		Pe lagăre	Pe arbore	Pe platformă
1	Excelent	5	25	0,5
2	Bun	10	50	1,0
3	Acceptabil	20	100	2,0
4	Rău	40	200	4,0
5	Periculos	80	400	8,0

Tabelul 4.4

Vibrațiile lagărelor unei turbine cu turația n=3 000 rot/min

Amplitudinea deplasării [μm]	10	20	30	60	peste 80
Calificarea funcționării mașinii	Bun	Acceptabil	Relativ neliniștit	Neliniștit	Foarte neliniștit

În lucrarea [26] se arată că Parvis și Appendino califică funcționarea turbogeneratoarelor după valorile recomandate în tabelul 4.3.

În tabelul 4.4, se dau valorile vibrațiilor limită recomandate, după Rathbone [26], pentru lagărele unei turbine cu turația de 3 000 rot/min.

d. **Mașini electrice.** Calificarea mersului motoarelor electrice în funcțiune este făcută, fie după mărimea amplitudinii deplasării, fie după mărimea valorii maxime a vitezei eficace (rms) a vibrației. Astfel, în figura 4.12 se prezintă nivelul recomandat al vibrațiilor limită propus de firma Schenck-Darmstadt, care indică șase zone de calificare a funcționării motoarelor electrice [26].

Niveluri admisibile de vibrații pentru mașinile de curent alternativ trifazat și curent continuu sînt date în STAS 8681-78, unde se remarcă trei clase de funcționare. Astfel, în tabelul 4.5 se prezintă valorile admisibile maxime ale vitezei eficace (rms) în funcție de turația nominală și înălțimea *H* a arborelui.

e. **Mașini-unelte.** Pentru a asigura un anumit nivel calitativ de prelucrare, mașinile-unelte trebuie să realizeze parametrii scăzuți ai vibrațiilor în timpul lucrului. În tabelul 4.6 se dau unele valori admisibile ale vibrațiilor mașinilor-unelte [26].

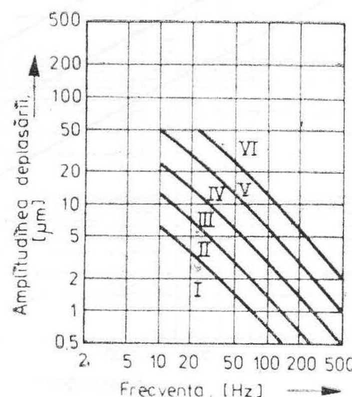


Fig. 4.12. Diagrama limitelor recomandate ale vibrațiilor la motoare electrice în funcțiune: *I* — funcționare foarte bună; *II* — bună; *III* — admisibilă (normală); *IV* — neregulată; *V* — neregulată cu necesitatea reglajelor de echilibrare; *VI* — total neregulată, necesită oprirea în vederea echilibrării.

nivelului de vibrații admisibile, precum și zonele caracteristice de funcționare, iar în tabelul 4.7 se prezintă valorile amplitudinii vibrațiilor funcție de frecvență.

g. **Mașini de construcții.** Ținînd seama de structura actuală și în evoluție a mașinilor de construcții, a fost elaborată diagrama de apreciere a nivelului de vibrații prezentată în figura 4.14. Valorile din diagramă funcție de frecvență sînt date în tabelul 4.8 [21, 95].

Diagrama a fost împărțită în patru zone de nivel a vibrațiilor specificate atît în tabelul 4.8 cît pe figura 4.14.

După măsurarea amplitudinii vibrațiilor, cea mai mare valoare rezultată se plasează pe diagrama din figura 4.14, în vederea încadrării într-una din zonele de funcționare din punct de vedere a nivelului de vibrații.

Se menționează că diagrama din figura 4.14 poate fi utilizată, atît pentru a determina zona nivelului de vibrații și stabilirea regimului de funcționare la vibrații pentru un utilaj dat, cît și pentru a adopta soluția reducerii nivelului vibrațiilor, atunci cînd zona de funcționare este necorespunzătoare.

Tabelul 4.8

Aprecierea nivelului vibrațiilor la mașini de construcții

Frecvența	Amplitudinea deplasării [μm]			

5. Dinamica izolării vibrațiilor

Pe baza analizei structurii constructive și funcționale a mașinilor și utilajelor tehnologice staționare sau autopropulsate, rezultă necesitatea studierii unui număr foarte mare de modele dinamice de calcul. Deoarece fiecare clasă de utilaje, funcție de destinație, trebuie să realizeze un anumit nivel de performanță, se subliniază că, uneori, la același model dinamic de calcul, pot apare cerințe diferite. De aceea, în cele ce urmează s-a încercat o grupare a mașinilor și utilajelor din punct de vedere dinamic, astfel încît să se poată realiza studii unificate pe cîteva modele dinamice.

În acest context, s-au realizat modele dinamice de calcul pentru următoarele categorii :

a) mașini și utilaje care nu utilizează vibrațiile în procesul tehnologic, care pot fi rezemate elastic pe fundație, sau pot fi legate rigid de fundație, formînd o construcție monobloc și care la rîndul ei este rezemată elastic ;

b) mașini și utilaje care utilizează vibrațiile în procesul tehnologic.

Pentru mașinile și utilajele din prima categorie, precum și pentru unele subansamble, s-a adoptat modelul solidului rigid cu șase grade de libertate, rezemat elastic și fără disipare de energie. La majoritatea mașinilor staționare sau a părților componente ale acestora rezemate elastic, se caută evitarea tuturor regimurilor de rezonanță, deci alegerea unor elemente elastice care să asigure pulsații proprii mici comparativ cu armonicele factorului perturbator. Din acest motiv, nu au fost prevăzute elemente disipative în modelul dinamic de calcul.

Mașinile și utilajele cu acțiune vibrantă, din a doua categorie, sînt modelate dinamic ca sisteme cu două sau mai multe grade de libertate, pentru a satisface simultan, atît performanțele tehnice (inclusiv parametrii vibrațiilor de lucru), cît și parametrii izolării antivibratile ale părților ce trebuie protejate.

5.1. Dinamica izolării antivibratile la mașini și utilaje care nu utilizează vibrațiile în procesul tehnologic

Din familia mașinilor ce nu utilizează vibrațiile în procesul tehnologic, sau care au în componență subansamble rezemate elastic, fac parte următoarele : compresoare, generatoare electrice, turbine, tractoare, excavatoare, încărcătoare, autogredere, autoscrepere ș.a. Principalele subansamble rezemate elastic ce trebuie izolate antivibratil sînt : grupul de acționare compus din motor termic-pompă hidraulică, cutiile de viteză, reductoarele, cabinele etc.

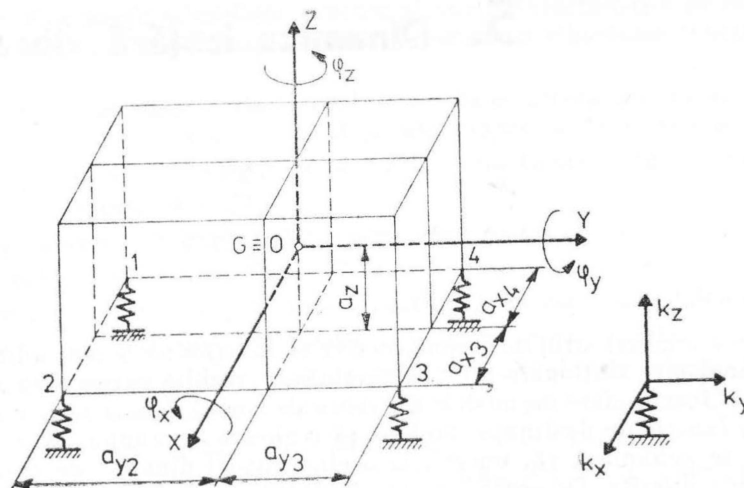


Fig. 5.1. Schema modelului dinamic de calcul pentru o mașină rezemată elastic.

Pentru calculele specifice de izolare antivibratilă, se va considera că fiecare din ansamblele citate poate fi modelat ca un solid rigid cu unul sau două plane de simetrie pe patru reazeme elastice.

5.1.1. Determinarea pulsațiilor proprii ale mașinii modelată ca solid rigid pe patru reazeme elastice. Corpul solid rigid rezemat elastic în patru puncte cu rigidități diferite are șase grade de libertate.

Se consideră sistemul de referință fix $OXYZ$, sistemul de referință mobil $Cx_1y_1z_1$ avînd axele paralele cu ale sistemului fix, iar originea în centrul de masă al solidului, precum și sistemul mobil $Cxyz$ atașat solidului cu originea în centrul de masă C (fig. 5.1).

În cazul micilor oscilații, deplasarea totală a unui punct M_i aparținînd solidului, atunci cînd solidul efectuează o translație și o rotație instantanee, va fi :

$$\bar{u}_i = \bar{u}_c + \bar{\varphi} \times \bar{r}_i. \tag{5.1}$$

Proiectînd vectorul $\bar{r}_i$ pe axele sistemului $Cx_1y_1z_1$, se poate scrie :

$$\bar{r}_i = x_{1i}\bar{i} + y_{1i}\bar{j} + z_{1i}\bar{k}. \tag{5.2}$$

Deoarece rotirea $\bar{\varphi}$ este mică (oscilații mici), se poate considera :

$$x_{1i} = x_i,\ y_{1i} = y_i,\ z_{1i} = z_i,$$

unde x_i, y_i, z_i sînt coordonatele punctului M_i în sistemul de axe atașat solidului. Deci, în cazul unei rotiri mici, avem :

$$\bar{r}_i = x_i\bar{i} + y_i\bar{j} + z_i\bar{k}\ ; \tag{5.3}$$

prin urmare, relația (5.1) poate fi pusă sub forma :

$$\bar{u}_i = X\bar{i} = Y\bar{j} + Z\bar{k} + \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \varphi_x & \varphi_y & \varphi_z \\ x_i & y_i & z_i \end{vmatrix} \tag{5.4}$$

sau condensat, astfel:

$$\bar{u}_i = u_{ix}\bar{i} + u_{iy}\bar{j} + u_{iz}\bar{k},$$

în care:

$$\begin{aligned} u_{ix} &= X + z_i\varphi_y - y_i\varphi_z \\ u_{iy} &= Y + x_i\varphi_z - z_i\varphi_x \\ u_{iz} &= Z + y_i\varphi_x - x_i\varphi_y \end{aligned} \tag{5.5}$$

Prin derivare, în raport cu timpul, relația (5.5) devine:

$$\begin{aligned} v_{ix} &= \dot{X} + z_i\dot{\varphi}_y - y_i\dot{\varphi}_z \\ v_{iy} &= \dot{Y} + x_i\dot{\varphi}_z - z_i\dot{\varphi}_x \\ v_{iz} &= \dot{Z} + y_i\dot{\varphi}_x - x_i\dot{\varphi}_y \end{aligned} \tag{5.6}$$

La derivare s-a ținut seama de faptul că mărimile x_i, y_i, z_i sînt constante, deoarece punctul M_i este fix în raport cu sistemul de axe $Cxyz$ (mobil).

Energia cinetică a sistemului se exprimă astfel:

$$2T = \sum m_i v_i^2 = \sum m_i(v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2) \tag{5.7}$$

sau

$$\begin{aligned} 2T &= \sum m_i(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \dot{\varphi}_x^2 \sum m_i(y_i^2 + z_i^2) + \dot{\varphi}_y^2 \sum m_i(z_i^2 + x_i^2) + \\ &+ \dot{\varphi}_z^2 \sum m_i(x_i^2 + y_i^2) - \dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_y \sum m_i x_i y_i - \dot{\varphi}_y\dot{\varphi}_z \sum m_i y_i z_i - \dot{\varphi}_z\dot{\varphi}_x \sum m_i z_i x_i + \\ &+ \dot{X}(\dot{\varphi}_y \sum m_i z_i - \dot{\varphi}_z \sum m_i y_i) + \dot{Y}(\dot{\varphi}_z \sum m_i x_i - \dot{\varphi}_x \sum m_i z_i) + \\ &+ \dot{Z}(\dot{\varphi}_x \sum m_i y_i - \dot{\varphi}_y \sum m_i x_i). \end{aligned} \tag{5.8}$$

Ținînd seama de relațiile:

$\sum m_i = m$;

$\sum m_i(y_i^2 + z_i^2) = J_x$; $\sum m_i(x_i^2 + z_i^2) = J_y$; $\sum m_i(x_i^2 + y_i^2) = J_z$;

$\sum m_i x_i y_i = J_{xy}$; $\sum m_i x_i z_i = J_{xz}$; $\sum m_i y_i z_i = J_{yz}$;

$\sum m_i x_i = x_c \cdot m = 0$; $\sum m_i y_i = y_c m = 0$; $\sum m_i z_i = z_c m = 0$,

rezultă că expresia (5.8) poate fi scrisă sub forma:

$$\begin{aligned} 2T &= m(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + J_x\dot{\varphi}_x^2 + J_y\dot{\varphi}_y^2 + J_z\dot{\varphi}_z^2 - \\ &- 2(J_{xy}\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_y + J_{xz}\dot{\varphi}_x\dot{\varphi}_z + J_{yz}\dot{\varphi}_y\dot{\varphi}_z). \end{aligned} \tag{5.9}$$

Se consideră că axele Ox, Oy, Oz sînt axe principale centrale de inerție și atunci avem: $J_{xy} = J_{xz} = J_{yz} = 0$,

$$2T = m(\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + J_x\dot{\varphi}_x^2 + J_y\dot{\varphi}_y^2 + J_z\dot{\varphi}_z^2. \tag{5.10}$$

Energia potențială de deformare. Pentru un reazem elastic „i", care are coeficienți de rigiditate după trei direcții ortogonale k_{ix}, k_{iy}, k_{iz}, dublul energiei potențiale de deformare este:

$$2\Pi_i = k_{ix}u_{ix}^2 + k_{iy}u_{iy}^2 + k_{iz}u_{iz}^2, \tag{5.11}$$

iar pentru cele patru reazeme ($i = 4$), avem:

$$2\Pi = 2\sum_{i=1}^{4} \Pi_i = \sum k_{ix}u_{ix}^2 + \sum k_{iy}u_{iy}^2 + \sum k_{iz}u_{iz}^2,$$

sau : $$2\Pi = \sum_{i=1}^{4} k_{ix}(X + z_i\varphi_y - y_i\varphi_z)^2 + \sum_{i=1}^{4} k_{iy}(Y + x_i\varphi_z - z_i\varphi_x)^2 +$$
$$+ \sum_{i=1}^{4} k_{iz}(Z + y_i\varphi_x - x_i\varphi_y), \qquad (5.11')$$

iar sub altă formă dezvoltată va avea expresia :

$$2\Pi = k_{1x}(X + z_1\varphi_y - y_1\varphi_z)^2 + k_{1y}(Y + x_1\varphi_z - z_1\varphi_x)^2 + k_{1z}(Z + y_1\varphi_x - x_1\varphi_y) +$$
$$+ k_{2x}(X + z_2\varphi_y - y_2\varphi_z)^2 + k_{2y}(Y + x_2\varphi_y - z_2\varphi_x)^2 + k_{2z}(Z + y_2\varphi_x - x_2\varphi_y) +$$
$$+ k_{3x}(X + z_3\varphi_y - y_3\varphi_z)^2 + k_{3y}(Y + x_3\varphi_z - z_3\varphi_x)^2 + k_{3z}(Z + y_3\varphi_x - x_3\varphi_y) +$$
$$+ k_{4x}(X + x_4\varphi_y - y_4\varphi_z)^2 + k_{4y}(Y + x_4\varphi_z - z_4\varphi_x)^2 + k_{3z}(Z + y_4\varphi_x - x_4\varphi_y). \qquad (5.11'')$$

Folosind ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, se obține sistemul ecuațiilor diferențiale de mișcare sub forma :

$$m\ddot{X} + X\sum k_{ix} - \varphi_z\sum k_{ix}y_i + \varphi_y\sum k_{ix}z_i = 0;$$
$$m\ddot{Y} + Y\sum k_{iy} - \varphi_x\sum k_{iy}z_i + \varphi_z\sum k_{iy}x_i = 0;$$
$$m\ddot{Z} + Z\sum k_{iz} - \varphi_y\sum k_{iz}x_i + \varphi_x\sum k_i\, y_i = 0;$$
$$J_x\ddot{\varphi}_x + \varphi_x\sum(k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2) + Z\sum k_{iy}z_i - Y\sum k_{iy}x_i -$$
$$- \varphi_y\sum k_{iz}x_iy_i - \varphi_z\sum k_{iy}z_ix_i = 0; \qquad (5.12)$$
$$J_y\ddot{\varphi}_y + \varphi_y\sum(k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) + X\sum k_{iz}x_iz_i - Z\sum k_{iz}x_i -$$
$$- \varphi_z\sum k_{ix}z_iy_i - \varphi_x\sum k_{iz}x_iy_i = 0;$$
$$J_z\ddot{\varphi}_z + \varphi_z\sum(k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) + Y\sum k_{iy}x_i - X\sum k_{ix}y_i -$$
$$- \varphi_x\sum k_{iy}x_iz_i - \varphi_y\sum k_{ix}y_iz_i = 0.$$

a) *Cazul unui corp cu un plan de simetrie rezemat elastic*

Dacă planul de coordonate YOZ al corpului solid este un plan de simetrie, atunci se poate scrie :

$$\sum k_{iy}x_i = 0; \qquad k_{iz}x_i = 0; \qquad k_{iz}x_iy_i = 0; \qquad k_{iy}x_iz_i = 0.$$

Axele elastice principale ale reazemelor elastice sînt paralele cu axele de referință. În acest caz, mișcările reprezentate prin variația coordonatelor, corespunzătoare celor șase grade de libertate, se decuplează în două grupe astfel : mișcările cuplate reprezentate prin variația coordonatelor Y, Z și φ_x și mișcările cuplate reprezentate prin variația coordonatelor X, φ_y și φ_z.

Sistemul de ecuații diferențiale se poate scrie după modurile cuplate, astfel :

$$m\ddot{Y} + Y\sum k_{iy} - \varphi_y\sum k_{iy}z_i = 0;$$
$$m\ddot{Z} + Z\sum k_{iz} + \varphi_x\sum k_{iz}y_i = 0; \qquad (5.13)$$
$$J_x\ddot{\varphi}_x + \varphi_x\sum(k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2) + Z\sum k_{iz}y_i - Y\sum k_{iy}z_i = 0;$$
$$m\ddot{X} - X\sum k_{ix} - \varphi_z\sum k_{ix}y_i + \varphi_y\sum k_{ix}z_i = 0;$$
$$J_y\ddot{\varphi}_y + \varphi_y\sum(k_{iz}x_i^2 + k_{iz}z_i^2) + X\sum k_{ix}z_i - \varphi_z\sum k_{ix}y_iz_i = 0; \qquad (5.14)$$

$$J_z\ddot{\varphi}_z + \varphi_z \sum (k_{iz}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) - X\sum k_{iz}y_i - \varphi_y \sum k_{iz}y_i z_i = 0.$$

Modurile cuplate Y, Z, φ_x

Pentru sistemul (5.13), se caută soluții de forma :

$$Y = A_1\nu_1 \sin (pt + \theta) ;$$
$$Z = A_1\nu_2 \sin (pt + \theta) ; \qquad (5.15)$$
$$\varphi_x = A_1\nu_3 \sin (pt + \theta),$$

care se introduc în sistemul (5.13) și conduc la :

$$\nu_1(-mp^2 + \sum k_{iy}) - \nu_3 \sum k_{iy}z_i = 0 ;$$
$$\nu_2(-mp^2 + \sum k_{iz}) + \nu_3 \sum k_{iz}y_i = 0 ; \qquad (5.16)$$
$$\nu_1 \sum k_{iy}x_i + \nu_2 \sum k_{iz}y_i + \nu_3[-J_x p^2 + \sum (k_{iy}z_i^2 k_{iz}y_i^2)] = 0,$$

iar din condiția de anulare a determinantului sistemului algebric (5.16), rezultă :

$$\left(\frac{1}{m}\sum k_{iy} - p^2\right)\left(\frac{1}{m}\sum k_{iz} - p^2\right)\left[\frac{1}{J_x}\sum (k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2) - p^2\right] -$$
$$(5.17)$$
$$-\left(\frac{1}{m}\sum k_{iy} - p^2\right)(\sum k_{iz}y_i)^2 \frac{1}{mJ_x} - \left(\frac{1}{m}\sum k_{iz} - p^2\right)(\sum k_{iy}z_i)^2 \frac{1}{mJ_x} = 0.$$

Se notează :

$\omega_z^2 = \frac{1}{m}\sum k_{iz}$; ω_z este pulsația proprie a vibrației verticale, după axa OZ, necuplată ;

$\omega_y^2 = \frac{1}{m}\sum k_{iy}$; ω_y — pulsația proprie a vibrației longitudinale, după axa OY, necuplată ;

$\omega_{\varphi_x}^2 = \frac{1}{J_x}\sum (k_{iy}z_i^2 + k_{iz}y_i^2)$; ω_{φ_x} — pulsația proprie a vibrației (galopare, tangaj) în jurul axei OX ;

μ_j, $j = 1, 4$ — coeficienții de cuplaj definiți astfel :

$$\mu_1 = \frac{1}{m}\sum k_{iy}z_i ; \qquad \mu_2 = \frac{1}{J_x}\sum k_{iy}z_i ;$$
$$\mu_3 = \frac{1}{m}\sum k_{iz}y_i ; \qquad \mu_4 = \frac{1}{J_x}\sum k_{iz}y_i .$$

În acest caz, ecuațiile pulsațiilor pot fi scrise astfel :

$$(\omega_y^2 - p^2)(\omega_z^2 - p^2)(\omega_{\varphi_x}^2 - p^2) - (\omega_y^2 - p^2)\mu_1\mu_2 - (\omega_z^2 - p^2)\mu_3\mu_4 = 0 \qquad (5.18)$$

sau

$$p^6 - A_1p^4 + A_2p^2 - A_3 = 0, \qquad (5.18')$$

în care

$$A_1 = \omega_y^2 + \omega_z^2 + \omega_{\varphi_x}^2 ; \qquad (5.19)$$
$$A_2 = \omega_y^2\omega_z^2 + \omega_y^2\omega_{\varphi_x}^2 - \mu_1\mu_2 - \mu_3\mu_4 ; \qquad (5.20)$$
$$A_3 = \omega_y^2\omega_z^2\omega_{\varphi_x}^2 - \omega_z^2\mu_1\mu_2 - \omega_y^2\mu_3\mu_4. \qquad (5.21)$$

Rezolvarea ecuației de gradul 3 în p^2 se efectuează analitic sau grafoanalitic.

Analitic se efectuează substituția : $p^2 = w - (1/3)A_1,$ (5.22)

cu care se obține : $$\omega^3 - 3s_1 w + 2q_1 = 0, \tag{5.23}$$

unde $$s_1 = (A_1/3)^2 - A_2/3\,; \tag{5.24}$$

$$q_1 = (A_1/3)^3 - A_1A_2/(2\cdot 3) + A_3/2. \tag{5.25}$$

Rădăcinile ecuației cubice se determină astfel :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \pm 2\sqrt{s_1}\cos(\gamma_1/3)\,; \\ w_2 &= \pm 2\sqrt{s_1}\cos(60^\circ - \gamma_1/3)\,; \\ \omega_3 &= \pm 2\sqrt{s_1}\cos(60^\circ + \gamma_1/3), \end{aligned} \tag{5.26}$$

unde semnul de sus corespunde pentru $q_1 > 0$, iar cel de jos pentru $q_1 < 0$. Unghiul γ_1 se determină cu formula :

$$\cos\gamma_1 = \frac{|q_1|}{s_1\sqrt{s_1}}\cdot \tag{5.27}$$

Deci pulsațiile se pot exprima astfel :

$$p_1^2 = w_1 - A_1/3\,; \quad p_2^2 = \omega_2 - A_1/3\,; \quad p_3^2 = \omega_3 - A_1/3. \tag{5.28}$$

O metodă grafo-analitică pentru determinarea soluțiilor ecuației cubice de forma celei prezentate se află în lucrările [21, 91]. Pentru aceasta, se calculează mai întîi coeficienții A_1, A_2, A_3 cu relațiile prezentate anterior. În funcție de rapoartele calculate A_2/A_1^2, A_3/A_1^3 se determină pe nomogramă trei valori sub forma p_1/A_1, p_2/A_1, p_3/A_1, de unde se calculează cele trei soluții p_1, p_2, p_3.

Modurile cuplate X, φ_y, φ_z

Pentru sistemul (5.14), se caută soluții de forma (5.15) și, în mod analog, se obține ecuația pulsațiilor sub forma :

$$\begin{aligned} &(-mp^2 + \sum k_{ix})\,]\sum(k_{ix}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) - J_y p^2]\,[\sum(k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) - J_z p^2] + \\ &+ 2(\sum k_{ix}z_i)(\sum k_{ix}y_i)(\sum k_{ix}y_i z_i) - (\sum k_{ix} - mp^2)(\sum k_{ix}y_i z_i)^2 - \\ &- (\sum k_{ix}z_i)^2[\sum(k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) - J_z p^2] - (\sum k_{iy}y_i)^2[\sum(k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) - \\ &- J_y p^2] = 0, \end{aligned} \tag{5.29}$$

sau
$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{m}(\sum k_{ix}) - p^2\right]\left[\frac{1}{J_y}\sum(k_{iu}x_i^2 + k_{ix}x_i^2) - p^2\right]\left[\frac{1}{J_y}\sum(k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) - p^2\right] + \\ &+ 2\frac{1}{m}(\sum k_{ix}y_i)\frac{1}{J_y}(\sum k_{ix}z_i)\frac{1}{J_z}(\sum k_{ix}y_i) - \frac{1}{J_yJ_z}(\sum k_{ix}y_i z_i)\left(\frac{1}{m}\sum k_{ix} - p^2\right) - \\ &- \frac{1}{m}(\sum k_{ix}z_i)\frac{1}{J_y}(\sum k_{ix}z_i)\left[\frac{1}{J_z}\sum(k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2) - p^2\right] - \\ &- \frac{1}{m}(\sum k_{ix}y_i)\frac{1}{J_z}(\sum k_{ix}y_i)\left[\frac{1}{J_y}\sum(k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) - p^2\right] = 0. \end{aligned} \tag{5.30}$$

Se notează : $$\omega_x^2 = \frac{1}{m}\sum k_{ix}\,;$$

ω_x este pulsaţia proprie a mişcării de translaţie necuplată după axa OX;

$$\omega_{\varphi_y}^2 = \frac{1}{J_y} \sum (k_{iz}x_i^2 + k_{iz}x_i^2);$$

ω_y — pulsaţia proprie a mişcării de legănare (ruliu) necuplată în jurul axei OY;

$$\omega_z^2 = \frac{1}{J_z} \sum (k_{ix}y_i^2 + k_{iy}x_i^2);$$

ω_{φ_z} — pulsaţia proprie a vibraţiei de giraţie necuplată în jurul axei OZ.
μ_j, $j = 5 \ldots 10$ — coeficienţi de cuplaj de forma:

$$\mu_5 = \frac{1}{m} \sum k_{ix}z_i; \quad \mu_6 = \frac{1}{J_y} \sum k_{ix}z_i; \quad \mu_7 = \frac{1}{m} \sum k_{ix}y_i;$$

$$\mu_8 = \frac{1}{J_z} \sum k_{ix}y_i; \quad \mu_9 = \frac{1}{J_y} \sum k_{ix}y_iz_i; \quad \mu_{10} = \frac{1}{J_z} \sum k_{ix}y_iz_i.$$

Ecuaţia pulsaţiilor se poate scrie sub forma:

$$p^6 - B_1p^4 + B_2p^2 - B_3 = 0 \tag{5.31}$$

în care $B_1 = \omega_x^2 + \omega_{\varphi_y}^2 + \omega_{\varphi_z}^2$; (5.32)

$$B_2 = \omega_x^2\omega_{\varphi_y}^2 + \omega_x^2\omega_{\varphi_z}^2 + \omega_{\varphi_y}^2\omega_{\varphi_z}^2 - \mu_5\mu_6 - \mu_7\mu_8 - \mu_9\mu_{10}; \tag{5.33}$$

$$B_3 = \omega_x^2\omega_{\varphi_y}^2\omega_{\varphi_z}^2 + 2\mu_6\mu_7\mu_{10} - \omega_x^2\mu_9\mu_{10} - \omega_{\varphi_z}^2\mu_5\mu_6 - \omega_{\varphi_y}^2\mu_7\mu_8. \tag{5.34}$$

Soluţiile p_4, p_5, p_6 ale ecuaţiei (5.31) se determină în mod analog cazului anterior.

Cazul corpului cu un plan de simetrie rezemat pe patru elemente elastice identice

În figura 5.2 este prezentată schema corpului cu un plan de simetrie rezemat pe patru elemente elastice identice. Fiecare element elastic este caracterizat prin coeficienţii de rigiditate după cele trei axe, astfel $k_x = k_y$, k_z.

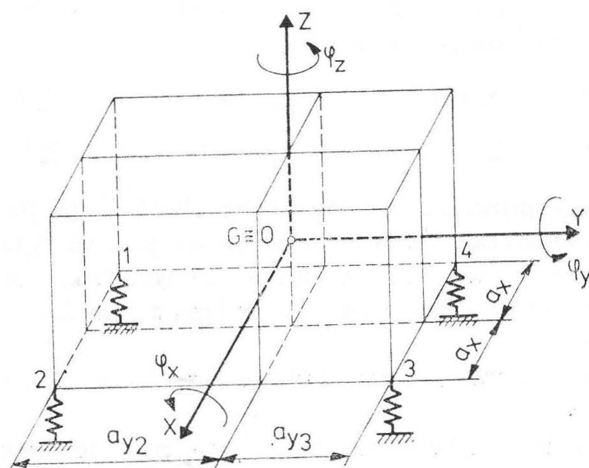


Fig. 5.2. Schema modelului dinamic de calcul pentru o maşină cu un singur plan de simetrie (longitudinal) rezemat pe elemente elastice identice.

Pe baza condițiilor geometrice și elastice impuse, avem următoarele relații :

$$k_{1z} = k_{2z} = k_{3z} = k_{4z} = k_z ;$$

$$\omega_z^2 = 4k_z/m ; \quad \omega_y^2 = 4k_x/m ; \quad \omega_{\varphi_x}^2 = (4k_x a_z^2 + 2k_z\, a_{y2}^2 a_{y3}^2)/J_x ;$$

$$\mu_1 = 4k_x a_z/m ; \quad \mu_2 = 4k_x a_z/I_x ;$$

$$\mu_3 = (-2k_z a_{y2} + 2k_z a_{y3})/m ; \quad \mu_4 = (-2k_z a_{y2} + 2k_z a_{y3}).$$

În acest caz, se obține :

$$A_1 = 4k_x/m + 4k_z/m + (4/J_x)\,[k_x a_z^2 + 2k_z\,(a_{3y}^2 + a_{y2}^2)]. \qquad (5.35)$$

Ținînd seama de expresiile : $\rho_x^2 = J_x/m, \quad \omega_z^2 = 4k_z/m,$ (5.36)

avem : $A_1 = \omega_z^2\,\{1 + k_x/k_z + (1/\rho_x^2)\,[(k_x/k_z)a_z^2 + 2(a_{y2}^2 + a_{y3}^2)]\}$; (5.37)

$$A_2 = (16k_x k_z/m)\,[1/m + (1/J_x)(2a_{y2}^2 + 2a_{y3}^2 + a_z^2)] +$$
$$+ 32\,(k_x^2/mJ_x)(a_{y2}^2 + a_{y3}^2) - 4(k_z^2/mJ_x)\,(a_{y3} - a_{y2})^2, \qquad (5.38)$$

în care se notează : $\rho_x^2 = J_x/m ; \quad \omega_z^2 = 4k_z/m,$

iar, prin înlocuire în (5.38), se obține :

$$A_2 = \omega_z^4[1 + (2a_{y2}^2 + 2a_{y3}^2 + a_z^2)/\rho_x^2]\,k_x/k_z + 2\omega_z^4(a_{y2}^2 + a_{y3}^2)/\rho_x^2 -$$
$$- \omega_z^4(a_{y3} - a_{y2})^2/4\rho_x^2. \qquad (5.39)$$

În mod analog, expresia lui A_3 este de forma :

$$A_3 = \omega_z^6\,[7(a_{y2}^2 + a_{y3}^2) + 2a_{y2}a_{y3}]k_x/k_z\rho_x^2. \qquad (5.40)$$

b) *Cazul corpului cu două plane verticale de simetrie rezemate elastic*

Se consideră că cele două plane de coordonate de simetrie sînt XOZ și YOZ, situație în care se poate scrie :

$$\sum k_{iy}x_i = 0 ; \quad \sum k_{iz}x_i = 0 ; \quad \sum k_{iz}x_i y_i = 0 ; \quad \sum k_{iy}x_i z_i = 0 ;$$

$$\sum k_{ix}y_i = 0 ; \quad \sum k_{iz}y_i = 0 ; \quad \sum k_{iz}y_i z_i = 0 ; \quad \sum k_{ix}y_i z_i = 0.$$

Axele elastice principale ale reazemelor elastice sînt paralele cu axele de referință. În acest caz, mișcările reprezentate prin variația coordonatelor corespunzătoare celor șase grade de libertate se decuplează astfel :

— mișcarea cuplată între translația în lungul axei X și rotația în jurul axei $Y(X,\ \varphi_y)$;

— mișcarea cuplată între translația în lungul axei Y și rotația în jurul axei $X(Y,\ \varphi_x)$;

— mișcarea de translație de-a lungul axei $z(Z)$ independentă de celelalte moduri ;

— mișcarea de rotație în jurul axei $z(\varphi_z)$ independentă de celelalte moduri.

Sistemul de ecuații diferențiale se scrie astfel:

$$
\begin{aligned}
&m\ddot{X} + X\sum k_{ix} + \varphi_y \sum k_{ix} z_i = 0\,; && J_x\ddot{\varphi}_x + \varphi_x \sum k_{iy} z_i^2 - Y\sum k_{iy} z_i = 0\,;\\
&m\ddot{Y} + Y\sum k_{iy} - \varphi_x \sum k_{0y} z_i = 0\,; && J_y\ddot{\varphi}_y + \varphi_y \sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix} z_i^2) +\\
& && + X\sum k_{ix} z_i = 0\,; \qquad (5.41)\\
&m\ddot{Z} + Z\sum k_{iz} = 0\,; && J_z\ddot{\varphi}_z + \varphi_z \sum k_{iy} x_i^2 = 0.
\end{aligned}
$$

Față de modurile de vibrație cuplate și independente, sistemul (5.41) se poate scrie astfel:

$$
\begin{cases}
m\ddot{X} + X\sum k_{ix} + \varphi_y \sum k_{ix} z_i = 0\,;\\
J_y\ddot{\varphi}_y + \varphi_y \sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix} z_i^2) + X\sum k_{ix} z_i = 0.
\end{cases}
\qquad (5.42)
$$

$$
\begin{cases}
m\ddot{Y} + Y\sum k_{iy} - \varphi_x \sum k_{iy} z_i = 0\,;\\
J_x\ddot{\varphi}_x + \varphi_x \sum k_{iy} z_i^2 - Y\sum k_{iy} z_i = 0.
\end{cases}
\qquad (5.43)
$$

$$
\begin{cases}
m\ddot{Z} + Z\sum k_{iz} = 0\,;\\
J_x\varphi_z + \varphi_z \sum k_{iy} x_i^2 = 0.
\end{cases}
\qquad (5.44)
$$

Pentru mișcarea cuplată (X, φ_y) dată de sistemul (5.42), se caută soluții de forma (5.15) și se obține sistemul algebric:

$$
\begin{aligned}
&(-mp^2 + \sum k_{ix})\nu_1 + \nu_2 \sum k_{iz} z_i = 0\,;\\
&\nu_1 \sum k_{ix} z_i + \nu_2 [-J_y p^2 + \sum (k_{iz} x_i^2 + k_{ix} z_i^2)] = 0,
\end{aligned}
\qquad (5.45)
$$

unde se impune condiția ca determinantul să fie nul, de unde se obține ecuația pulsațiilor proprii de forma:

$$
\begin{aligned}
mJ_y p^4 - m\sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2)p^2 - J_y \sum k_{ix} p^2 + \sum k_{ix} \sum (k_{iz} x_i^2 + k_{ix} x_i^2) -\\
- (\sum k_{ix} z_i)^2 = 0.
\end{aligned}
$$

Ținînd seama de $\rho_y^2 = J_y/m$, avem:

$$
\begin{aligned}
&p^4 - p^2\left[\frac{1}{m\rho_y^2}\sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) - \frac{1}{m}\sum k_{ix}\right] +\\
&+ \frac{1}{m^2\rho_y^2}[\sum k_{ix} \sum (k_{iz}x_i^2 + k_{ix}z_i^2) - (\sum k_{iz} z_i)^2] = 0.
\end{aligned}
\qquad (5.46)
$$

Pentru mișcarea cuplată (Y, φ_x) dată de sistemul (5.43), se caută soluții de forma (5.15); în mod analog cazului anterior, se obține ecuația pulsațiilor proprii sub forma:

$$
p^4 - p^2\left(\frac{1}{m\rho_x^2}\sum k_{iy}z_i^2 - \frac{1}{m}\sum k_{iy}\right) + \frac{1}{m^2\rho_x^2}[\sum k_{iy} \sum k_{iy} z_i^2 - (\sum k_{iy} z_i)^2] = 0. \qquad (5.47)
$$

Pentru mișcările independente date de ecuațiile (5.44), se obține:

$$
p^2 = \omega_z^2 = \frac{1}{m}\sum k_{iz}, \qquad (5.48)
$$

pentru mișcarea de-a lungul axei z, iar pentru mișcarea de rotire în jurul axei z avem:

$$
\omega_{\varphi_z}^2 = \frac{1}{m^2\rho_z^2}\sum k_{iy} x_i^2. \qquad (5.49)
$$

Cazul corpului solid rigid cu două plane de simetrie rezemat pe patru elemente elastice identice

Se impune condiția $k_y = k_x$, $k_z \neq k_x$, care conduce la sistemul

$$\begin{cases} m\ddot{X} + 4k_x X + 4a_z k_x \varphi_y = 0 \\ J_y \ddot{\varphi}_y + 4\varphi_y(k_z a_x^2 + k_x a_z^2) + 4k_x a_z = 0, \end{cases} \tag{5.50}$$

iar ecuația pulsațiilor proprii este:

$$\frac{p^4}{\omega_z^4} - \frac{p^2}{\omega_z^2}\left(\frac{a_x^2}{\rho_y^2} + \frac{k_x}{k_z}\cdot\frac{a_z^2}{\rho_y^2} + \frac{k_x}{k_z}\right) + \frac{a_x^2}{\rho_y^2}\cdot\frac{k_x}{k_z} = 0, \tag{5.51}$$

de unde se obțin pulsațiile proprii p_x, p_{φ_y} sub forma:

$$\frac{p^2_{x,\varphi_y}}{\omega_z^2} = \frac{1}{2}\left\{\frac{k_x}{k_z}\left(1 + \frac{a_z^2}{\rho_y^2}\right) + \frac{a_x^2}{\rho_y^2} \pm \sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z}\left(1 + \frac{a_z^2}{\rho_y^2} + \frac{a_x}{\rho_y^2}\right]^2 - 4\frac{k_x}{k_z}\frac{a_x^2}{\rho_y^2}}\right\}, \tag{5.52}$$

unde:

p_{x,φ_y} este pulsația proprie a sistemului în modurile cuplate de rotație φ_y și de translație orizontală x;

ω_z — pulsația proprie a sistemului în modul decuplat de translație verticală.

Cele două valori numerice diferite ale raportului adimensional de pulsație $p_{x,\varphi_y}/\omega_z$ se obțin din ecuația (5.52) corespunzător celor două moduri cuplate discrete de vibrație.

Relația (5.52) mai poate fi scrisă și sub forma:

$$\frac{p_{x,\varphi_y}}{\omega_z}\cdot\frac{\rho_y}{a_x} = \left\{\frac{1}{2}\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{\rho_y}{a_x}\right)\left(1 + \frac{a_z^2}{\rho^2}\right) + 1 \pm \sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{\rho_y}{a_z}\right)^2\left(1 + \frac{a_z^2}{\rho_y^2} + 1\right]^2 - 4\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{\rho_y}{a_x}\right)^2}\right\}^{1/2} \tag{5.53}$$

Se constată că raportul dintre pulsația proprie într-un mod cuplat și pulsația proprie în modul de translație vertical este în funcție de trei rapoarte adimensionale și anume: ρ_y/a_x, a_z/ρ_y, k_x/k_z.

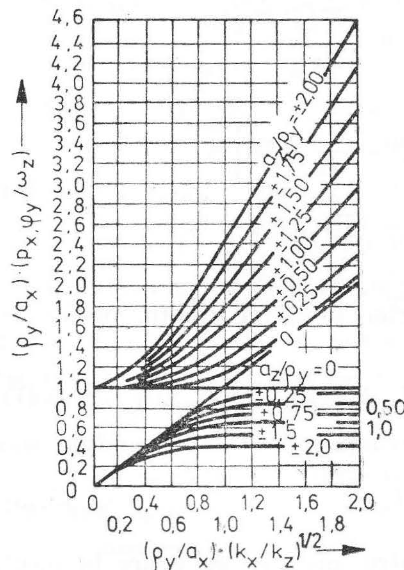


Fig. 5.3. Curbele de variație ale raportului $\rho_y p_{x,\varphi_y}/\omega_z a_x$ funcție de $(\rho_y/a_x)(k_x/k_z)^{1/2}$ și parametrul a_z/ρ_y.

Două dintre aceste rapoarte leagă raza de girație ρ_y de dimensiunile a_x și a_z, iar al treilea raport realizează legătura dintre rigiditatea orizontală și cea verticală (fig. 5.3).

Relația (5.53), reprezentată grafic în figura 5.3, exprimă familia de curbe ce are pe ordonată raportul adimensional (ρ_y/a_x) $(p_x, \varphi_y/\omega_z)$, pe abscisă raportul adimensional $(\rho_y/a_x)(k_x/k_z)^{1/2}$, iar a_z/ρ_y parametrul familiei de curbe.

Cele două linii drepte din diagramă, corespunzătoare raportului adimensional $a_z/\rho_y = 0$, reprezintă pulsațiile proprii din modurile decuplate de vibrație. Constructiv, această condiție poate fi îndeplinită atunci cînd $a_z = 0$, adică atunci cînd capetele elementelor elastice sînt situate într-un plan orizontal care conține centul de greutate al mașinii.

Dreapta orizontală pentru care ordonata este egală cu unitatea reprezintă pulsaţia proprie a sistemului în modul de rotaţie.

Dreapta înclinată corespunzătoare valorii $a_z/\rho_y = 0$ reprezintă pulsaţia proprie a sistemului în translaţie orizontală.

Calcularea pulsaţiilor proprii cuplate ale unui corp rigid pe suporţi elastici cu ecuaţia (5.53) este destul de laborioasă, de aceea este avantajoasă utilizarea mijloacelor grafice. Pentru cazuri generale, ambele pulsaţii proprii cuplate se pot obţine din diagrama prezentulntată în figura 5.3. În situaţia în care raportul k_x/k_z este dat pentru un anumit sistem elastic, este posibil să se aleagă valorile optime ale raportului pulsaţiilor p_x, φ_y/ω_z prin determinarea poziţiilor elementelor elastice (adică a distanţelor a_x şi a_z). Aceasta se obţine cu ajutorul diagramelor spaţiale. Pentru a obţine diagramele spaţiale din ecuaţia (5.52), este necesar a separa cele două soluţii, dintre care una este supraunitară, iar cealaltă subunitară. Se notează p_M/ω_z soluţia cea mai mare corespunzător semnului plus din faţa radicalului şi ecuaţia (5.51) se poate scrie sub forma :

$$\frac{(a_x/\rho_y)^2}{(p_M/\omega_z)^2} + \frac{(a_z/\rho_x)^2}{(k_z/k_x)(p_M/\omega_z)^2} = 1. \qquad (5.54)$$

Ecuaţia (5.54) reprezintă familia de elipse cu parametrul k_x/k_z. În figurile 5.4...5.6 este reprezentată grafic familia de elipse pentru trei valori ale raportului rigidităţii $k_x/k_z = 0{,}5$; 1 ; 2 şi funcţie de raportul $p_M/\omega_z = 0{,}75$; 1, 0 ; 2,0 ; 3,0 ; 4,0. Diagramele eliptice sînt folosite pentru determinarea coordonatelor a_x şi a_z, atunci cînd raportul k_x/k_z este constant (impus) pentru a realiza valoarea aleasă a lui p_m.

Pentru rădăcina cea mai mică p_m/ω_z a ecuaţiei (5.52) asociată cu semnul din faţa radicalului, avem :

$$\frac{(a_x/\rho_x)^2}{(p_m/\omega_z)^2} + \frac{(a_z/\rho_y)^2}{1-(k_z/k_x)(p_m/\omega_z)^2} = 1. \qquad (5.55)$$

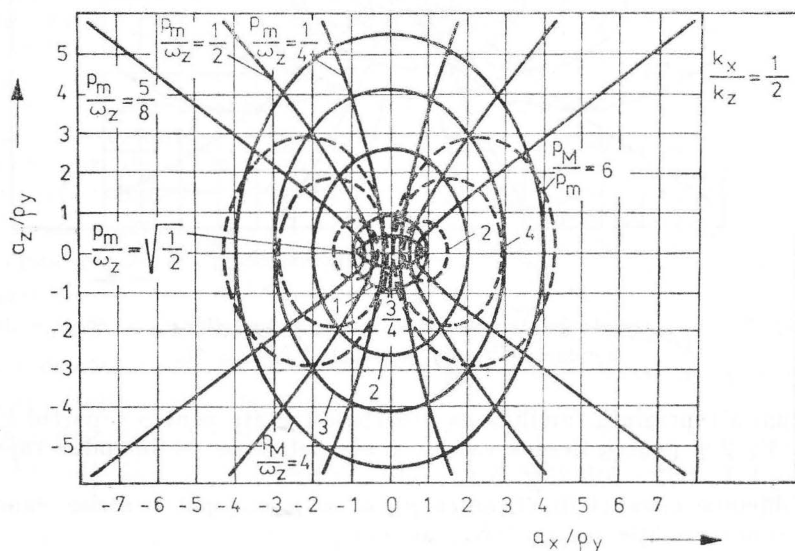


Fig. 5.4. Diagramele pentru determinarea parametrilor a_x, a_z funcţie de rapoartele $p_M/\omega_z, p_m/\omega_z$ cînd $k_x/k_z = 0{,}5$.

Această ecuație reprezintă o familie de elipse avînd ca parametri $p_M/p_m = 0{,}5$; $1{,}0$; 2; 3..., pentru o valoare dată a lui k_x/k_z, de unde rezultă a_x/ρ_y sau a/ρ_y.

Metoda pentru determinarea pulsațiilor proprii în modurile cuplate, rezumată în curbele din figura 5.3 reprezintă un studiu riguros dacă există simetria presupusă.

În acest caz, metoda este oarecum indirectă, deoarece raportul ρ_y/a_z apare atît în expresia ordonatei cît și a abscisei.

În vederea determinării mai rapide a parametrilor antivibratili, relațiile de mai sus pot fi utilizate într-o formă simplificată, dacă se adoptă următoarele ipoteze :

a) mașina rezemată elastic poate fi considerată ca un cub echivalent avînd masa uniform distribuită ;

b) elementele elastice sînt situate la cele patru colțuri inferioare ale cubului ;

c) înălțimea elementelor elastice este mică comparativ cu latura cubului astfel încît poate fi neglijată.

Pe baza acestor ipoteze, ecuația (5.53) se poate scrie sub forma :

$$\frac{p_x, \varphi_y}{\omega_z} = \left\{\frac{1}{2} \cdot \frac{4\lambda_k\lambda_l^2 + \lambda_k + 3}{\lambda_l^2 + 1} \pm \left[\left(\frac{4\lambda_k\lambda_l^2 + \lambda_k + 3}{\lambda_l^2 + 1}\right)^2 - \frac{12\lambda_k}{\lambda_l^2 + 1}\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \quad (5.57)$$

unde $\lambda_k = k_x/k_z$ este raportul dintre rigiditatea orizontală și cea verticală ; $\lambda_l = a_z/a_x$ — raportul dintre înălțimea și lățimea mașinii.

Reprezentarea grafică a acestei relații este dată în figura 5.7, unde s-a considerat λ_l drept variabilă curentă, iar λ_k — parametrul familiei de curbe.

Pe baza familiei de curbe din figura 5.7, se desprind următoarele concluzii :

— cele două valori ale pulsației proprii, adică $(p_x, \varphi_y/\omega_z)_{min}$ și $(p_x, \varphi_y/\omega_z)_{max}$, tind să devină minime pentru orice valoare a parametrului adimensional λ_l, dacă raportul adimensional λ_k este mic ($\lambda_k \leqslant 0{,}5$). Așadar, pentru a obține pulsații proprii la valori mici (joase), este necesar a se folosi elemente elastice a căror rigiditate în direcție orizontală să fie mai mică decît rigiditatea în direcție verticală. Sînt situații cînd rigiditatea mică pe direcție orizontală poate duce la o stabilitate proastă a sistemului de rezemare. Adoptarea unei soluții tehnice convenabile între găsirea parametrilor de izolare antivibratilă și stabilitatea sistemului determină condițiile de optimum ce trebuie respectate la proiectare și execuție ;

— dacă raportul adimensional λ_l crește, atunci cea mai mică valoare dintre pulsațiile proprii cuplate descrește. În acest caz, una din pulsațiile proprii cuplate tinde să devină foarte mare dacă rigiditatea orizontală este mai mare decît cea verticală, adică $\lambda_k > 1$ și $\lambda_l > 1$. Se constată că

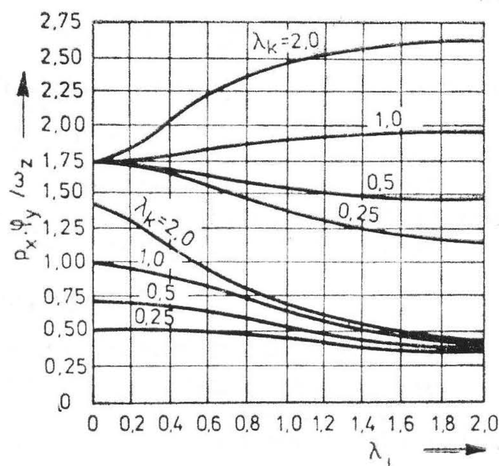


Fig. 5.7. Curbele de variație ale pulsațiilor proprii cuplate $p_x, \varphi_y/\omega_z$ funcție de λ_l și parametrul λ_k.

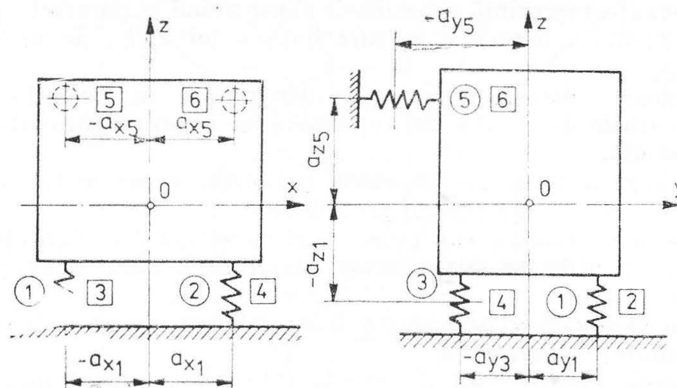


Fig. 5.8. Schema de calcul pentru o mașină cu un plan vertical de simetrie yOz rezemată elastic în șase puncte dispuse în plane ortogonale.

pentru $\lambda_i > 0{,}5$, diferența dintre valorile celor două pulsații proprii cuplate crește pe măsură ce λ_k, de asemenea, crește.

Cazul unui corp cu un plan de simetrie pe șase reazeme elastice așezate în două plane ortogonale

Se consideră mașina împreună cu montajul său și echipamentele auxiliare ca fiind rezemată elastic în șase puncte, așa cum rezultă și din figura 5.8. S-a notat cu yOz planul vertical de simetrie. Deoarece grupurile de rezemare elastică sînt paralele cu axele z și y, rezultă că nu există constante elastice după direcția x, adică $k_x = 0$. Din acest motiv, sîntem în situația vibrațiilor cuplate, corespunzînd gradelor de libertate grupate astfel: Y, Z, φ_x și X, φ_y, φ_z, conform ecuațiilor (5.13) și (5.14). Așa cum s-a arătat anterior, rezultă că, pentru fiecare grup de trei mișcări cuplate, urmează a se rezolva ecuațiile de gradul șase exprimate prin (5.18) și (5.31), care pot fi aduse sub forma unitară, astfel:

$$(p/p_z)^6 - P(p/p_z)^4 + Q(p/p_z)^2 - R = 0, \tag{5.58}$$

unde p_z este o mărime convențională dată de

$$p_z = \sqrt{\sum k_z/m}. \tag{5.59}$$

Mărimea p_z nu reprezintă pulsația proprie după modul propriu de vibrație z, deoarece acesta este cuplat cu celelalte două moduri Y și φ_x.

Coeficienții P, Q, R, pentru mișcările cuplate Y, Z și φ_x, au expresiile:

$$P = 1 + (\sum k_y)/(\sum k_z) + D_{zx}; \tag{5.60}$$

$$Q = D_{zx} + (\sum k_y)(1 + D_{zx})/\sum k_z - [(\sum k_y a_z)^2 (\sum k_z a_y)^2]/(\sum k_z)^2 \rho_x^2; \tag{5.61}$$

$$R = (\sum k_y)[D_{zx} - (\sum k_z a_y)^2]/(\sum k_z)^2 \rho_x^2/(\sum k_z) - (\sum k_y a_z)^2/(\sum k_z)\rho_x^2, \tag{5.62}$$

unde s-a folosit notația

$$D_{zx} = (\sum k_y a_z^2 + \sum k_z a_y^2)/(\sum k_z)\rho_x^2. \tag{5.63}$$

Prin ρ_x se notează raza de inerție a întregului ansamblu în raport cu axa Ox.

Pentru mişcările cuplate X, φ_y şi φ_z, coeficienţii P, Q, R au expresiile :

$$P = (\sum k_x)/(\sum k_z) + D_{zy} + D_{zz} ; \tag{5.64}$$

$$Q = (\sum k_x)(D_{zy} + D_{zz})/(\sum k_z) + D_{zy}D_{zz} - (\sum k_x a_z)^2/(\sum k_z)^2\rho_y^2 - \\ - (\sum k_x a_y)^2/(\sum k_z)^2\rho_z^2 - (\sum k_x a_y a_z)^2/(\sum k_z)^2\rho_y^2\rho_x^2 ; \tag{5.65}$$

$$R = (\sum k_x)[D_{zy}D_{zz} - (\sum k_x a_y a_z)^2/(\sum k_z)^2\rho_y^2\rho_z^2/(\sum k_z) - \\ - (\sum k_x a_y)^2 D_{zy}/(\sum k_z)^2\cdot\rho_z^2 - (\sum k_x a_z)^2 D_{zz}/(\sum k_z)^2\rho_y^2 + \\ + 2(\sum k_x a_y)(\sum k_x a_z)(\sum k_x a_y a_z)/(\sum k_z)^3\rho_y^2\rho_z^2, \tag{5.66}$$

în care s-au folosit următoarele notaţii :

$$D_{zy} = [\sum k_z a_z^2 + \sum k_z a_x^2]/(\sum k_z)\rho_y^2 ; \tag{5.67}$$

$$D_{zz} = [\sum k_x a_y^2 + \sum k_y a_x^2]/(\sum k_z)\rho_z^2, \tag{5.68}$$

unde ρ_y şi ρ_z sînt razele de inerţie faţă de axele Oy şi, respectiv, Oz ale întregului ansamblu rezemat elastic.

Cazul unei maşini cu două plane verticale de simetrie rezemată elastic pe patru grupuri de izolare înclinate

Pentru a obţine rezultate avantajoase din punct de vedere antivibratil, unele subansamble, grupuri sau echipamente, care sînt structurate constructiv după două plane de simetrie verticale xOz şi yOz, se reazemă elastic pe izolatori înclinaţi. Astfel, axele de coordonate $Oxyz$ se aleg paralele cu axele principale de inerţie ale corpului, iar centrul elastic E se consideră în originea sistemului de axe O şi decalat faţă de centrul de masă cu distanţa $OC = e$.

Axele elastice principale c şi f ale izolatorilor sînt paralele cu planul figurii şi înclinate în raport cu axele de coordonate, aşa cum se arată în figura 5.9. Rigiditatea fiecărui grup de izolare în direcţia axei principale se notează cu k_c (la compresiune) şi k_f (la forfecare). Se subliniază că centrul elastic $E \equiv 0$ se află la intersecţia axelor elastice. Acestea au proprietatea că, dacă se aplică o forţă pe direcţia unei axe elastice, atunci corpul, iniţial aflat în repaus, va intra într-o mişcare de translaţie după axa respectivă, în mod analog, dacă se

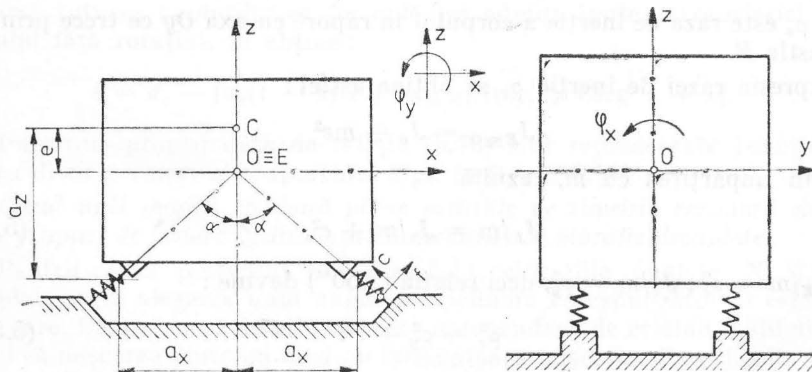


Fig. 5.9. Schema de rezemare elastică a unei maşini pe patru grupuri de izolare ale căror axe elastice sînt înclinate cu unghiul α faţă de verticală, iar centrul elastic E este deplasat cu distanţa e faţă de centrul de masă C.

aplică un cuplu de forțe dirijat după o axă elastică, atunci corpul va intra într-o mișcare de rotație în jurul axei respective.

Datorită simetriei sistemului sînt cuplate numai vibrațiile de translație de-a lungul axei Ox și de rotație în jurul axei Oy, deci grupul de coordonate X, φ_y, conform relației (5.50).

Pulsația proprie a vibrațiilor de-a lungul axei Oz este dată de relația :

$$p_z = \sqrt{k_{tz}/m}, \qquad (5.59')$$

unde k_{tz} este coeficientul de rigiditate total după axa Oz, echivalent celor patru izolatori ; m — masa totală a corpului rezemat.

Coeficientul de rigiditate k_{tz} se scrie funcție de înclinarea izolatorilor elastici astfel [9, 21, 26, 41, 45] :

$$k_{tz} = 4(k_c \cos^2 \alpha + k_f \sin^2 \alpha), \qquad (5.59'')$$

în care k_c este coeficientul de rigiditate al izolatorului în lungul axei de compresiune ; k_f — coeficientul de rigiditate a izolatorului în lungul axei conținută în planul de forfecare (lunecare).

Pulsația proprie vibrațiilor după axa O_t este :

$$p_z = \{(4k_c/m)[\cos^2 \alpha + (k_c/k_f)\sin^2 \alpha]\}^{1/2}, \qquad (5.59''')$$

sau, notînd $p_c^2 = 4k_c/m$ pulsația convențională, avem :

$$p_z = p_c[\cos^2 \alpha + (k_c/k_f) \sin^2 \alpha]^{1/2}. \qquad (5.59'''')$$

Pentru a determina pulsațiile proprii ale modurilor cuplate X, φ_y, se vor scrie ecuațiile diferențiale ale mișcării, aplicînd, în mod succesiv, teorema mișcării centrului de masă pe direcția axei Ox și teorema momentului cinetic în raport cu axa Oy. Ținînd seama că deplasarea instantanee a centrului de masă după direcția axei Ox este $x—e\varphi_y$, iar sarcinile exterioare aplicate corpului sînt $—k_x x$ pentru translație și $—k_\varphi \varphi_y$ pentru rotația în jurul axei Oy, avem :

$$\begin{aligned} m(\ddot{x} - e\ddot{\varphi}_y) &= -k_x x \,; \\ m\rho_e \ddot{\varphi}_y - me\ddot{x} &= -k_\varphi \varphi_y, \end{aligned} \qquad (5.50')$$

în care ρ_e este raza de inerție a corpului în raport cu axa Oy ce trece prin centrul elastic E.

Expresia razei de inerție ρ_e se obține astfel :

$$J_{E \equiv O} = J_c + me^2$$

sau, prin împărțirea cu m, rezultă

$$J_E/m = J_c/m + e^2, \qquad (5.50'')$$

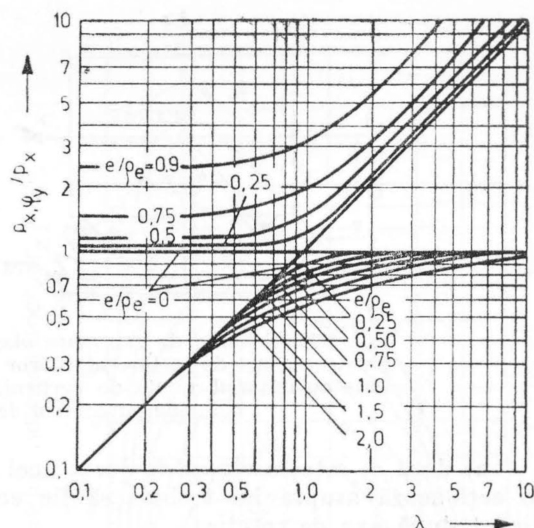
unde $J_E/m = \rho_e^2$; $J_c/m = \rho_y^2$, deci relația (5.50'') devine :

$$\rho_e^2 = \rho_y^2 + e^2. \qquad (5.50''')$$

Alegînd soluții de forma $x = x_0 \sin (pt + \theta_1)$, $\varphi_y = \varphi_0 \sin (pt + \theta_2)$ pentru ecuațiile diferențiale (5.50'), rezultă ecuația pulsațiilor proprii sub forma :

$$\rho_e^2(p^2 - p_\varphi^2)(p^2 - p_x^2) - p^4 e^2 = 0, \qquad (5.50'''')$$

Fig. 5.10. Curbele ce reprezintă raportul $p_{x,\varphi}/p_x$ dintre modurile cuplate X, φ_y și pulsația p_x din modul de vibrație orizontal, axa Ox, decuplat, funcție de variabila adimensională λ și parametrul e/ρ_e.



unde s-au folosit următoarele notații:

$$p_x = \sqrt{k_{tx}/m} = [4(k_c \sin^2 \alpha + k_f \cos^2 \alpha)/m]^{1/2};$$

$$p_\varphi = \sqrt{k_\varphi/m\rho_e^2} = (a_x/\rho_e)\ \sqrt{4\,k_c k_f/m/(k_c \sin^2 \alpha + k_f \cos^2 \alpha)}. \quad (5.69)$$

Prin rezolvarea ecuației (5.67), se obține:

$$p_{x\varphi} = p_x\{[1 + \lambda^2 \pm \sqrt{(1+\lambda^2)^2 - 4\lambda^2[1-(e/\rho_e)^2]}]/2[1-(e/\rho_e)^2]\}^{1/2}, \quad (5.70)$$

în care λ este o mărime adimensională, a cărei expresie este de forma:

$$\lambda = [(a_x/\rho_e)\sqrt{k_c/k_f}]/[\cos^2 \alpha + (k_c/k_f)\sin^2 \alpha]. \quad (5.71)$$

Pe baza definiției axei elastice, dată anterior, se poate determina expresia distanței e, generînd o deplasare mică de-a lungul axei x și punînd condiția ca suma tuturor cuplurilor să fie nulă (se admite ipoteza translației pure a corpului fără rotație), se obține:

$$e = a_z - [a_x(1 - k_f/k_c)\ \mathrm{cotg}\ \alpha]/[(k_f/k_c)\ \mathrm{cotg}^2\ \alpha + 1]. \quad (5.72)$$

Pulsațiile proprii date de relația (5.70) sînt reprezentate funcție de λ, pentru diverse valori ale raportului e/ρ_e, în figura 5.10.

Cazul unei mașini cu două plane verticale de simetrie rezemată elastic pe patru grupuri de izolare înclinate și cu modurile de vibrație decuplate

Pentru cazul prezentat în figura 5.11, vibrațiile cuplate X, φ_y pot fi decuplate, prin alegerea unui unghi de înclinare corespunzător al celor patru izolatoare. Fiecare mod de vibrație este independent de celălalt, subliniindu-se faptul că mișcarea dintr-un mod nu influențează mișcarea din celelalte moduri. Condițiile necesare pentru decuplarea modurilor proprii sînt următoarele:

a) dacă se deplasează corpul într-o mișcare rectilinie, atunci rezultanta forțelor ce acționează asupra lui trebuie să fie paralelă cu direcția de mișcare și să treacă prin centrul de masă al corpului;

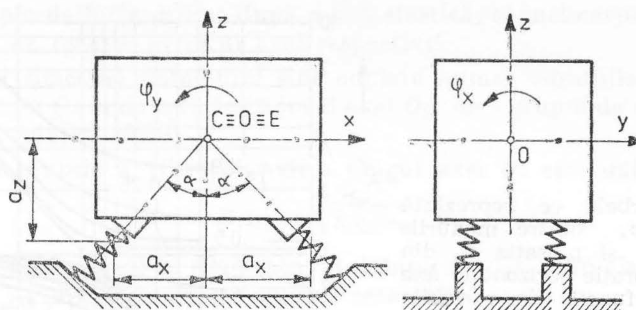


Fig. 5.11. Schema de rezemare elastică a unei maşini pe patru grupuri de izolare ale căror axe elastice sînt înclinate cu unghiul α faţă de verticală, iar centrul elastic E coincide cu centrul de masă C.

b) dacă se roteşte corpul în jurul unei axe, atunci rezultanta cuplurilor ce acţionează asupra lui trebuie să fie echivalentă cu un vector-moment dirijat după axa de rotaţie.

Pulsaţiile proprii ale unui sistem cu mai multe grade de libertate pot fi egalate numai prin decuplarea modurilor normale de vibraţie adică impunînd condiţia $a_z = 0$ în figura 5.2.

Pulsaţiile proprii în modurile decuplate sînt evidenţiate în figura 5.3, prin cele două drepte corespunzătoare parametrului adimensional $a_z/\rho_y = 0$. Se constată că pulsaţiile proprii de translaţie după axa Ox şi de rotaţie în jurul axei Oy devin egale la intersecţia celor două drepte, adică atunci cînd avem $a_z/\rho_y = 0$; $k_x/k_z = 1$ şi $\rho_y/a_x = 1$. Aceasta înseamnă că izolatorii sînt amplasaţi într-un plan ce trece prin centrul de masă al maşinii, iar distanţa dintre izolatori este de două ori mai mare decît raza de inerţie a maşinii şi, în final, că rigiditatea fiecărui izolator pe direcţiile axelor Ox şi Oz este aceeaşi ca valoare.

În situaţia în care izolatorii nu pot fi amplasaţi într-un plan ce conţine centrul de masă al maşinii, decuplarea se poate realiza prin înclinarea izolatorilor. Astfel, pentru cazul analizat anterior şi reprezentat în figura 5.10, se poate realiza decuplarea modurilor proprii dacă axele elastice ale sistemului trec prin centrul de masă, adică dacă $E \equiv C \equiv O$. În acest caz, modurile de translaţie sînt decuplate de modurile de rotaţie, deoarece forţa de inerţie a sistemului este aplicată în centrul elastic şi deci este eliminată tendinţa de rotaţie a acestuia.

Pentru ca centrul elastic E să coincidă cu centrul de masă C, este necesar ca $e = 0$, adică să fie îndeplinită condiţia de decuplare. Pe această bază ($e = 0$), din relaţia (5.72), avem :

$$\frac{k_e}{k_f} = \frac{(a_x/a_z) + \operatorname{cotg}\alpha}{(a_x/a_z) - \operatorname{tg}\alpha}, \tag{5.73}$$

care mai poate fi pusă şi sub forma :

$$\frac{a_z}{a_x} = \frac{(1 - k_f/k_e)\operatorname{cotg}\alpha}{1 + (k_f/k_e)\operatorname{cotg}^2\alpha}. \tag{5.74}$$

Relaţia (5.74) este reprezentată grafic în figura 5.12, unde se poate constata că, pentru orice valori ale raportului k_f/k_e şi a_z/a_x, rezultă cîte două va-

lori ale unghiului α de înclinare pentru care se realizează decuplarea modurilor X şi ρ_y.

Pentru un astfel de sistem, în figura 5.10, decuplarea are loc pentru $e/\rho_c = 0$ reprezentate prin liniile orizontală (decuplarea modului de vibraţie după axa Ox) şi înclinată (decuplarea modului de vibraţie la rotaţia în jurul axei O_y).

Se menţionează că modurile proprii de translaţie şi rotaţie referitoare la axa Oz sînt decuplate, cu pulsaţia proprie p_z dată de relaţia (5.59'''') şi respectiv, pulsaţia proprie $p_{\varphi z}$ de forma :

$$p_{\varphi z} = p_c[(k_f/k_c \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$
$$(a_x/\rho_z)^2 + (k'_f/k_c)(a_x/\rho_z)^2]^{1/2}, \quad (5.75)$$

în care k'_f este coeficientul de rigiditate echivalent, la forfecare, după direcţia normală la planul xOz.

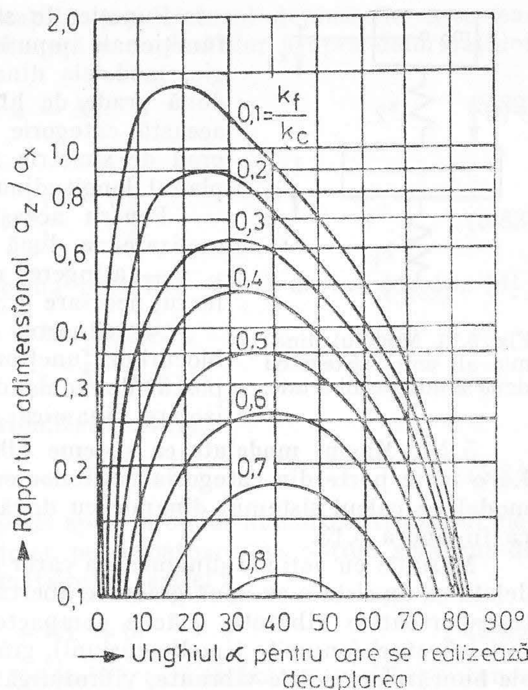


Fig. 5.12. Curbele de variaţie a raportului a_z/a_x funcţie de unghiul de înclinare α şi de parametrul k_f/k_c pentru care se realizează decuplarea vibraţiilor în modurile X şi φ_y.

În cazul în care se realizează decuplarea modurilor X, φ_y conform relaţiei (5.73) sau (5.74), se vor obţine mişcări de vibraţie independente cu pulsaţiile :

$$p_x = p_c[(k_f/k_c) \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha]^{1/2} ; \quad (5.76)$$

$$p_{\varphi_y} = (a_x/\rho_y)p_c\{[(k_c/k_f)\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha]^{-1}\}^{1/2}. \quad (5.77)$$

5.2. Dinamica izolării antivibratile la maşinile cu acţiune vibrantă

Maşinile cu acţiune vibrantă au la bază drept principiu de funcţionare utilizarea vibraţiilor în procesul tehnologic. Din această categorie fac parte maşinile şi utilajele vibrante integrate în fluxurile tehnologice ale industriilor de proces (chimică, petrochimică, materiale de construcţii, minerit, metalurgie) şi în tehnologiile specifice ramurilor construcţii şi construcţii de maşini.

La aceste maşini, încă din concepţie se rezolvă problema fundamentală de realizare a regimului de vibraţii necesar executării tehnologiei, simultan cu izolarea antivibratilă a blocurilor funcţionale ce trebuie protejate împotriva vibraţiilor. Pentru aceasta, în vederea realizării studiului regimului de vibraţii, maşinile cu acţiune vibrantă trebuie grupate în tipodimensiuni unificate, avînd drept criteriu de bază modelarea dinamică.

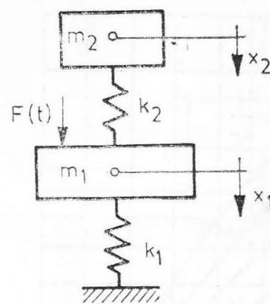


Fig. 5.13. Modelul dinamic al unui sistem cu două grade de libertate.

Funcție de structura constructivă și cerințele funcționale impuse de realizarea procesului tehnologic, modelele dinamice de calcul au mai mult de două grade de libertate. În general, mașinile din această categorie se caracterizează printr-un înalt grad de simetrie masică și geometrică în raport cu planul longitudinal median.

Pentru această clasă de mașină, se impune realizarea a două condiții contradictorii și anume :

— atingerea nivelului de vibrații la organul de lucru, necesare procesului tehnologic ;

— reducerea nivelului de vibrații transmise blocurilor funcționale ale mașinii și mecanicului la postul de comandă, folosind metode adecvate de izolare dinamică antivibratilă.

5.2.1. **Mașini modelate ca sisteme vibrante cu două grade de libertate.** La o mare parte din categoria mașinilor cu acțiune vibrantă, s-a adoptat ca model de calcul sistemul dinamic cu două mase și două grade de libertate, ca în figura 5.13.

Mașinile cu acțiune dinamică, a căror comportare dinamică poate fi modelată ca un sistem cu două grade de libertate, sînt : alimentatoarele vibrante, transportoarele vibrante, plăcile compactoare vibratoare, cilindrii compactori vibratori (anumite tipodimensiuni), grătarele vibrante sub gurile de ieșire ale buncărelor, riglele vibrante, vibroînfigătoarele. La aceste mașini, organul de lucru este reprezentat prin corpul de masă m_1, iar grupul de acționare este reprezentat prin corpul de masă m_2. Forța perturbatoare este o funcție de timp, de regulă armonică, de forma $F = F_0 \sin \omega t$, unde F_0 amplitudinea forței perturbatoare este de forma $F_0 = m_0 r \omega^2$. Produsul $m_0 r$ este momentul static al elementului de dezechilibrare dinamică, iar ω este pulsația forței, aceeași cu viteza unghiulară a grupului vibroexcitator.

Vibrațiile libere. Energia cinetică a sistemului mecanic din figura 5.13 este de forma :

$$2T = m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2, \tag{5.78}$$

sau în formulare matriceală, avem :

$$2T = \langle \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} \rangle, \tag{5.79}$$

unde $\dot{x}$ reprezintă vectorul vitezelor de forma $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2]^T$; M — matricea de inerție de forma $\mathbf{M} = \mathrm{DIAG}\ \{m_1, m_2\}$.

Energia potențială de deformare a sistemului elastic are expresia :

$$2\Pi = (k_1 + k_2)x_1^2 - 2k_1x_1x_2 + k_2x_2^2, \tag{5.80}$$

sau în notație matriceală sub forma :

$$2\Pi = \langle \mathbf{u}, \mathbf{K}_0\mathbf{u} \rangle, \tag{5.81}$$

unde $\mathbf{u}$ este vectorul deformațiilor elementelor elastice, de forma

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T \text{ cu componentele } u_1 = x_1 \text{ și } u_2 = x_1 - x_2 ;$$

$\mathbf{K}_0$ — matricea diagonală de rigiditate de forma

$$\mathbf{K}_0 = \mathrm{DIAG}\ \{k_1, k_2\}.$$

Legătura între vectorul deformațiilor **u** și vectorul deplasărilor **x** se realizează cu ajutorul matricei de influență a deplasărilor asupra deformațiilor notată cu **A**, astfel:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \tag{5.82}$$

Matricea **A** este de forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{5.83}$$

Cu ajutorul relației (5.82), forma pătratică (5.81) devine [4, 13, 14]:

$$2\Pi = <\mathbf{A}\mathbf{x}, \mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x}>,$$

sau

$$2\Pi = <\mathbf{x}, \mathbf{A}^T \mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x}>,$$

notînd $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$ matricea de rigiditate, avem:

$$2\Pi = <\mathbf{x}, \mathbf{K}\mathbf{x}>. \tag{5.84}$$

Aplicînd ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, numai pentru cazul elementelor elastice, în absența forțelor perturbatoare, se obține sistemul de ecuații diferențiale în formulare matriceală, astfel:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0. \tag{5.85}$$

Se caută soluții de forma $\mathbf{x} = \mathrm{Re}\,(\mathbf{a}e^{ipt})$, care trebuie să verifice sistemul (5.85), adică:

$$(-\mathbf{M}p^2 + \mathbf{K})\mathbf{a} = 0, \tag{5.86}$$

iar sistemul (5.86) admite soluții a nebanale dacă

$$\det(-\mathbf{M}p^2 + \mathbf{K}) = 0, \tag{5.87}$$

de unde se obține ecuația pulsațiilor proprii de forma:

$$m_1m_2p^4 - [m_2(k_1 + k_2) + m_1k_2]p^2 + k_1k_2 = 0, \tag{5.88}$$

cu soluțiile:

$$p_{1,2}^2 = \frac{1}{2m_1m_2}\{m_2(k_1 + k_2) + m_1k_2 \pm \sqrt{[m_2(k_1 + k_2) + m_1k_2]^2 - 4m_1m_2k_1k_2}\}. \tag{5.89}$$

Vibrațiile forțate. La ecuația (5.85) se atașează vectorul forțelor perturbatoare $\mathbf{f} = [f_1, f_2]^T$, unde $f_1 = m_0r\omega^2 \sin \omega t$, $f_2 = 0$ și se obține sistemul:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}, \tag{5.90}$$

pentru care se caută soluții particulare de forma $\mathbf{x} = \mathbf{a}e^{i\omega t}$.

Efectuînd calculele se obțin expresiile pentru amplitudinile vibrațiilor forțate, astfel:

$$A_1 = (k_2 - m_2\omega^2)m_0r\omega^2/D\,;$$
$$A_2 = k_2m_0r\omega^2/D, \tag{5.91}$$

unde s-a folosit notația

$$D = (k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_1 - m_2\omega^2) - k_2^2. \tag{5.92}$$

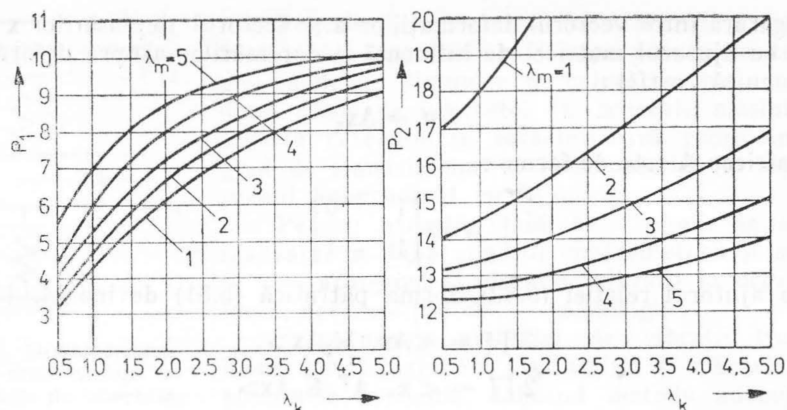


Fig. 5.14. Curbele de variaţie ale pulsaţiilor proprii funcţie de variabila $\lambda_k = k_1/k_2$ şi parametrul $\lambda_m = m_1/m_2$
a — pulsaţia proprie $p_1 = f(\lambda_k, \lambda_m)$;
b — pulsaţia proprie $p_2 = f(\lambda_k, \lambda_m)$.

Pentru maşinile care urmează a se realiza după modelul dinamic al sistemului cu două grade de libertate, se impun următoarele condiţii :

— realizarea amplitudinii A_1 a organului de lucru la valorile impuse de procesul tehnologic ;

— izolarea antivibratilă a platformei superioare pentru atingerea gradului de izolare $I \geqslant 90\%$.

În vederea realizării unui nivel de vibraţii stabil, necesar procesului tehnologic, se recomandă funcţionarea în postrezonanţă. De asemenea, în acest regim de funcţionare pot fi determinate condiţii bune de izolare a vibraţiilor la platforma superioară. Astfel, pentru faza de proiectare în care se stabilesc valorile parametrilor, se recomandă utilizarea nomogramelor din figura 5.14. Se menţionează că familia de curbe, parametrozată prin mărimea adimensională λ_m, trebuie realizată pentru fiecare caz în parte de maşină, cu relaţia (5.89), pornind de la cel puţin doi parametri, de exemplu k_1 şi m_1. Pe baza rapoartelor obţinute, se verifică mărimea coeficientului de rigiditate k_2, care trebuie să îndeplinească condiţia :

$$k_2 = (1/3...1/5)^2 m_2 \omega^2. \tag{5.93}$$

Gradul de izolare I a vibraţiilor transmise la platforma superioară se calculează cu formula :

$$I = 1 - [1 - m_1(\nu_1^2 - \omega^2)(\nu_2^2 - \omega^2)/k_2\omega^2]^{-1}, \tag{5.94}$$

unde s-a notat $\nu_1^2 = k_1/m_1$, $\nu_2^2 = k_2/m_2$, iar prin m_1 se înţelege masa organului de lucru împreună cu vibratorul şi masele excentrice de dezechilibrare dinamică.

5.2.2. Maşini modelate ca sisteme vibrante cu patru grade de libertate. Din categoria maşinilor vibratoare ce pot fi modelate ca sisteme cu patru grade de libertate fac parte următoarele : compactoarele vibratoare autopropulsate, maşinile de sortat de mare capacitate, maşinile pentru dezbaterea formelor în turnătorii ş.a.

În cadrul INCERC au fost realizate proiectele unor compactoare vibratoare, la care se utilizează sisteme elastice şi de amortizare avînd în componenţa lor numai elemente antivibratile din cauciuc românesc, elaborat special

în acest scop, după o tehnologie omologată. Ca o particularitate se subliniază prezența a două trepte elastice și de amortizare în structura mașinii, în timp ce la modelele străine se utilizează numai o singură treaptă, de izolare și amortizare. Acest mod de a concepe structura mașinii a condus la îmbunătățirea parametrilor de izolare a vibrațiilor și a parametrilor de tracțiune.

Deoarece, atît în etapa de proiectare, cît și la exploatare, este necesar a se cunoaște legitățile care modifică zonele de rezonanță și efectul izolării în funcție de modificarea caracteristicii rigidității elementelor din cauciuc, rezultă necesitatea studierii influenței variației rigidității asupra pulsațiilor proprii și asupra transmisibilității vibrațiilor în regim forțat (de lucru).

Pentru aceasta, s-a avut în vedere utilizarea a patru rețete distincte de cauciuc, elaborate de ICPCMP București, pe baza cărora s-au proiectat, executat și experimentat la INCERC, mai multe tipuri constructive de elemente antivibratile. Astfel, în etapa de proiectare, este posibilă alegerea soluției tehnice de rezemare, stabilirea tipului de cauciuc și elementele geometrice ale elementului antivibratil, iar în etapa de exploatare se pot estima implicațiile directe, de funcționare și izolare, a modificării caracteristicii de rigiditate a sistemului. Caracteristica de rigiditate a sistemului se poate modifica din cauza îmbătrînirii cauciucului, variațiilor de temperatură, fenomenului de oboseală la solicitări ciclice etc.

În cele ce urmează, se prezintă, atît variația pulsațiilor proprii, care influențează regimul de funcționare, cît și variația coeficienților de transmisibilitate ca urmare a modificării coeficienților de rigiditate și elementelor antivibratile din cauciuc, în cazul compactoarelor vibratoare autopropulsate de concepție românească, tip CVA 4—5 și CVA 10.

Modelul dinamic. Deoarece ambele tipuri de mașini compactoare CVA 4—5 și CVA 10 au aceeași structură dinamică, deosebindu-se numai prin mărimea parametrilor masici și de rigiditate, se va prezenta un model constructiv (fig. 5.15), pe baza căruia să se poată stabili schema dinamică.

O astfel de mașină este compusă din următoarele elemente : *1* — ruloul vibrator ; *2* — șasiul anterior ; *3* — prima treaptă elastică de izolare și amorti-

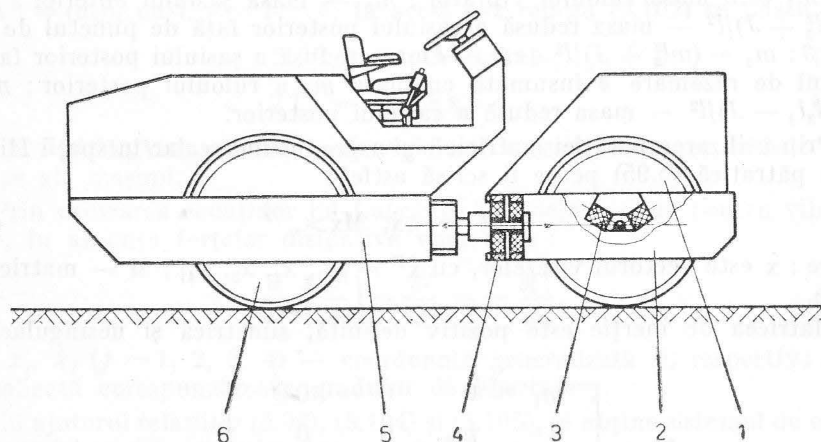


Fig. 5.15. Schema constructivă a unui compactor vibrator autopropulsat cu un singur rulou vibrator și două trepte de izolare a vibrațiilor.

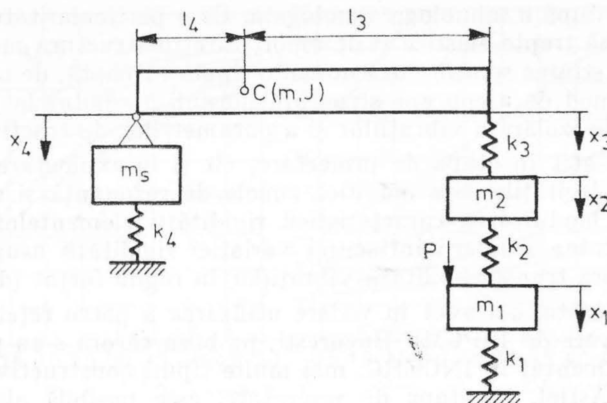


Fig. 5.16. Modelul dinamic al unui compactor vibrator cu un singur rulou vibrator și două trepte de izolare a vibrațiilor.

zare a vibrațiilor ; *4* — a doua treaptă elastică de izolare și amortizare a vibrațiilor ; *5* — șasiul posterior, *6* — ruloul posterior nevibrator destinat autodeplasării.

Avînd în vedere gradul ridicat de simetrie geometrică și masică a mașinii față de planul longitudinal median, construcția simetrică a șasiului anterior față de axa ruloului vibrator și echivalența cît mai mare a caracteristicilor fizico-mecanice, a elementelor de cauciuc, mașina poate fi modelată în mod simplificat ca în figura 5.16. Cele două trepte de izolare și amortizare a vibrațiilor au fost modelate numai prin elemente elastice (HOOKE), deoarece valorile pulsațiilor proprii, în acest caz, sînt afectate într-o proporție mică de max. $\pm 5\%$, față de modelarea cu elemente vîscoelastice (VOIGT-KELVIN).

Vibrațiile libere. Pentru modelul dinamic din figura 5.15, se poate scrie energia cinetică sub forma :

$$2T = m_1\dot{x}_1^2 + m_2\dot{x}_2^2 + m_3\dot{x}_3^2 + 2m_{34}\dot{x}_3\dot{x}_4, \tag{5.95}$$

unde m_1 este masa ruloului vibrator ; m_2 — masa șasiului anterior ; $m_3 = (ml_4^2 + J)/l^2$ — masa redusă a șasiului posterior față de punctul de rezemare *3* ; $m_4 = (ml_3^2 + J)/l^2 + m_s$ — masa redusă a șasiului posterior față de punctul de rezemare *4* însumată cu masa m_s a ruloului posterior ; $m_{34} = (ml_3l_4 - J)/l^2$ — masa redusă a șasiului posterior.

Prin utilizarea notației matriciale și a produsului scalar în spații Hilbert, forma pătratică (5.95) poate fi scrisă astfel :

$$2T = <\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}}>, \tag{5.96}$$

în care : $\dot{\mathbf{x}}$ este vectorul vitezelor, cu $\dot{\mathbf{x}}^T = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4]$; $\mathbf{M}$ — matricea de inerție.

Matricea de inerție este pozitiv definită, simetrică și nesingulară, de forma :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{34} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.97}$$

Energia potențială de deformare a sistemului mecanic, considerată față de poziția de echilibru static, are expresia :

$$2\prod = k_1x_1^2 + k_2(x_1 - x_2)^2 + k_3(x_2 - x_3)^2 + k_4x_4^2, \quad (5.98)$$

în notație matriceală forma pătratică este scrisă astfel :

$$2\prod = <\mathbf{u},\ \mathbf{K}_0\mathbf{u}>, \quad (5.99)$$

unde **u** este vectorul deformațiilor elementelor elastice, avînd $\mathbf{u}^T = [u_1, u_2, u_3, u_4]$; $\mathbf{K}_0 = \mathrm{DIAG}\{k_1, k_2, k_3, k_4)\}$ — matricea coeficienților de rigiditate.

Componentele vectorului **u** sînt determinate de deplasările x_j, $j = 1{,}4$, ale sistemului mecanic, astfel :

$$u_1 = x_1\ ;\ u_2 = x_2\ ;\ u_3 = x_2 - x_3\ ;\ u_4 = x_4.$$

Relația de legătură dintre deplasări și deformații se poate scrie astfel :

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (5.100)$$

unde **A** este matricea de influență a deplasărilor asupra deformațiilor ; **x** — vectorul deplasărilor, cu $x^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]$.

Matricea de influență **A**, pentru sistemul mecanic reprezentat prin modelul din figura 5.16, este de forma :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.101)$$

Cu ajutorul relației (5.101), forma patratică (5.1000) poate fi exprimată în coordonatele vectorului deplasare **x**, astfel :

$$2\prod = <\mathbf{A}\mathbf{x},\ \mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x}>. \quad (5.102)$$

Considerînd matricea $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $i, j = 1, \ldots 4$, ca un operator liniar continuu în spațiul Hilbert, atunci operatorul adjunct poate fi definit de matricea $\mathbf{A}^T = (a_{ji})$, cu $i, j = 1 \ldots 4$, în acest caz relația (5.102) se poate scrie :

$$2\prod = <\mathbf{x},\ \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{x}>, \quad (5.103)$$

sau
$$2\prod = <\mathbf{x},\ \mathbf{K}\mathbf{x}>, \quad (5.104)$$

unde $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$ este matricea de rigiditate ce caracterizează ambele trepte elastice ale mașinii.

Prin utilizarea ecuațiilor lui Lagrange de speța a doua pentru vibrațiile libere, în absența forțelor disipative vom avea :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\partial \prod}{\partial x_j}, \quad (5.105)$$

unde x_j, $\dot{x}_j$ ($j = 1, 2, 3, 4$) — coordonata generalizată și, respectiv, viteza generalizată corespunzătoare gradului de libertate j.

Cu ajutorul relațiilor (5.96), (5.104) și (5.105), se obține sistemul de ecuații diferențiale pentru vibrațiile libere sub forma

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \quad (5.106)$$

Matricea de inerţie **M** şi matricea de rigiditate **K**, din relaţia (5.106), sînt pozitiv definite, nesingulare şi simetrice (coordonatele x reprezintă deplasările sistemului faţă de o poziţie fixă).

Pentru ecuaţia diferenţială (5.106), se caută o soluţie de forma :

$$\mathbf{x} = \mathrm{Re}\{\mathbf{a}e^{ipt}\}, \tag{5.107}$$

echivalentă cu relaţia

$$\mathbf{x} = \mathbf{a} \cos pt, \tag{5.108}$$

unde **a** este vectorul (coloană) al amplitudinilor, pentru care $\mathbf{A}^T = [A_1, A_2, A_3, A_4]$; p — pulsaţia proprie.

Înlocuind soluţia (5.108) în (5.106), rezultă sistemul de ecuaţii algebrice sub forma :

$$(\mathbf{K} - p^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0. \tag{5.109}$$

Pentru ca relaţia (5.109) să fie satisfăcută de vectorul **a** şi scalarul p, trebuie rezolvată problema de valori proprii şi vectori proprii asupra matricelor pătratice **M** şi **K**.

Sistemul (5.109) are şi soluţii nebanale numai dacă

$$\det (\mathbf{K} - p^2\mathbf{M}) = 0, \tag{5.110}$$

de unde rezultă o ecuaţie algebrică de gradul 4 în p^2, numită ecuaţia pulsaţiilor, care are rădăcinile p_1^2, p_2^2, p_3^2 şi p_4^2 reale, pozitive şi distincte numite valori proprii.

Prin utilizarea unui program de calcul automat în limbaj FORTRAN, s-au determinat pulsaţiile propri p_1, p_2, p_3, p_4 şi vectorii proprii sau modurile proprii de vibraţie pentru mai multe variante ale unghiului de aşezare.

Vibraţiile forţate. Pentru vibraţiile forţate, se introduce lucrul mecanic elementar al forţelor perturbatoare (exterioare), astfel :

$$\mathrm{d}\mathbf{L} = \langle \mathbf{f}, \mathrm{d}\mathbf{x} \rangle, \tag{5.111}$$

în care **f** este vectorul forţelor exterioare perturbatoare generalizate, avînd $\mathbf{f}^T = [P_1, 0, \ldots 0]$.

Componenta $P_1 = P_0 \sin \omega t$ a vectorului **f** este corespunzătoare coordonatei generalizate x_1.

În acest caz, ecuaţiile lui Lagrange de speţa a doua se pot scrie sub forma :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}T}{\partial \dot{x}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_j} + \frac{\partial_L}{\partial x_j}. \tag{5.112}$$

Utilizînd relaţiile (5.96), (5.104) şi (5.112), ecuaţia de mişcare, sub forma matriceală, va putea fi scrisă astfel :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}, \tag{5.113}$$

sau sub formă analitică :

$$\begin{aligned}
&m_1\ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = P_0 \sin \omega t ;\\
&m_2\ddot{x}_2 - k_2x_1 + (k_2 + k_3)x_2 - k_3x_3 = 0 ;\\
&m_3\ddot{x}_3 + m_{34}\ddot{x}_4 - k_3x_2 + k_3x_3 = 0 ;\\
&m_4\ddot{x}_4 + m_{34}\ddot{x}_3 + k_3x_4 = 0,
\end{aligned} \tag{5.114}$$

Forța perturbatoare unidirecțională P_1, generată de un vibroexcitator inerțial, are expresia :

$$P_1 = P_0 \sin \omega t, \qquad (5.115)$$

cu amplitudinea de forma :

$$P_0 = m_0 r \omega^2,$$

în care $m_0 r$ este momentul static pentru dezechilibrare al sistemului ; ω — pulsația (viteza unghiulară) a sistemului de excitare.

Prin alegerea unei soluții de forma membrului drept, adică

$$x_j = A_j \sin \omega t, \ (j = 1, \ldots, 4), \qquad (5.116)$$

ecuația diferențială matriceală (5.113) sau sistemul de ecuații diferențiale (5.114) se vor transforma într-un sistem algebric de ecuații cu soluții pentru cazul vibrațiilor staționare.

În acest fel, pentru amplitudinile vibrațiilor, se obțin expresiile :

$$A_1 = \frac{1}{D} m_0 r \omega^2 \{(k_2 + k_3 - m_2\omega^2)[(k_3 - m_3\omega^2)(k_4 - m_4\omega^2) - m_{34}^2\omega^4 - (k_4 - m_4\omega^2)k_3^2]\} ; \qquad (5.117)$$

$$A_2 = \frac{1}{D} m_0 r \omega^2 [(k_3 - m_3\omega^2)(k_4 - m_4\omega^2) - m_{34}^2\omega^4] ; \qquad (5.118)$$

$$A_3 = \frac{1}{D} m_0 r \omega^2 (k_4 - m_4\omega^2) k_2 k_3 ; \qquad (5.119)$$

$$A_4 = \frac{1}{D} m_0 r \omega^2 k_2 k_3 m_{34} \omega^2, \qquad (5.120)$$

în care D este funcția pulsațiilor proprii.

Expresia lui D este dată sub forma analitică astfel :

$$D = d_8\omega^8 + d_6\omega^6 + d_4\omega^4 + d_2\omega^2 + d_0, \qquad (5.121)$$

în care coeficienții au expresiile :

$$d_8 = m_1 m_2 (m_3 m_4 - m_{34}^2) ;$$

$$d_6 = (k_1 + k_2) m_2 m_{34}^2 + (k_2 + k_3) m_1 m_{34}^2 - (k_2 + k_4) m_1 m_2 m_3 - (k_1 + k_2 + k_3) m_1 m_3 m_4 + k_3 m_1 m_2 m_4 ;$$

$$d_4 = (k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3)(m_3 m_4 - m_{34}^2) + (k_4(k_1 + k_2) m_2 m_3 + k_3(k_3 + k_4) m_1 m_3 + k_3(k_2 m_4 + k_4 m_2) m_1 ;$$

$$d_2 = - k_2 k_3 k_4 (m_1 + m_2 + m_3) + k_3(k_1 + k_2) m_2 m_4 - k_1 k_3 k_4 (m_2 + m_3) - k_1 k_2 (m_3 k_4 + m_4 k_3) ;$$

$$d_0 = k_1 k_3 k_4 (k_2 + k_3).$$

5.2.2.1. **Pulsațiile proprii ale mașinii.** Avînd în vedere că sistemul de izolare și amortizare a vibrațiilor este alcătuit din mai multe elemente de cauciuc legate în paralel, astfel încît să satisfacă cerințele capacității de rezistență, cît și pe acelea impuse de dinamica vibrațiilor, în acest capitol se va trata, pe rînd, influența modificării caracteristicilor de rigiditate a celor două trepte elastice.

Variația pulsațiilor proprii funcție de modificarea rigidității primei trepte elastice

Pentru prima treaptă elastică au fost modificați doi factori și anume :

a) unghiul α de așezare format de axa la compresiune a elementelor antivibratile și direcția de vibrare. Acest aspect privește posibilitățile de montare a elementelor antivibratile în cadrul sistemului de izolare și amortizare a vibrațiilor ;

b) rețeta amestecului de cauciuc, pentru aceeași formă constructivă de element, obținîndu-se caracteristici fizico-mecanice distincte de la o rețetă la alta.

Pentru a evalua influența variației unghiului de așezare și a tipului de cauciuc, au fost trasate diagramele pulsație proprie-unghi pentru patru amestecuri distincte de cauciuc simbolizate astfel SAB 9, SAB 4a, SAB 22 și SAB 31. Acest cauciuc a fost testat la INCERC, atît din punct de vedere al determinării caracteristicilor de elasticitate și amortizare, cît și din punct de vedere al durabilității. Unghiul a fost modificat între limitele de montaj (0. . . 90) grade cu pasul 15°, astfel încît să rezulte treptele intermediare de montaj utilizate pentru aceste tipuri de rezemări.

Coeficientul de rigiditate echivalent k_2 al primei trepte elastice și de amortizare variază în raport cu unghiul α după legea :

$$k_2 = k_c \cos^2 \alpha + k_f \sin^2 \alpha, \tag{5.122}$$

unde $k_2 = k_{2\alpha}$ este coeficientul de rigiditate echivalent corespunzător unghiului de așezare ; k_c — coeficientul de rigiditate echivalent la compresiune, $\alpha = 0$; k_f — coeficientul de rigiditate echivalent la forfecare, $\alpha = 90$.

Legea de variație a lui k_2 funcție de unghiul de așezare a fost stabilită teoretic și verificată experimental, cu ajutorul determinărilor efectuate în regim dinamic pe modelul real al primei trepte elastice [9].

Rezultatele experimentale obținute pentru prima treaptă elastică la compactoarele vibratoare CVA 4—5 și CVA 10, proiectate în concepție proprie, au permis trasarea curbelor de variație ale lui k_2 funcție de unghiul α. În figura 5.17 se prezintă familia de curbe ale variației coeficientului de rigi-

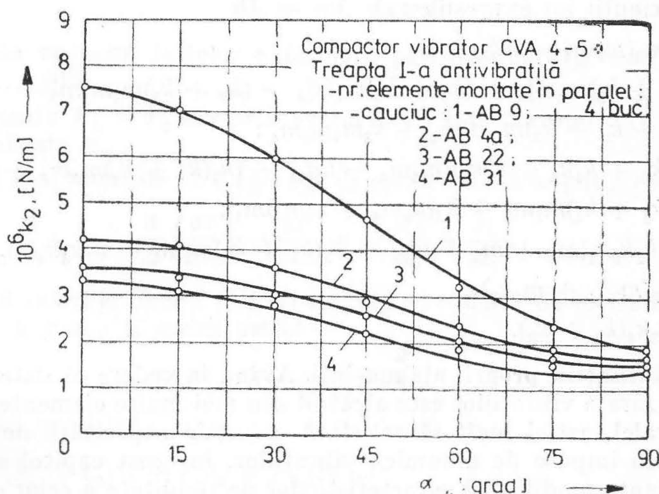


Fig. 5.17. Curbele de variație ale coeficientului de rigiditate echivalent k_2 funcție de unghiul de așezare α și marca de cauciuc în cazul utilajului CVA 4-5.

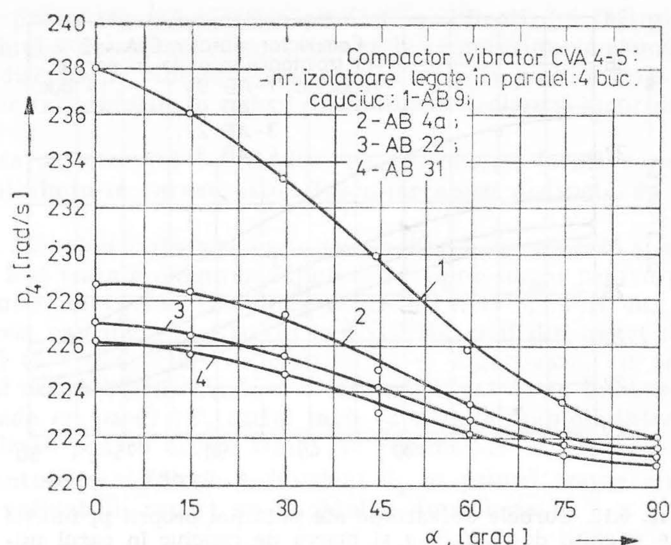


Fig. 5.21. Curbele de variație ale pulsației proprii p_4 funcție de unghiul de așezare α și marca de cauciuc în cazul utilajului CVA 4-5.

ditate k_2 funcție de unghiul α și de amestecul de cauciuc pentru compactorul vibrator CVA 4—5.

Prin utilizarea unui program de calcul, în limbaj FORTRAN, denumit „PULSAP" [4, 16] pentru pulsații proprii și moduri proprii de vibrație, s-au determinat pulsațiile proprii și variația acestora funcție de unghiul de așezare α și de calitatea cauciucului (fig. 5.18...5.21). Pentru aceasta au fost folosite și alte mărimi mecanice determinate experimental pe prototipul și „seria zero" ale compactorului vibrator autopropulsat CVA 4—5, obținîndu-se următoarele valori ale parametrilor masici și de rigiditate :

$k_1 = k_4 = 4\cdot10^7$ N/m ; $k_3 = 2\cdot10^6$ N/m ;

$m_1 = 850$ kg ; $m_2 = 1\,360$ kg ; $m_3 = 1\,235$ kg ; $m_4 = 1\,250$ kg ; $m_{34} = 358$ kg.

Pentru compactorul vibrator autopropulsat CVA 10, în figura 5.22 se reprezintă variația lui k_2 funcție de unghiul α și amestecul de cauciuc.

În acest caz, caracteristicile elastice și inerțiale, determinate experimental, au valorile :

$k_1 = k_4 = 9\cdot10^7$ N/m ; $k_3 = 3{,}04\cdot10^6$ N/m ;

$m_1 = 1\,700$ kg ; $m_2 = 736$ kg ; $m_3 = 7\,198$ kg ;

$m_4 = 5\,154$ kg ; $m_{34} = 3\,174$ kg.

Curbele de variație ale pulsațiilor proprii pentru compactorul vibrator CVA 10 ca urmare a modificării unghiului α și în condițiile a patru rețete de cauciuc sînt prezentate în figurile 5.23...5.26.

Variația pulsațiilor proprii funcție de modificarea rigidității celei de-a doua trepte elastice

Variația pulsațiilor proprii, ca urmare a modificării caracteristicii de rigiditate a treptei a doua, s-a realizat prin variația coeficientului echivalent

de rigiditate pentru trei amestecuri distincte de cauciuc, forma constructivă a amortizoarelor inelare păstrîndu-se neschimbate în toate cazurile. Astfel, pentru utilajul CVA 10, s-au obținut pulsațiile proprii prezentate în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1

Pulsațiile propri ale compactorului vibrator CVA 10 funcție de variația rigidității treptei a doua

Coeficientul echivalent de rigiditate [N/m]		Pulsațiile proprii [rad/s]			
Treapta *I* $10^4 \cdot k_2$	Treapta *II* $10^4 \cdot k_3$	p_1	p_2	p_3	p_4
197	304	12,54	83,45	155,5	232,73
	870	14,29	121,71	158,21	232,76
	1020	14,50	125,50	159,40	232,70
242	304	13,34	86,72	155,4	233,37
	870	15,52	123,75	158,31	233,42
	1020	15,80	127,20	159,40	233,40
773	304	17,08	116,60	155,54	242,02
	870	22,86	142,50	160,56	242,50
	1020	23,60	143,40	162,30	242,30
920	304	17,48	122,91	155,50	244,98
	870	23,88	145,95	161,78	245,07
	1020	24,70	146,20	163,70	245,02

Coeficientul de rigiditate a terenului, $k_1 = k_4 = 9 \cdot 10^7$ N/m.
Unghiul de așezare pentru elementele antivibratile de cauciuc, $\alpha = 60°$.

În tabelul 5.1, s-au prezentat valorile pulsațiilor proprii pentru următorii parametri :

$k_1 = k_4 = 9 \cdot 10^7$ N/m ; $\alpha = 60°$; $m_1 = 1\ 700$ kg ; $m_2 = 736$ kg ;

$m_3 = 7\ 198$ kg ; $m_4 = 5\ 154$ kg ; $m_{34} = 3\ 174$ kg.

5.2.2.2. **Transmisibilitatea mișcării.** În vederea aprecierii efectului de izolare a celor două trepte elastice, s-au definit coeficienții de transmisibilitate, astfel încît aceștia să poată exprima capacitatea de diminuare a mișcării vibratorii a subansamblelor la care se transmit vibrații. Coeficienții de transmisibilitate a mișcării se definesc astfel :

$T_1 = | A_2/A_1 |$ — corespunzător primei trepte elastice ;

$T_2 = | A_3/A_2 |$ — corespunzător treptei a doua elastice ;

$T_{12} = | A_3/A_1 |$ — corespunzător ambelor trepte elastice, în care A_1, A_2, A_3 sînt amplitudinile deplasărilor x_1, x_2, x_3 definite anterior.

Expresiile analitice ale coeficienților de transmisibilitate sînt date de relațiile :

$$T_1 = \left| \frac{A\omega^4 + B\omega^2 + C}{-Am_2\omega^6 + [A(k_2 + k_3) - Bm_2]\omega^4 + [Bk_2 - C(m_2 + m_3)]\omega^2 + k_2 + C} \right| ; \tag{5.123}$$

$$T_2 = \left| \frac{k_3(k_4 - m_4\omega^2)}{A\omega^4 + B\omega^2 + C} \right| ; \tag{5.124}$$

$$T_{12} = \left| \frac{k_2k_3(k_4 - m_4\omega^2)}{-Am_2\omega^6 + [A(k_2 + k_3) - Bm_2]\omega^4 + [Bk_2 - C(m_2 + m_3)]\omega^2 + k_2 + C} \right| \tag{5.125}$$

în care $A = m_3 \cdot m_4 - m_{34}^2$; $B = -(k_3m_4 + k_4m_3)$; $C = k_3k_4$.

Reprezentarea grafică a coeficienților de transmisibilitate, funcție de pulsația forței perturbatoare și de variația rigidității treptei elastice corespunzătoare, este dată în figurile 5.27...5.29.

În figura 5.27, se observă că $T_1 = f_1(\omega)$ se anulează în două puncte, pentru valorile $\omega = 20$ rad/s și $\omega = 46$ rad/s. De asemenea, T_1 se caracterizează prin aceea că atinge trei valori maxime pentru $\omega_1 = 18$ rad/s, $\omega_2 = 44$ rad/s și $\omega_3 = 122$; 168 ; 188 ; 202 rad/s, funcție de cele patru valori ale coeficientului de rigiditate.

În variația lui T_1 funcție de ω, se remarcă faptul că primele două maxime sînt independente de variația lui k_2.

Coeficientul de transmisibilitate $T_2 = f_2(\omega)$ nu depinde de coeficientul de rigiditate k_2, deci el caracterizează numai comportarea treptei a doua. Familia de curbe obținute (fig. 5.28) se caracterizează numai prin două zone de maximum, iar anularea lui T_2 se realizează la $\omega = 42{,}5$ rad/s.

Coeficientul de transmisibilitate T_{12} caracterizează în mod global eficacitatea izolării vibrațiilor de către cele două trepte elastice. Se constată că, atît primele două maxime corespunzătoare lui $\omega_1 = 17{,}5$ rad/s, $\omega_2 = 47{,}5$ rad/s, precum și punctul de nul al lui T_{12} nu sînt influențate de variația lui k_2. Coeficientul de rigiditate k_2 influențează numai a treia zonă de maximum (fig. 5.29).

Concluzii parțiale

a. *Din analiza variației coeficientului de rigiditate al ambelor trepte de amortizare, prin modificarea unghiului de așezare sau a rețelei de cauciuc*, rezultă următoarele :

— variația pulsațiilor proprii p_1, p_2 și p_4 funcție de unghiul de așezare are loc după o legitate asemănătoare variației coeficientului echivalent de rigiditate al primei trepte elastice, pulsația proprie p_3 rămînînd neschimbată ;

— valorile pulsațiilor proprii pentru unghiul $\alpha = 0$, la compresiune, sînt diferite între ele funcție de calitatea cauciucului, iar pentru unghiul $\alpha = 90°$, la forfecare, acestea tind practic către aceeași valoare. Aceasta înseamnă că utilizarea elementelor din cauciuc de aceleași dimensiuni și formă, montate la forfecare, chiar și pentru calități diferite de cauciuc va conduce la valori ale pulsațiilor proprii foarte apropiate între ele ;

— la variația coeficientului de rigiditate al treptei a doua, prin modificarea rețetei de cauciuc, se obține o variație a pulsațiilor proprii p_1, p_2 și p_3, în timp ce pulsația proprie p_4 rămîne constantă.

b. *Ca urmare a modificării coeficienților de rigiditate a celor două trepte elastice*, pe rînd, se remarcă următoarele :

— variația lui T_1 funcție de ω evidențiază poziția independentă a primelor două zone de maximum atunci cînd coeficientul de rigiditate k_2 este variabil. Pentru o valoare constantă a lui ω (regim de lucru), valoarea lui T_1 se mărește odată cu creșterea lui k_2 ;

— coeficientul de transmisibilitate T_2 nu depinde de coeficientul de rigiditate k_2, deci el caracterizează numai comportarea treptei a doua de izolare a vibrațiilor. Familiile de curbe obținute funcție de coeficientul de rigiditate k_3 păstrează zonele de maximum, evidențiindu-se valori diferite ale lui T_2 de la o curbă la alta pentru aceeași valoare a lui ω (de exemplu la pulsația în regim de lucru). Punctul de nul este mic cu condiția ca m_4 și k_4 să fie constante ;

— coeficientul de transmisibilitate T_{12} caracterizează, în mod global, eficacitatea izolării vibrațiilor de către cele două trepte elastice. Se constată că, atît primele două zone de maximum, punctul de nul, precum și valorile lui T_{12} nu sînt influențate de modificarea coeficientului de rigiditate k_2. A treia zonă de maximum își schimbă poziția, iar valorile lui T_{12} după această zonă devin variabile, determinînd o familie de curbe în raport cu variația lui k_3.

5.3. Mașini modelate ca sisteme cu zece grade de libertate

În figura 5.30 se prezintă modelul constructiv, structural, al unui compactor cu șasiu articulat și cu ambele rulouri vibratoare. Acesta se compune din următoarele elemente : ruloul vibrator *1*, amplasat în față ; șasiul anterior *2*, amplasat în față deasupra ruloului vibrator ; prima treaptă de izolare și amortizare a vibrațiilor amplasată între ruloul vibrator și șasiul anterior, compusă din elemente de cauciuc *3*. Aceasta are menirea să izoleze vibrațiile transmise de ruloul vibrator la șasiul anterior ; a doua treaptă de izolare și amortizare a vibrațiilor este înglobată în articulația șasiului și se compune

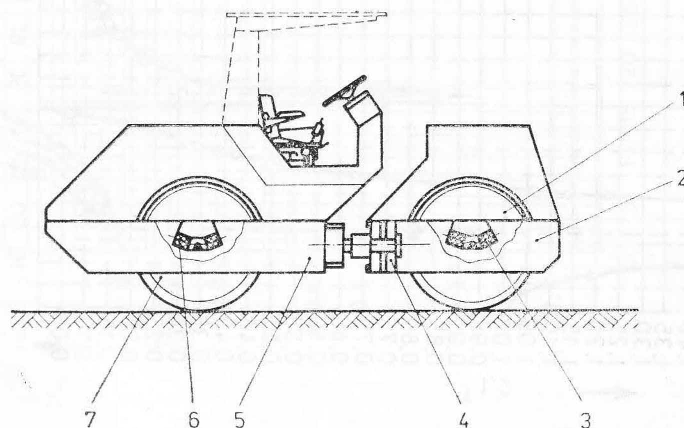


Fig. 5.30. Schema constructivă a unui compactor vibrator autopropulsat cu ambele rulouri vibratoare și trei trepte elastice de izolare a vibrațiilor.

din inele amortizoare de cauciuc *4*. Ea îndeplinește rolul de a izola vibrațiile transmise de la ambele rulouri vibratoare la șasiul posterior, unde se află postul mecanicului și majoritatea subansamblelor (sistemelor) de putere și comandă ; șasiul posterior *5* al mașinii constituie suportul postului de comandă, cabinei, grupului de acționare, instalației de forță și comandă ; a treia treaptă de izolare și amortizare *6* a vibrațiilor amplasată între șasiul posterior și ruloul vibrator spate ; ruloul vibrator posterior *7*.

Tracțiunea se realizează cu ajutorul ambelor rulouri sau cu un singur rulou, de regulă cel din spate.

Avînd în vedere modelul real constructiv și funcțiile tehnologice ale unei mașini din această clasă, se subliniază existența legăturilor vîscoelastice în structura mașinii, reprezentate prin grupuri de elemente amortizoare din cauciuc, precum și legătura elastică sau vîscoelastică cu mediul de compactat.

Analiza modelelor reologice pentru amortizoarele din cauciuc (elemente antivibratile), cît și pentru mediul de compactat (pămînt, mixturi asfaltice, balast și alte materiale compuse), a permis ca să poată fi adoptate modele Hooke sau Kelvin-Voigt care oferă posibilitatea unui calcul de proiectare corespunzător [4, 14].

Modelul dinamic. Pe baza schematizărilor privind structura mașinii ca un ansamblu de solide rigide cu legături elastice sau vîscoelastice, compactorul autopropulsat cu două rulouri vibratoare și cu trei trepte de amortizare, ca în figura 5.30, poate fi reprezentat ca un model cu 10 grade de libertate (fig. 5.31).

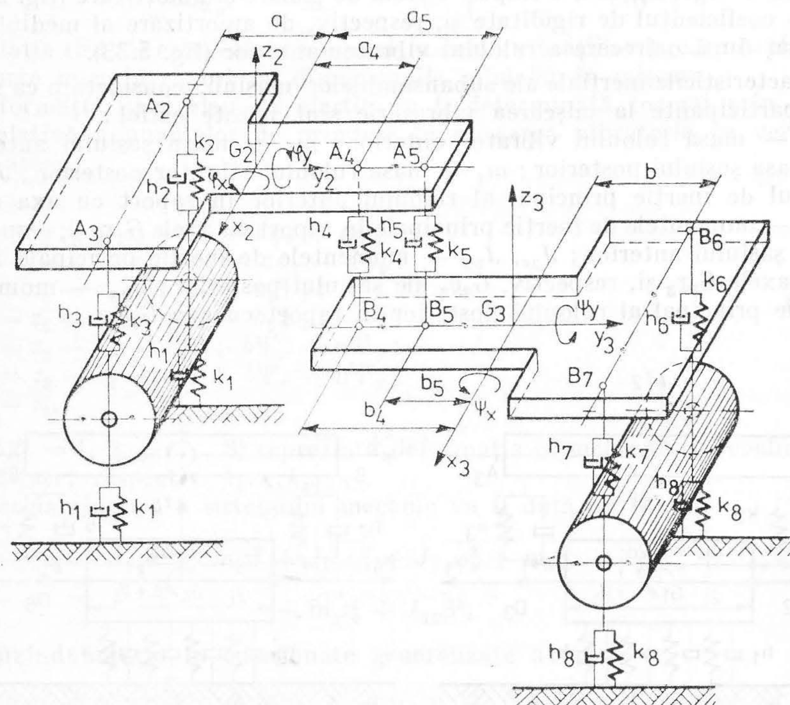


Fig. 5.31. Modelul dinamic complex (spațial) al unui compactor vibrator cu ambele rulouri vibratoare.

Coordonatele generalizate ale sistemului vor fi:

$q_1 = z_1$ — deplasarea pe verticală a ruloului vibrator anterior; $q_2 = \alpha$ — rotirea ruloului anterior față de axa orizontală G_1y_1, care trece prin centrul de masă al ruloului; $q_3 = z_2$ — deplasarea pe verticală a șasiului anterior; $q_4 = \varphi_x$ — rotirea șasiului anterior în raport cu axa G_2x_2, care trece prin centrul de masă G_2; $q_5 = \varphi_y$ — rotirea șasiului anterior în raport cu axa G_2y_2, care trece prin centrul de masă G_2; $q_6 = z_3$ — deplasarea pe verticală a șasiului posterior; $q_7 = \psi_x$ — rotirea șasiului posterior în raport cu axa G_3x_3, care trece prin centrul de masă G_3; $q_8 = \psi_y$ — rotirea șasiului posterior în raport cu axa G_3y_3, care trece prin centrul de masă G_3: $q_9 = z_4$ — deplasarea pe verticală a ruloului posterior; $q_{10} = \beta$ — rotirea ruloului posterior față de axa G_4x_4, care trece prin centrul de masă al ruloului.

Referitor la figurile 5.31...5.33, au fost utilizate următoarele notații, privind elementele de rigiditate și vîscoase:

k_1, h_1 — coeficientul de rigiditate și, respectiv, de amortizare al mediului de compactat în starea inițială a terenului (fig. 5.32); k_2, h_2 — coeficientul echivalent de rigiditate și, respectiv, de amortizare, pentru grupul din dreapta mașinii și al primei trepte de izolare și amortizare (fig. 5.32); k_3, h_3 — coeficientul echivalent de rigiditate și, respectiv, de amortizare, pentru grupul din stînga mașinii al primei trepte de izolare și amortizare (fig. 5.32); k_4, h_4, k_5, h_5 — coeficienții de rigiditate ei, respectiv, de amortizare ai treptei a doua de izolare și amortizare a vibrațiilor, amplasată în articulația șasiului; k_6, h_6 — coeficientul de rigiditate și, respectiv, de amortizare, pentru grupul din dreapta mașinii, al treptei a treia de izolare și amortizare, (fig. 5.33); k_7, h_7 — coeficientul de rigiditate și, respectiv, de amortizare, pentru grupul din stînga mașinii, a treptei a treia de izolare și amortizare (fig. 5.33); k_8, h_8 — coeficientul de rigiditate și, respectiv, de amortizare al mediului de compactat după o trecere a ruloului vibrator anterior (fig. 5.33).

Caracteristicile inerțiale ale subansamblelor mașinii, considerate ca solide rigide, participante la mișcarea vibratorie sînt notate astfel:

m_1 — masa ruloului vibrator anterior; m_2 — masa șasiului anterior; m_3 — masa șasiului posterior; m_4 — masa ruloului vibrator posterior; J_{1y} — momentul de inerție principal al ruloului anterior în raport cu axa G_1y_1; J_{2x}, J_{2y} — momentele de inerție principale în raport cu axele G_2x_2 și, respectiv, G_2y_2 ale șasiului anterior; J_{3x}, J_{3y} — momentele de inerție principale în raport cu axele G_3x_3 și, respectiv, G_3y_3 ale șasiului posterior; J_{4y} — momentul de inerție principal al ruloului posterior în raport cu axa G_4y_4.

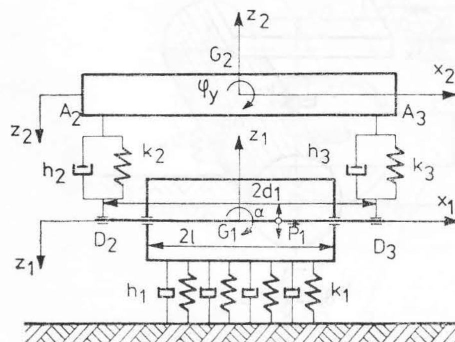


Fig. 5.32. Modelul dinamic al mașinii (vedere din față).

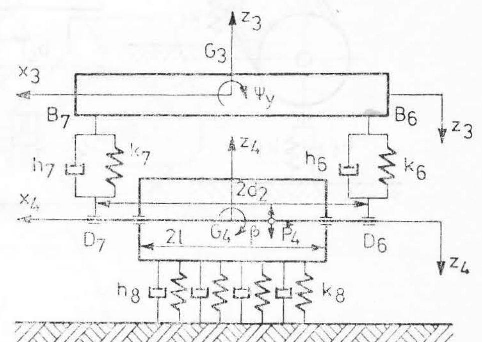


Fig. 5.33. Modelul dinamic al mașinii (vedere din spate).

5.3.1. **Ecuațiile diferențiale de mișcare pentru modelul elastic.** Deoarece sînt frecvente situațiile cînd proprietățile elastice au caracter predominant în raport cu cele vîscoase, pentru anumite regimuri de lucru determinate de frecvență, pot fi eliminate elementele vîscoase din schema modelului dinamic din figura 5.31. În acest caz, modelul elastic permite o analiză mai rapidă a rezultatelor, metoda fiind mai puțin laborioasă, cu acceptarea unor erori, pentru rezultate, dar în cele mai multe situații aceste erori sînt nesemnificative.

Determinarea deformațiilor elementelor elastice

Deplasările punctelor de reazem ale elementelor elastice se determină cu ajutorul relației [4.14] :

$$u_{iz} = Z_j + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_y \\ 0 & 0 & -\alpha_x \\ -\alpha_y & \alpha_x & \alpha_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \qquad (5.126)$$

unde u_{iz} este deplasarea după verticală a punctului A_i, care aparține solidului ; Z_j — deplasarea după verticală a centrului de masă G_j ; α — matricea pătratică antisimetrică a vectorului rotației instantanee $\bar{\alpha}$ $(\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$; r_i — vectorul de poziție al punctelor A_i față de sistemul de axe ortogonal $G_j\ xyz$.

Pentru cazul schemei din figura 5.31 și cu simplificările anterioare introduse $\alpha_z = 0$, $z_i = 0$ avem :

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_y \\ 0 & 0 & -\alpha_x \\ -\alpha_y & \alpha_x & 0 \end{bmatrix} ; \quad r_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

Relația (5.126) este valabilă numai în cazul vibrațiilor la care deplasările sînt foarte mici în raport cu dimensiunile solidelor în mișcare.

Deformația unui element elastic va fi determinată tocmai prin deplasarea relativă a punctelor de prindere în mișcarea vibratorie pe verticală. Astfel, avem :

$$\begin{aligned} v_1 &= z_1 ; \\ v_2 &= -z_1 + z_2 - l\alpha - a\varphi_x + d\varphi_y ; \\ v_3 &= -z_1 + z_2 + l\alpha - a\varphi_x - d\varphi_y ; \\ v_4 &= z_2 - z_3 + a_4\varphi_x + b_4\Psi_x ; \\ v_5 &= z_2 - z_3 + a_5\varphi_x - b_5\Psi_x ; \\ v_6 &= z_3 - z_4 + d_2\beta + b\Psi_x + n\Psi_y ; \\ v_7 &= z_3 - z_4 - d_2\beta + b\Psi_x - n\Psi_y ; \\ v_8 &= z_4, \end{aligned} \qquad (5.127)$$

unde : $v_i (i = 1, 2, 3, \ldots, 8)$ reprezintă deformația elementelor cu coeficientul de rigiditate, respectiv $k_1 \ldots k_8$.

Energia cinetică a sistemului mecanic va fi dată de relația :

$$2T = m_1\dot{z}_1^2 + J_{1y}\dot{\alpha}^2 + m_2\dot{z}_2^2 + J_{2x}\dot{\varphi}_x^2 + J_{2y}\dot{\varphi}_y^2 + m_3\dot{z}_3^2 + J_{3x}\dot{\Psi}_x^2 + J_{3y}\dot{\Psi}_y^2 + \\ + m_4\dot{z}_4^2 + J_{4y}\dot{\beta}^2,$$

sau utilizînd notația în coordonate generalizate avem :

$$2T = m_1\dot{q}_1^2 + J_{1y}\dot{q}_2^2 + m_2\dot{q}_3^2 + J_{2x}\dot{q}_4^2 + J_{2y}\dot{q}_5^2 + m_3\dot{q}_6^2 + J_{3x}\dot{q}_7^2 + J_{3y}\dot{q}_8^2 + \\ + m_4\dot{q}_9^2 + J_{4y}\dot{q}_{10}^2. \qquad (5.128)$$

Energia cinetică, fiind o mărime scalară, poate fi exprimată cu ajutorul produselor de matrici și vectori, astfel:

$$2T = < \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{M}\, \dot{\mathbf{q}} >, \tag{5.129}$$

unde $\mathbf{M}$ este matricea de inerție ; $\dot{\mathbf{q}}$ — vectorul vitezelor generalizate, știind că : $\dot{\mathbf{q}}T = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots \dot{q}_{10}]$

și $\mathbf{M} = \mathrm{DIAG}\{m_1, J_{1y}, M_2, J_{2x}, J_{2y}, m_3, J_{3y}, m_4, J_{4y}\}$.

Energia potențială a sistemului mecanic, ținînd seama de relațiile (5.127) și exprimarea în funcție de coordonatele generalizate, va fi :

$$\begin{aligned}2\Pi &= k_1q_1^2 + k_\alpha q_2^2 + k_2(-q_1 - lq_2 + q_3 - aq_4 + dq_5)^2 + k_3(-q_1 + lq_2 + \\ &+ q_3 - aq_4 - dq_5)^2 + k_4(q_3 + a_4q_4 - q_6 + b_4q_7)^2 + k_5(q_3 + a_4q_4 - q_6 + \\ &+ b_5q_7)^2 + k_6(q_6 + bq_7 + nq_8 - q_9 + d_2q_{10})^2 + k_7(q_6 + bq_7 - nq_8 - q_9 - \\ &- d_2q_{10})^2 + k_8q_9^2 + k_\beta q_{10}^2 \ldots\end{aligned} \tag{5.130}$$

Utilizînd formularea matricială pentru exprimarea energiei potențiale avem :

$$2\Pi = < \mathbf{v}, \mathbf{K}_0\mathbf{v} >, \tag{5.131}$$

în care $\mathbf{v}$ este vectorul deformațiilor elementelor elastice ; $\mathbf{K}_0$ — matricea rigidităților.

Vectorul $\mathbf{v}$ și matricea $\mathbf{K}_0$ sînt de forma :

$$\mathbf{v}^T = [v_1, v_{1\alpha}, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_{8\beta}],$$

$$\mathbf{K}_0 = \mathrm{DIAG}\{k_1, k_\alpha, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7, k_8, k_\beta\}.$$

Legătura între vectorul deformațiilor $\mathbf{v}$ și vectorul deplasărilor $\mathbf{q}$ se realizează prin transformarea liniară :

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{q}, \tag{5.132}$$

în care $\mathbf{A}$ reprezintă matricea de influență a deplasărilor asupra deformațiilor.

În acest caz, matricea $\mathbf{A}$ se scrie sub forma :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l & -l & l & -a & d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l & l & l & -a & -d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & a_4 & 0 & -l & b_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & a_5 & 0 & -l & b_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & b & n & -l & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & b & -n & -l & -d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l \end{bmatrix}$$

Efectuînd transformarea adjunctă cu ajutorul lui A^T pe mulţimea valorilor lui $\mathbf{q}$ în relaţia (5.131) unde s-a introdus (5.132), vom obţine : $2\Pi = \langle \mathbf{Aq}, \mathbf{K}_0 \mathbf{Aq} \rangle$; $2\Pi = \langle \mathbf{q}, \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{Aq} \rangle$,

sau $2\Pi = \langle \mathbf{q}, \mathbf{Kq} \rangle$ (5.133)

unde $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$, în care $\mathbf{A}^T$ este transpusa matricii $\mathbf{A}$.

Relaţia (5.133) exprimă energia potenţială a sistemului, care este un scalar, funcţie de coordonatele generalizate.

Vibraţiile libere. Utilizînd ecuaţiile lui Lagrange de speţa a doua pentru vibraţiile libere, în absenţa forţelor disipative (model elastic), vom avea :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} \tag{5.134}$$

unde q_j, $\dot{q}_j$ $(j = 1, 2, \ldots 10)$ este coordonata generalizată şi, respectiv, viteza generalizată corespunzătoare gradului de libertate j.

Prin folosirea relaţiilor (5.129), (5.133) şi (5.134), obţinem sistemul de ecuaţii diferenţiale pentru vibraţiile libere sub forma :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Kq} = 0. \tag{5.135}$$

Matricea de inerţie $\mathbf{M}$, matricea de rigiditate $\mathbf{K}$ din relaţia (5.135) sînt pozitiv definite, nesingulare şi simetrice (coordonatele q_j reprezintă deplasările sistemului faţă de o poziţie fixă).

Pentru ecuaţia diferenţială (5.135), se caută o soluţie de forma

$$\mathbf{q} = \mathrm{Re}\{\mathbf{a}e^{ipt}\}, \tag{5.136}$$

echivalentă cu relaţia

$$\mathbf{q} = \mathbf{a} \cos pt, \tag{5.137}$$

unde $\mathbf{q}$ este vectorul (coloană) al coordonatelor generalizate avînd drept componente deplasările liniare şi unghiulare, pentru care $\mathbf{q}^T = [q_1, q_2, \ldots q_j, \ldots q_{10}]$; $\mathbf{a}$ — vectorul (coloană) al amplitudinilor necunoscute, pentru care $\mathbf{a}^T = [a_1, a_2, \ldots a_j, \ldots a_{10}]$; p — pulsaţia proprie.

Înlocuind soluţia (5.137) în (5. 135), rezultă sistemul de ecuaţii algebrice sub forma :

$$(\mathbf{K} - p^2\mathbf{M})\mathbf{a} = 0. \tag{5.138}$$

Este necesar ca relaţiile (5.138) să fie satisfăcută de $\mathbf{a}$ şi p, deci trebuie rezolvată problema de valori proprii şi vectori proprii privind matricile $\mathbf{M}$ şi $\mathbf{K}$, care de regulă sînt pătratice, iar, în cazul nostru, au dimensiunea (6×6).

Sistemul (5.138) are soluţii nebanale numai dacă se îndeplineşte condiţia :

$$\det (\mathbf{K} - p^2\mathbf{M}) = 0. \tag{5.139}$$

Avînd în vedere cazul de faţă, relaţia (5.139) este o ecuaţie algebrică de gradul 10 în p^2, numită ecuaţia pulsaţiilor care are rădăcinile $p_1^2, p_2^2, \ldots, p_{10}^2$ reale (cazul matricilor simetrice, nesingulare şi cu elemente reale), pozitive şi distincte, numite valori proprii. Ansamblul valorilor pozitive, $p_1, p_2, p_3, \ldots$ $\ldots, p_{10}$ se numesc pulsaţiile proprii ale sistemului mecanic.

Pentru fiecare valoare proprie p_r^2 corespunde un vector propriu $\mathbf{a}^r$, care trebuie să satisfacă ecuaţia

$$(\mathbf{K} - p_r^2\mathbf{M})\mathbf{a}^r = 0. \tag{5.140}$$

Sistemul (5.140) definește forma unui mod propriu de ordinul r, dată de ansamblul componentelor vectorului $\mathbf{a}^r$, avînd $(\mathbf{a}^r)^T = a_1^r, a_2^r, \ldots, a_j^r, \ldots, a_{10}^r$.

Vibrațiile forțate. Se introduce lucrul mecanic elementar al forțelor perturbatoare (exterioare), astfel :

$$\mathrm{d}\mathbf{L} = < \mathbf{f}, \mathrm{d}\mathbf{q} >, \tag{5.141}$$

în care $\mathbf{f}$ este vectorul forțelor exterioare perturbatoare generalizate, cu $\mathbf{f}^T = [P_1, 0, \ldots, 0, P_4, 0]$.

Componentele $P_1 = P_{10} \sin(\omega t + \theta_1)$ și $P_4 = P_{40} \sin(\omega t + \theta_4)$ ale vectorului $\mathbf{f}$ corespund gradelor de libertate definite prin coordonatele generalizate q_1 și respectiv q_9.

Scriind ecuațiile lui Lagrange de speța a doua sub forma :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) + \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \frac{\partial L}{\partial q_j}, \tag{5.124}$$

și utilizînd relațiile (5.129), (5.133), (5.141) și (5.142), atunci sistemul ecuațiilor de mișcare va fi :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}. \tag{5.143}$$

Prin alegerea unei soluții de forma membrului drept, ecuația (5.143) se transformă într-un sistem algebric de ecuații cu soluții pentru cazul vibrațiilor staționare. Această problemă este tratată pe larg în lucrările [4, 16].

5.3.2. Ecuațiile diferențiale de mișcare pentru modelul vîscoelastic

Vibrațiile libere. Avînd în vedere modelul vîscoelastic al mașinii, prezentat în figura 5.31, se introduce funcția disipativă D care se află în următoarea relație cu forța disipativă [22, 24, 34] :

$$Q_{jR} = -\frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j}, \; (j = 1, 2, \ldots, 10), \tag{5.144}$$

în care Q_{jR} este forța generalizată corespunzătoare forțelor disipative.

Deoarece viteza relativă a elementelor amortizoare este dată de deformarea elementelor elastice, atunci funcția disipativă, ținînd seama de relațiile (5.127) și notația în coordonate generalizate, va avea forma :

$$2D = h_1\dot{q}_1^2 + h_\alpha\dot{q}_2^2 + h_2(-\dot{q}_1 - l\dot{q}_2 + \dot{q}_3 - a\dot{q}_4 + d\dot{q}_5)^2 + h_3(-\dot{q}_1 + l\dot{q}_2 + \dot{q}_3 - a\dot{q}_4 - d\dot{q}_5)^2 + h_4(\dot{q}_3 + a_4\dot{q}_4 - \dot{q}_6 + b_4\dot{q}_7)^2 + h_5(\dot{q}_3 + a_5\dot{q}_4 - \dot{q}_6 + b_5\dot{q}_7) + h_6(\dot{q}_6 + b\dot{q}_7 + n\dot{q}_8 - \dot{q}_9 + d_2\dot{q}_{10})^2 + h_7(\dot{q}_6 + b\dot{q}_7 - n\dot{q}_8 - \dot{q}_9 - d_2\dot{q}_{10})^2 + h_8\dot{q}_9^2 + h_\beta\dot{q}_{10}^2. \tag{5.145}$$

În formulare matricială pentru exprimarea funcției disipative, avem :

$$2\mathbf{D} = < \dot{\mathbf{v}}, \mathbf{H}_0\dot{\mathbf{v}} >, \tag{5.146}$$

sau ținînd seama de relația $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{q}$, (5.147)

vom obține $2\mathbf{D} = < \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{H}_0\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}} >$, (5.148)

în care $\dot{\mathbf{q}}$ este vectorul vitezelor generalizate ; $\mathbf{A}^T$ — transpusa matricii $\mathbf{A}$; $\mathbf{H}_0$ — matricea diagonală a amortizărilor.

Matricea $\mathbf{H}_0$ este de forma :

$$\mathbf{H}_0 = \mathrm{DIAG}\{h_1, h_\alpha, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8, h_\beta\}.$$

Notînd matricea simetrică a amortizorilor

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}^T\mathbf{H}_0\mathbf{A}, \tag{5.149}$$

relația (5.145) devine $2\mathbf{D} = < \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} >$, (5.150)

care exprimă funcția disipativă ca un scalar în vitezele generalizate $\dot{q}_j$ $(j = 1,\ldots,10)$.

Ecuațiile lui Lagrange de speța a doua pentru mișcarea sistemului în prezența forțelor disipative se scriu astfel [44, 45] :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + Q_{jR}, \; (j = 1, 2,\ldots,10). \tag{5.151}$$

Pe baza relațiilor (5.135), (5.150) și (5.151), ecuația de mișcare este de forma :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0, \tag{5.152}$$

ce descrie vibrațiile libere ale sistemului vîscoelastic.

Pentru ecuația (5.152) se alege o soluție de forma :

$$\mathbf{q} = \mathrm{Re}\{\mathbf{a}e^{ipt}\}, \tag{5.153}$$

care conduce la următoarea problemă algebrică :

$$(-p^2\mathbf{M} - p\mathbf{H} + \mathbf{K})\mathbf{a} = 0 \tag{5.154}$$

ce necesită determinarea vectorului $\mathbf{a}$ și scalarului p, care sînt în general cantități complexe (problema valorilor proprii complexe).

În lucrările [4, 24, 34, 45, 63] se indică metodele de rezolvare a acestei probleme.

Vibrațiile forțate. Prin utilizarea relațiilor (5.143) și (5.152), ecuațiile de mișcare ale sistemului vîscoelastic, în prezența forțelor perturbatoare, sînt de forma :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}. \tag{5.155}$$

Determinarea amplitudinilor în regim staționar, folosind calculul matricial, comportă rezolvarea unei probleme tratată în lucrările [4, 45, 63].

5.3.3. **Studiul modurilor proprii de vibrație pentru modelul elastic simplificat al mașinii cu șase grade de libertate.** Avînd în vedere particularitățile constructive și tehnico-funcționale pentru mașinile din această clasă, se scot în evidență următoarele ipoteze simplificatoare ale modelului complex :

a) simetria rigidităților față de planul longitudinal median ;

b) mișcarea de translație verticală a rulourilor este preponderentă față de tendința de mișcare de rotație în jurul axei orizontale ;

c) mișcarea de rotație a celor două șasiuri componente față de axa *Gy* este nesemnificativă, putînd fi neglijată în mișcarea generală de vibrare, față de mișcarea verticală de translație.

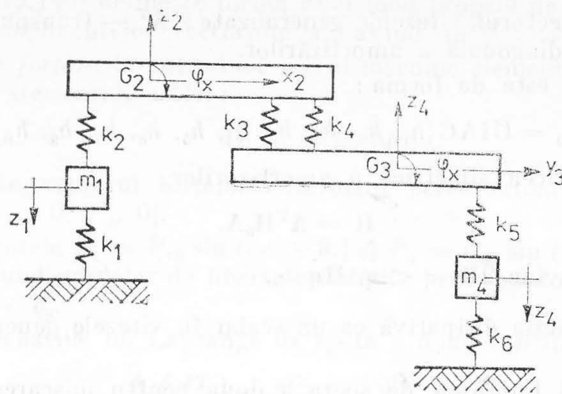


Fig. 5.34. Modelul dinamic simplificat (plan) al mașinii.

În acest caz, modelul complex spațial se transformă într-un model plan (fig. 5.34) în care au fost neglijate elementele disipative, deoarece prezența acestora nu ar fi modificat esențial valorile pulsațiilor proprii, în schimb erau necesare calcule mai laborioase. Eliminarea din model a elementelor disipative este avantajoasă pentru aprecierea vibrațiilor în domeniul funcționării mașinii în postrezonanță, unde influența amortizării este redusă.

Față de adoptarea ipotezelor simplificatoare, se poate scrie :

$$\varphi_y = 0\,;\ \Psi_y = 0\,;\ \alpha = 0\,;\ \beta = 0\,;\ k_\alpha = 0\,;\ k_\beta = 0.$$

De asemenea, vom folosi notația din figura 5.34 pentru coeficienții de rigiditate ai modelului simplificat, caz în care deformațiile elementelor elastice vor fi :

$$v_1 = z_1\,;\ v_2 = v_3 = z_2 - a\varphi_x - z_1\,;\ v_4 = z_2 - z_3 + a_4\varphi_x + b_4\Psi_x\,;$$
$$v_5 = z_2 - z_3 + a_5\varphi_x + b_5\Psi_x\,;\ v_6 = v_7 = z_3 - z_4 + b\Psi_x\,;\ v_8 = z_4, \tag{5.156}$$

sau în coordonatele generalizate :

$$v_1 = q_1\,;\ v_2 = v_3 = -q_1 + q_2 - aq_3\,;\ v_4 = q_2 - q_4 + a_4q_3 + b_4q_5\,;$$
$$v_5 = q_4 - q_6 + a_5q_3 + b_5q_5\,;\ v_6 = v_7 = q_4 - q_6 + bq_5\,;\ v_8 = q_6. \tag{5.157}$$

Energia cinetică exprimată cu ajutorul vitezelor generalizate este :

$$2T = m_1\dot{q}_1^2 + m_2\dot{q}_2^2 + J_{2x}\dot{q}_3^2 + m_3\dot{q}_4^2 + J_{3x}\dot{q}_5^2 + m_4\dot{q}_6^2. \tag{5.158}$$

Energia potențială exprimată cu ajutorul coordonatelor generalizate va avea expresia :

$$2\Pi = k_1q_1^2 + k_2(-q_1 + q_2 - aq_3)^2 + k_3(q_2 + a_4q_3 - q_4 + b_4q_5)^2 +$$
$$+ k_4(q_2 + a_5q_3 - q_4 + b_5q_5)^2 + k_5(q_4 + bq_5 - q_6)^2 + k_6q_6^2. \tag{5.159}$$

În formulare matricială, vectorul deformațiilor se va putea scrie funcție de coordonatele generalizate, care exprimă deplasări absolute față de sistemul de referință ales, astfel :

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{q}, \tag{5.160}$$

sau

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l & l & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l & a_4 & -l & b_4 & 0 \\ 0 & l & a_5 & -l & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & b & -l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{bmatrix} \quad (5.161)$$

Relația (5.158) se scrie matricial sub forma :

$$2T = <\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{M}\ \dot{\mathbf{q}}>, \quad (5.162)$$

unde $\mathbf{q}$ este vectorul vitezelor generalizate cu transpusul său $\dot{\mathbf{q}}^T = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_6]$; $\mathbf{M}$ — matricea de inerție de formă diagonală, adică

$$\mathbf{M} = \mathrm{DIAG}\,\{m_1,\ m_2,\ J_{2x},\ m_3,\ J_{3x},\ m_4\}.$$

Relația (5.159) transpusă matricial cu ajutorul componentelor vectorului $\mathbf{v}$ este :

$$2\,\Pi = <\mathbf{v},\ \mathbf{K}_0\ \mathbf{v}>, \quad (5.163)$$

sau, cu ajutorul coordonatelor generalizate cuprinse în vectorul $\mathbf{q}$, va fi :

$$2\,\Pi = <\mathbf{A}\mathbf{q},\ \mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{q}> = <\mathbf{q},\ \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}\mathbf{q}>, \quad (5.164)$$

în care notînd $\mathbf{K} = \mathbf{A}^T\mathbf{K}_0\mathbf{A}$ matricea simetrică de rigiditate vom avea :

$$2\,\Pi = <\mathbf{q},\ \mathbf{K}_0\mathbf{q}>. \quad (5.165)$$

Matricea $\mathbf{K}_0 = \mathrm{DIAG}\ \{k_1,\ k_2,\ k_3, \ldots, k_6\}$ conține coeficienții de rigiditate echivalenți ai legăturilor elastice.

În acest caz, ecuațiile diferențiale de mișcare pentru vibrațiile libere, pentru modelul elastic și simplificat, vor fi :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0. \quad (5.166)$$

Pentru calcul au fost utilizate datele unui model real de compactor, vibrator, astfel :

— pentru matricea de inerție $\mathbf{M}$,

$m_1 = 1\,700$ kg ; $m_2 = 736$ kg ; $m_3 = 2\,720$ kg ; $m_4 = 2\,000$ kg ;

$J_{2x} = 1\,400$ kg m^2 ; $J_{3x} = 1\,420$ kg m^2 ;

— pentru matricea diagonală a rigidităților $\mathbf{K}_0$,

$k_1 = 90 \cdot 10^6$ N/m ; $k_2 = 9{,}2 \cdot 10^6$ N/m ; $k_3 = 1{,}52 \cdot 10^6$ N/m ;

$k_4 = 1{,}52 \cdot 10^6$ N/m ; $k_5 = 9{,}2 \cdot 10^6$ N/m ; $k_6 = 90 \cdot 10^6$ N/m

— pentru matricea de influență $\mathbf{A}$,

$a = 0{,}15$ m ; $b = 0{,}40$ m ; $a_4 = 0{,}95$ m ;

$a_5 = 1{,}15$ m ; $b_4 = 1{,}30$ m ; $b_5 = 1{,}10$ m.

Utilizînd un program de calcul în limbaj FORTRAN, au fost determinate pulsațiile proprii și vectorii proprii care dau configurația modurilor de vibrație pentru un model real de compactor vibrator cu datele prezentate. S-au obținut următoarele rezultate :

$$p_1 = 5{,}28 \text{ rad/s} ; \; a^{(2)} = \begin{bmatrix} -0{,}27\cdot10^{-5} \\ -0{,}26\cdot10^{-2} \\ -0{,}17\cdot10^{-1} \\ -0{,}52\cdot10^{-2} \\ +0{,}13\cdot10^{-1} \\ -0{,}22\cdot10^{-5} \end{bmatrix}$$

$$p_2 = 53{,}48 \text{ rad/s} ; \; a^{(2)} = \begin{bmatrix} -0{,}64\cdot10^{-3} \\ -0{,}45\cdot10^{-2} \\ +0{,}14\cdot10^{-1} \\ +0{,}98\cdot10^{-2} \\ +0{,}12\cdot10^{-1} \\ +0{,}14\cdot10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$p_3 = 67{,}06 \text{ rad/s} ; \; a^{(3)} = \begin{bmatrix} +0{,}12\cdot10^{-2} \\ +0{,}10\cdot10^{-1} \\ -0{,}13\cdot10^{-1} \\ +0{,}15\cdot10^{-1} \\ -0{,}26\cdot10^{-2} \\ +0{,}14\cdot10^{-2} \end{bmatrix}$$

$$p_4 = 127{,}77 \text{ rad/s} ; \; a^{(4)} = \begin{bmatrix} +0{,}43\cdot10^{-2} \\ +0{,}34\cdot10^{-1} \\ +0{,}48\cdot10^{-2} \\ -0{,}36\cdot10^{-2} \\ +0{,}33\cdot10^{-2} \\ -0{,}31\cdot10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$p_5 = 223{,}58 \text{ rad/s} ; \; a^{(5)} = \begin{bmatrix} +0{,}60\cdot10^{-4} \\ +0{,}10\cdot10^{-3} \\ +0{,}51\cdot10^{-4} \\ -0{,}16\cdot10^{-2} \\ -0{,}57\cdot10^{-3} \\ +0{,}22\cdot10^{-1} \end{bmatrix}$$

$$p_6 = 244{,}80 \text{ rad/s} ; \; a^{(6)} = \begin{bmatrix} +0{,}23\cdot10^{-1} \\ -0{,}68\cdot10^{-2} \\ +0{,}24\cdot10^{-3} \\ +0{,}13\cdot10^{-3} \\ -0{,}14\cdot10^{-3} \\ -0{,}35\cdot10^{-4} \end{bmatrix}$$

Concluzii parțiale

a. *Modelul dinamic de calcul cu 10 grade de libertate, schematizat cu ajutorul elementelor elastice și vîscoase liniare, permite determinarea frecvențelor proprii și a răspunsului sistemului pentru vibrațiile forțate de lucru.* Influența

elementelor amortizoare s-a dovedit a fi foarte importantă în zona rezonanțelor și neglijabile în regimul de postrezonanță unde funcționează mașinile din această clasă. Deoarece la trecerea prin punctele de rezonanță, pînă la funcționarea în regim, creșterea amplitudinii este condiționată de prezența amorsării în sistem, pentru analiza vibrațiilor forțate trebuie să se adopte modelul complex vîscoelastic.

b. *Modelul dinamic elastic simplificat cu 6 grade de libertate este suficient pentru utilajele din această clasă la începutul perioadei de exploatare,* timp în care elementele elastice sînt identice. După o anumită perioadă de exploatare, caracteristicile elementelor elastice se modifică diferit, ceea ce implică reconsiderarea modelului complex cu 10 grade de libertate. Dacă prin operațiile de mentenanță aceste elemente sînt înlocuite cu altele noi, atunci modelul simplificat este cel mai potrivit la calculul de proiectare și pentru urmărirea menținerii parametrilor vibrațiilor în timpul funcționării utilajului.

6. Sisteme de izolare antivibratilă

Funcție de condițiile de exploatare a mașinilor și de destinația tehnologică a acestora, se impune adoptarea anumitor criterii constructive și funcționale, astfel încît să fie asigurată, încă din etapa de proiectare, parametrii optimi de fiabilitate, mentenabilitate și ergonomie.

Pentru cea mai mare parte a mașinilor, parametrii dinamici și de fiabilitate sînt determinați de prezența, în structura mașinii, a elementelor antivibratile cunoscute și sub denumirea de izolatori antivibratili. Acestea sînt realizate ca elemente discrete, individualizate prin parametrii specifici de rigiditate și disipare, care intră în componența montajelor antivibratile. Cele mai frecvente elemente antivibratile sînt de tipul corpului solid deformabil pe bază de metal sau cauciuc. Se mai folosesc și elemente hidropneumatice la montajele antivibratile cu frecvență proprie foarte joasă ($\simeq$ 1 Hz) și cu posibilități de reglare a caracteristicii.

6.1. Elemente elastice metalice

Elementele elastice, sub formă de arcuri sau lamele, realizate din oțel, sînt frecvent folosite în structura mașinilor și utilajelor. Astfel, după forma constructivă și destinație, elementele elastice metalice, care au și rol de izolatoare antivibratile, sînt grupate astfel : arcuri elicoidale, bare de torsiune și arcuri lamelare. Cea mai mare răspîndire o au arcurile elicoidale (cilindrice sau conice) și arcurile lamelare. Barele de torsiune au cunoscut cea mai frecventă utilizare, în mod deosebit, la suspensia automobilelor.

Arcurile elicoidale sînt solicitate numai la forțe axiale centrice, de compresiune sau întindere. La majoritatea reazemelor elastice sînt folosite arcurile elicoidale de compresiune, iar, funcție de destinație, acestea sînt precomprimate pentru a evita jocurile montajului.

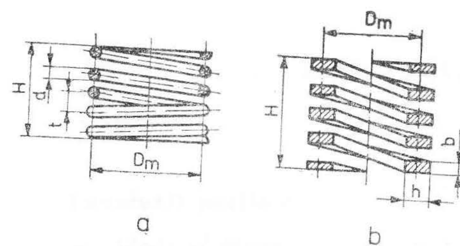


Fig. 6.1. Arc elicoidal cilindric : *a* — sîrmă rotundă ; *b* — bară cu secțiune rectangulară.

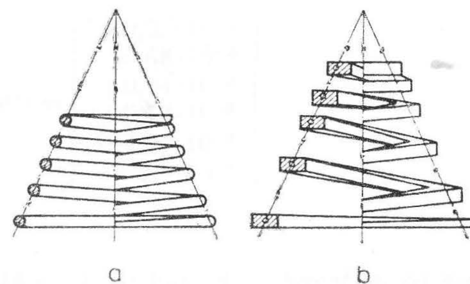


Fig. 6.2. Arc elicoidal conic : *a* — sîrmă rotundă ; *b* — bară cu secțiune rectangulară.

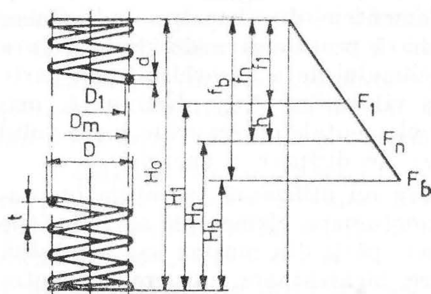


Fig. 6.3. Caracteristica unui arc liniar și elementele geometrice.

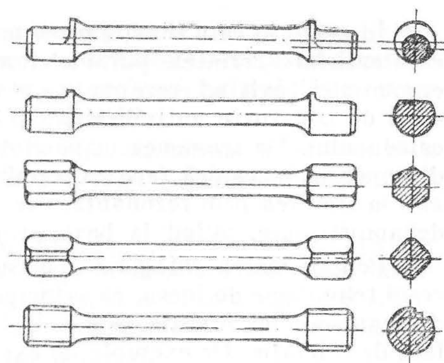


Fig. 6.4. Forma constructivă a unui arc bară de torsiune în patru variante ale capetelor de prindere.

Arcurile elicoidale sînt formate din sîrmă sau bară, cu secțiune rotundă sau rectangulară, spirele fiind realizate prin înfășurare pe o elice, după o suprafață cilindrică (fig. 6.1), sau conică (fig. 6.2). Parametrii specifici ai unui arc elicoidal, necesari la proiectarea unui grup de rezemare elastică sînt : coeficientul de rigiditate axial și transversal, forța minimă de montaj F_1, forța maximă de funcționare F_n, forța de blocare F_b la care se ating spirele, lungimea arcului în stare liberă H_0, lungimea arcului în stare blocată H_b, diametrul exterior D și diametrul sîrmei d. Pentru un arc este necesară și caracteristica forță deformație prezentată conform prevederilor STAS 7067-76 (fig. 6.3).

Arcurile lamelare sînt solicitate, în principal, la încovoiere. Sînt reprezentate printr-o lamelă cu fibra medie dreaptă sau curbă. Cele mai utilizate sînt arcurile lamelare drepte asociate astfel încît să formeze un sistem multilamelar convenabil pentru a realiza, atît funcția elastică, cît și pe cea de izolare a vibrațiilor. Parametrii caracteristici ai unui arc lamelar sînt : coeficientul de rigiditate după direcția de deformare, deformația (săgeata) maximă, lungimea, lățimea și grosimea.

Arcurile bară de torsiune sînt compuse dintr-un element elastic, de obicei bară dreaptă, asamblat cu elemente de prindere care-l obligă să acumuleze lucru mecanic de deformație la solicitarea de torsiune. Aceste arcuri au dimensiuni de gabarit reduse, sînt de construcție simplă, prezintă ușurință la montaj și întreținere. În figura 6.4 se redă forma constructivă a unui arc bară de torsiune în mai multe variante ale capetelor de fixare.

6.2. Elemente antivibratile din cauciuc

La mașinile cu acțiune vibrantă (plăci vibratoare compactoare, rulouri vibratoare, ciururi vibrante, transportoare vibrante, vibroînfigătoare etc.), elementele antivibratile din cauciuc, care intră în componența sistemului elastic și de amortizare, determină regimul funcțional. Astfel, dacă elementele antivibratile nu sînt amplasate rațional în structura mașinii și nu se cunosc suficient proprietățile fizico-mecanice reale ale acestora, atunci pot apare situații care conduc la o funcționare anormală și la distrugerea în timp scurt a componentelor mașinii. Toate acestea sînt însoțite și de influența negativă asupra condițiilor de muncă și confort ale mecanicului.

În cazul în care funcționarea mașinii are loc pentru un regim determinat, care satisface cerințele parametrilor funcționali, tehnologici, de fiabilitate și ergonomici, evitînd rezonanța, atunci elementele din cauciuc îndeplinesc rolul de izolatoare antivibratile, avînd la bază proprietatea de elasticitate a cauciucului. De asemenea, capacitatea cauciucului de a absorbi o bună parte din energia mecanică face ca amplitudinea vibrațiilor să fie diminuată mai ales la trecerea prin rezonanță, caz în care elementele din cauciuc joacă rolul de amortizoare, avînd la bază proprietatea de disipare a energiei.

Pentru marea categorie a mașinilor care nu utilizează vibrațiile în procesul tehnologic de lucru, ca principiu de funcționare, elementele antivibratile din cauciuc sînt folosite pentru izolarea unor părți din mașină sau a mașinii față de fundație. De exemplu, la excavatoare, încărcătoare, autogredere, autoscrepere, ventilatoare, turbine, utilaje din industria chimică și petrochimică, se utilizează în mod frecvent sisteme și elemente antivibratile pe bază de cauciuc.

Avantajele utilizării elementelor din cauciuc față de arcurile metalice pot fi sintetizate astfel :

a) factorul de amortizare este mult mai mare la cauciuc decît la oțel. Amortizarea internă fiind necesară în cazul unor șocuri aplicate brusc, în cazul rezonanței sau al unei game de frecvențe de rezonanță prin care trece agregatul atît la pornire cît și la oprire ;

b) la același volum, cauciucul înmagazinează cantități mai mari de energie decît oțelul ;

c) cauciucul are o mare reziliență în comparație cu oțelul ;

d) sistemele elastice și de amortizare compuse din elemente pe bază de cauciuc sînt mai stabile decît arcurile din oțel ;

e) transmiterea zgomotului prin cauciuc este mult mai mică decît la oțel, viteza de propagare a sunetului prin cauciuc fiind de 45 m/s, iar la oțel de 5 100 m/s ;

f) datorită modulului de elasticitate mult mai mic decît la oțel, cauciucul asigură sisteme de rezemare cu frecvențe proprii joase, fiind posibilă evitarea zonelor de lucru în rezonanță sau în vecinătatea acestora ;

g) cauciucul nu necesită întreținere în exploatare ;

h) cauciucul este capabil de a suporta rezistențe mari de scurtă durată (suprasarcini accidentale) ;

i) cu ajutorul cauciucului, se pot realiza construcții simple și ușoare ale sistemelor de izolare antivibratilă.

Dezavantajele utilizării elementelor din cauciuc comparativ cu cele din oțel sînt următoarele :

a) diminuarea proprietăților elastice sub influența factorilor atmosferici de mediu (lumină, ozon, apă) și a produselor petroliere cu care intră în contact în timpul exploatării (uleiuri minerale, acizi, motorină). Acest dezavantaj poate fi înlăturat prin măsurile speciale de protecție mecanică sau chimică care se realizează la fabricarea cauciucului ;

b) variația de temperatură peste anumite limite de funcționare stabilite pot scoate din funcțiune sistemul ;

c) apariția fenomenului de îmbătrînire, însoțit de diminuarea rezistenței și a caracteristicii de elasticitate, scoate sistemul de funcțiune după o perioadă cuprinsă între 5 ani și 20 ani. Perioada de serviciu depinde și de modul de solicitare (statică, dinamică), și de factorii de mediu ;

d) cost de fabricație mai ridicat decît la arcurile din oțel, în special la o producție de serie mică sau de unicat.

6.2.1. **Modele reologice ale elementelor antivibratile din cauciuc.** Caracteristica fundamentală a tuturor polimerilor o constituie existența unor lanțuri moleculare lungi și flexibile. Flexibilitatea macromoleculelor stabilește caracterul proprietăților mecanice și fizice ale polimerilor.

Cauciucul (natural sau sintetic) constituie baza materialelor antivibratile utilizate în construcția de mașini. Pentru starea solidă, cauciucul se prezintă sub două faze : cristalină și amorfă.

Existența celor două stări fazice ale cauciucului implică o mare varietate de proprietăți fizico-mecanice structurilor supramoleculare necesare materialelor antivibratile. În funcție de temperatură, cauciucul se află în trei stări : sticloasă, elastică și vîscoasă. Se menționează că trecerea de la o stare la alta se produce numai ca urmare a schimbării temperaturii.

Pe baza schimbărilor structurale, s-a putut explica, din punct de vedere calitativ, natura elasticității, vîscozității și plasticității cauciucului. Astfel, la deformarea elastică, sub influența aplicării forței exterioare, moleculele cauciucului își modifică distanța proporțional cu forța, în limita mărimii forțelor intermoleculare. După îndepărtarea acestei forțe, rețeaua moleculară revine la starea inițială de echilibru, iar deformarea materialului dispare. Deformarea de acest tip se numește elastică și este guvernată de legea lui Hooke.

Faptul că materialele pe bază de cauciuc nu se comportă integral nici ca cele lichide, nici ca cele solide, datorită caracterului structurilor lor, s-a apreciat că pot fi definite ca materiale de tip „vîscoelastic". Legile clasice ale mecanicii corpurilor elastice solide (după Hooke) și lichidelor vîscoase (după Newton) arată că la aplicarea unei forțe corespunde o deformație și respectiv o anumită viteză de deformare. În ambele cazuri, însă, starea de echilibru se stabilește instantaneu, timpul nefiind un parametru care să influențeze aceste fenomene.

La materialele antivibratile pe bază de cauciuc există un interval de timp (o durată) între momentul aplicării forței și apariția efectului. Această întîrziere se caracterizează prin trei factori :

— dependența fenomenului de deformare ca urmare a efortului constant aplicat, sau altfel spus variația în timp a deformației realizată cu forța constantă ;

— variația în timp a efortului necesar aplicat pentru a menține o deformație constantă, fenomenul de relaxare a forței ;

— diferența de fază între efort și deformație, atunci cînd materialul este supus la o solicitare ciclică, evidențiază comportarea vîscoelastică a materialului.

În baza teoriei vîscoelastice, reacțiunea (răspunsul) mediului la acțiunea forței exterioare aplicate poate fi obținută printr-o combinație între comportarea elastică liniară și comportarea vîscoasă liniară.

Pentru a analiza răspunsul cît mai fidel al materialelor antivibratile pe bază de cauciuc, considerate că au o comportare vîscoelastică liniară, s-a recurs la modelele compuse din mai multe elemente simple pe bază de faze elastice și vîscoase.

Modelul Voigt-Kelvin generalizat

Mediul vîscoelastic tip model Voigt-Kelvin generalizat este alcătuit din n elemente simple (arc, amortizor legate în paralel) Voigt-Kelvin legate în serie (fig. 6.5).

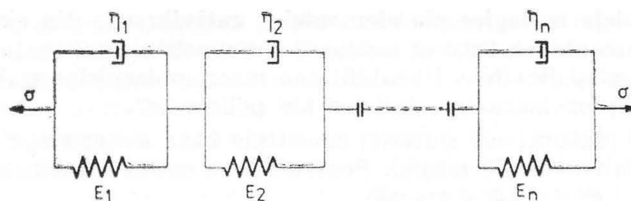


Fig. 6.5. Model Voigt-Kelvin generalizat.

Tensiunea totală în întregul mediu va fi tensiunea din fiecare element, iar deformaţia totală va fi suma deformaţiilor corespunzătoare fiecărui element, astfel :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_k + \ldots + \varepsilon_n = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k,$$

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_k = \ldots = \sigma_n = \sigma,$$

iar ecuaţiile constitutive pentru fiecare element sînt :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma = E_1\varepsilon_1 + \eta_1\dot{\varepsilon}_1 \\ \sigma_2 &= \sigma = E_2\varepsilon_2 + \eta_2\dot{\varepsilon}_2 \\ &\vdots \\ \sigma_k &= \sigma = E_k\varepsilon_k + \eta_k\dot{\varepsilon}_k \\ &\vdots \\ \sigma_n &= \sigma = E_n\varepsilon_n + \eta_n\dot{\varepsilon}_n \end{aligned}$$

Deci se poate scrie : $\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k(t)\ ;\ \sigma(t) = \left(E_k + \eta_k \frac{\partial}{\partial t}\right) \varepsilon_k(t).$ (6.1)

Pentru ecuaţia de stare se elimină $\varepsilon_k(t)$ între relaţiile (6.1) şi astfel se obţine relaţia scrisă sub formă operaţională :

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) \sum \frac{1/E_k}{1 + \frac{\eta_k}{E_k}\frac{\partial}{\partial t}}. \qquad (6.2)$$

Din ecuaţia (6.2), se constată că deformaţia totală este o însumare de deformaţii vîscoelastice a tuturor modelelor simple.

Se aplică tensiunea $\sigma = \sigma_0$ constantă în timp, iar pe baza condiţiilor de echilibru şi continuitate, impuse modelului Voigt-Kelvin generalizat, avem :

$$\varepsilon_k(t) = \frac{\sigma_0}{E_k}\left(1 - e^{-(E_k/\eta_k)t}\right),$$

dar

$$\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k(t),$$

deci se obţine : $\varepsilon(t) = \sigma_0 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{E_k}\left(1 - e^{-(E_k/\eta_k)t}\right).$ (6.3)

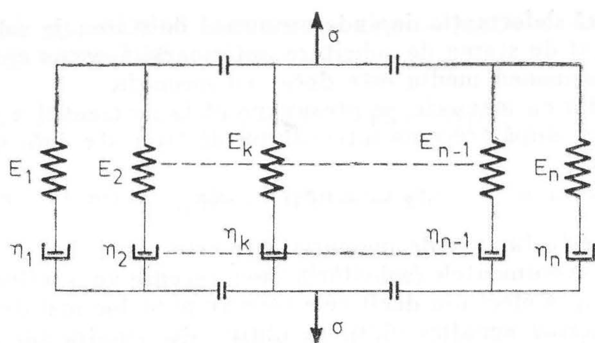


Fig. 6.6. Model Maxwell generalizat.

Modelul Maxwell generalizat

Acest model este alcătuit din n elemente Maxwell legate în paralel (fig. 6.6).

Deformaţia totală a mediului $\varepsilon(t)$ este egală cu deformaţia fiecărui element în parte $\varepsilon_k(t)$, astfel: $\varepsilon(t) = \varepsilon_k(t)$, $k = 1, 2,\ldots,n$,

iar tensiunea totală din mediu va fi: $\sigma(t) = \sum_{k=1}^{n} \sigma_k(t)$. (6.4)

Ecuaţia constitutivă de stare pentru elementul k din modelul Maxwell generalizat este:

$$\dot{\varepsilon}_k = \dot{\sigma}_k/E_k + \sigma/\eta_k, \tag{6.5}$$

sau

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = \left(\frac{1}{\eta_k} + \frac{1}{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\right)\sigma_k. \tag{6.6}$$

Prin eliminarea lui σ_k între (6.4) şi (6.6), se obţine ecuaţia operaţională de stare sub forma:

$$\sigma(t) = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\sum_{k=1}^{n} E_k\left(\frac{E_k}{\eta_k} + \frac{\partial}{\partial t}\right)^{-1}. \tag{6.7}$$

La $\varepsilon = \varepsilon_0 =$ constant pentru un element avem:

$$\sigma_k(t) = E_k\varepsilon_0 e^{-(E_k/\eta_k)t},$$

iar pentru întreg modelul va fi: $\sigma(t) = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^{n} E_k e^{-(E_k/\eta_k)t}$. (6.8)

Relaţia (6.8) exprimă relaxarea tensiunii în cazul modelului Maxwell generalizat.

Prin utilizarea modelului generalizat Voigt-Kelvin, se obţine funcţia de fluaj, cea mai generală pentru un corp cu o comportare vîscoelastică liniară, iar cu modelul Maxwell generalizat se obţine expresia cea mai completă pentru funcţia de relaxare a tensiunii în cazul mediului vîscoelastic.

Modelul vîscoelastic ereditar liniar Volterra-Boltzmann

Pentru materialele antivibratile din cauciuc, se mai utilizează şi modelul reologic vîscoelastic ereditar liniar Volterra-Boltzmann. La acest mediu, reacţia mecanică este determinată de „istoria" solicitărilor termomecanice

anterioare, adică deformația depinde nu numai de starea de solicitare din momentul dat, ci și de starea de solicitare anterioară. În sens antropomorfic, se spune că un asemenea mediu este dotat cu *memorie*.

La un mediu cu memorie, se presupune că la momentul τ s-a aplicat tensiunea $\sigma(\tau)$, iar după trecerea intervalului de timp $d\tau$ deformația va fi $d\varepsilon$, față de relația

$$d\varepsilon = \sigma(t)f'(t-\tau)d\tau, \tag{6.9}$$

unde $f'(t-\tau)$ este funcția de memorie care este rapid descrescătoare, exprimînd faptul că evenimentele (solicitările) mai recente au o influență mai mare, ca pondere, asupra efectului decît cele care au avut loc mai de mult.

Prin integrarea ecuației (6.9), se obține deformația produsă de evenimentele (solicitările) trecute (sau anterioare momentului dat), astfel:

$$\varepsilon'(t) = \int_{-\infty}^{t} \sigma(\tau)f'(t-\tau)d\tau. \tag{6.10}$$

La momentul t, deformația este: $\varepsilon''(t) = \sigma(t)/E$, (6.11)
iar deformația totală conform principiului lui Boltzmann va fi:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon'(t) + \varepsilon''(t)$$

sau

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_{-\infty}^{t} \sigma(\tau)f'(t-\tau)d\tau. \tag{6.12}$$

Relația (6.12) este o ecuație integrală Volterra de speța a doua.

Pentru $\tau < 0$, efortul este nul, iar pentru $\tau > 0$, efortul va fi $\sigma = \sigma_0$, caz în care expresia deformației devine:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \sigma_0 \int_{0}^{t} f'(t-\tau)d\tau,$$

sau

$$\varepsilon(t) = \sigma_0\{I_0 + [f(t) - f(O)]\}. \tag{6.13}$$

Funcția $\varepsilon(t)$ este reprezentată grafic în figura 6.7, iar în relația (6.13) avem: $f(t)$ — primitiva funcției $f'(t)$; $I_0 = E^{-1}$.

Dacă $f'(t-\tau)$ se alege astfel încît $f(O) = I_0$, atunci expresia deformației specifice va fi: $\varepsilon(t) = \sigma_0 f(t)$ reprezentată în figura 6.7 prin segmentul de curbă CD. Se subliniază că primitiva $f(t)$ astfel definită este tocmai funcția de fluaj, iar derivata ei este funcția de memorie.

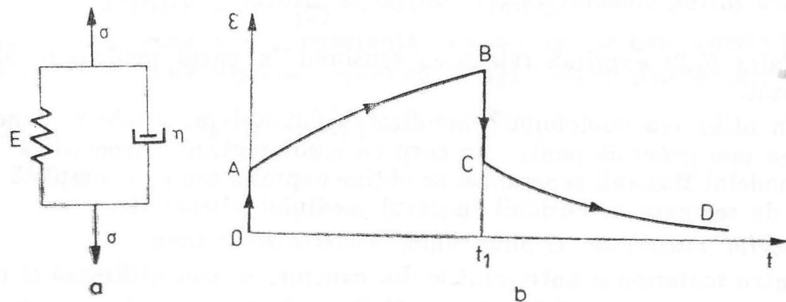


Fig. 6.7. Variația deformației specifice cu timpul (*b*), în cazul modelului vîscoelastic ereditar Volterra-Boltzmann (*a*).

Pentru cazul general cînd tensiunea σ este o funcţie de timp, în relaţia (6.10) vom integra prin părţi astfel:

$$\int_{-\infty}^{t} \sigma(\tau)f'(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{t} \sigma'(\tau)f(t-\tau) - \sigma(t)f(t-\tau)\Big|_{-\infty}^{t}$$

şi considerînd nule tensiunile pînă la momentul $t = 0$, expresia deformaţiei va fi:

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \sigma'(\tau)f(t-\tau)\mathrm{d}\tau. \qquad (6.14)$$

Rezultă că deformaţia unui corp ereditar poate fi determinată în orice moment dacă se cunoaşte funcţia de fluaj şi variaţia în timp a tensiunii.

Prin rezolvarea ecuaţiei integrale (6.12) în raport cu $\sigma(t)$, se obţine:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) - \int_{0}^{t} R(t-\tau)\varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau, \qquad (6.15)$$

în care $R(t-\tau)$ este nucleul de relaxare.

6.2.2. **Caracteristici fizico-mecanice ale elementelor din cauciuc.** În vederea stabilirii, pe baze experimentale, a proprietăţilor fizice şi mecanice ale cauciucului, au fost utilizate epruvete de probă extrase din materialul vulcanizat. Parametrii fizici şi mecanici, determinaţi pe epruvete, au permis numai aprecierea calitativă, sub formă comparativă a diverselor materiale vulcanizate pe bază de cauciuc, fără însă a fi posibilă extrapolarea acestor rezultate pentru piesele reale sub formă finită individualizate ca elemente antivibratile.

Pentru fabricantul de articole tehnice din cauciuc, într-o primă etapă, este important să cunoască proprietăţile fizico-mecanice ale vulcanizatelor determinate pe epruvete, ca apoi să poată urmări şi comportarea în lucru a elementelor finite. Proiectantul şi utilizatorul elementelor antivibratile din cauciuc sînt interesaţi să cunoască proprietăţile fizico-mecanice ale elementului şi sistemului, deci parametrii globali caracteristici.

Deoarece ambele metode se impun în tehnica curentă de lucru, vor fi prezentate principalele caracteristici tehnice, atît ale epruvetelor, cît şi ale elementelor antivibratile din cauciuc.

Principalele caracteristici fizico-mecanice ale epruvetelor din cauciuc vulcanizat

Prin procesul de vulcanizare, care se desfăşoară în condiţii de temperatură şi presiune stabilite, se realizează legăturile chimice transversale în lanţurile macromoleculare ale elastomerului. Aceste legături chimice iau naştere pe baza unor substanţe introduse în amestec ce se numesc agenţi de vulcanizare. Printre agenţii de vulcanizare, cu utilizarea cea mai mare, se află sulful. În vederea grăbirii procesului de vulcanizare şi pentru a mări activitatea sulfului în amestec, se mai introduc şi acceleratorii de vulcanizare.

Proprietăţile fizico-mecanice ale materialelor vulcanizate pe bază de cauciuc depind în principal, atît de cantitatea de sulf, cît şi acceleratorii de vulcanizare. De asemenea, pentru a corecta sau a conferi noi valenţe unor parametri fizico-mecanici în amestec, se introduc anumite ingrediente. Acest proces se mai numeşte „şarjare" sau „ranforsare" şi este direct legat de comportarea vîscoelastică a elastomerului în timpul solicitării. Ranforsarea se

realizează şi are efect numai dacă interacţiunea ingredient-elastomer (adică agentul de ranforsare sau şarjare) participă activ în procesul de vulcanizare la realizarea mecanismului de reticulare.

Dintre elementele de şarjare cel mai frecvent utilizat este negrul de fum. După procesul de fabricare, negrul de fum se grupează în :

— negru de fum de canal (cu 95% carbon), este foarte activ în procesul de vulcanizare ;

— negru de fum de furnal (cu circa 98% carbon), este mai puţin activ decît negrul de fum de canal ;

— negrul de fum rezultat din disociere termică (cu circa 98% carbon) este slab activizant în procesul de vulcanizare.

Pentru a îmbunătăţi schimbul de căldură cu exteriorul în timpul lucrului la solicitări ciclice, atunci în amestecul de cauciuc se introduce oxid de zinc. La noi în ţară, au fost obţinute rezultate foarte bune de către ICPCMP Bucureşti care a elaborat tehnologia de preparare şi vulcanizare a cauciucului antivibratil pentru patru amestecuri omologate.

Principalele *caracteristici fizico-mecanice*, care se determină *în regim static* pe epruvete standardizate, sînt : a) modulul de elasticitate (Young) pentru o deformaţie relativă 100%, daN/cm^2 ; b) alungirea relativă efectivă, % ; c) alungirea remanentă, % ; d) rezistenţa la sfîşiere, daN/cm^2 ; e) duritatea, °Sh (A) ; f) compresiunea remanentă, %.

Principalele *caracteristici fizico-mecanice* determinate pe epruvete *în regim dinamic* sînt : a) modulul de elasticitate longitudinal (Young), daN/cm^2 ; b) rezistenţa Yerzley, % ; c) numărul de cicluri pînă la apariţia primei amorse de fisurare ; d) numărul de cicluri necesar evoluţiei rupturii în masa de cauciuc pînă la 4 mm, 6 mm şi 8 mm ; e) temperatura în masa de cauciuc supus la solicitarea repetată, °C ; f) deformaţia remanentă, %.

Caracteristicile mecanice de la punctele a) şi b) se determină cu osciloscopul Yerzley, caracteristicile de la punctele c) şi d) se determină cu ajutorul flexometrului De Mattia, iar cele de la punctele e) şi f) cu ajutorul flexometrului Goodrich.

Răspunsul vîscoelastoereditar, la acţiunea solicitărilor aplicate, este exprimat cu ajutorul parametrilor mecanici ce caracterizează comportarea macroscopică, globală, a epruvetei supusă probelor. Legătura analitică dintre diverşii parametri mecanici are la bază legile ce guvernează deformarea elastică a elementului de cauciuc şi constantele fizice specifice cauciucului. Astfel, principalii parametri mecanici globali sînt : deformaţia specifică, tensiunea normală, împreună cu următorii parametri fizici : modulul de elasticitate longitudinal (Young), modulul de elasticitate transversal, modulul volumic, coeficientul de frecare internă sau unghiul de pierdere mecanic, coeficientul lui Poisson. Pentru unii din parametrii citaţi, în cazul epruvetelor din cauciuc, trebuie făcute precizări speciale.

Deformaţia specifică se defineşte ca raportul dintre deformaţia efectivă (alungirea, scurtarea) Δh şi înălţimea iniţială a elementului h_0, adică :

$$\varepsilon = \Delta h / h_0 = (h - h_0)/h_0. \tag{6.16}$$

Se notează $\lambda = h/h_0$ şi atunci se obţine : $\lambda = \varepsilon + 1$. (6.17)

Pentru cazul general, cînd deformaţia elementului din cauciuc este omogenă, valorile λ_1, λ_2, λ_3 caracterizează trei direcţii ortogonale, iar dacă elementul este un cub cu muchia unitară după deformaţie, se va transforma într-un

paralelipiped cu muchiile λ_1, λ_2, λ_3. Cauciucul își păstrează volumul constant în timpul deformării, deci :

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1. \quad (6.18)$$

Tensiunea normală

Considerăm o epruvetă din cauciuc solicitată uniaxial (întindere-/compresiune). În timpul deformării, secțiunea se modifică pe toată înălțimea, ca urmare a modificării formei epruvetei. În acest caz, se va introduce noțiunea de tensiune reală σ și tensiunea convențională σ^* definite astfel :

$$\sigma = P/A ; \quad (6.19)$$

$$\sigma^* = P/A_0, \quad (6.20)$$

unde P este sarcina axială echivalentă a solicitărilor exterioare ; A_0, A — aria secțiunii transversale în stare nedeformată și, respectiv, deformată.

Pe baza condiției de volum constant a epruvetei de cauciuc, $A_0h_0 = Ah$ și ținînd seama de λ, se obține :

$$A = A_0h_0/h = A_0/\lambda, \quad (6.21)$$

iar tensiunea efectivă (reală) va fi :

$$\sigma = (P/A_0)\lambda,$$

sau

$$\sigma = \lambda\sigma^*. \quad (6.22)$$

Modulul de elasticitate static

Deoarece la deformarea cauciucului are loc fenomenul de relaxare a tensiunii, atunci, pentru a caracteriza procesul de deformare, au fost introduse două noțiuni, astfel :

— modulul de elasticitate la echilibru E și G, corespunzător situației cînd în timpul aplicării forței are loc procesul complet de relaxare ;

— modulul de elasticitate instantaneu E_0 și G_0, adică $E_0 = \lim_{t\to 0} E(t)$ și $G_0 = \lim_{t\to 0} G(t)$, ceea ce înseamnă că aceste mărimi caracterizează materialul ideal elastic.

Pentru epruvete, experimental, modulul de elasticitate se determină la viteze mari de deformare, în cazul G_0, E_0 și la viteze foarte mici de deformare $(9...2)\cdot 10^{-4}$ m/s, în cazul parametrilor G și E.

În cazul cauciucului șarjat cu negru de fum, se constată o creștere a modulului de elasticitate, făcîndu-l mai rezistent la deformare.

Duritatea cauciucului

În cazul materialelor pe bază de cauciuc, nu se poate indica o anumită valoare pentru modulul de elasticitate care poate fi precizat numai în condiții bine determinate. Acest lucru ar complica foarte mult metodologia de calcul și verificare a elementelor din cauciuc. De aceea, s-a căutat ca parametrul de verificare operativă a cauciucului să fie duritatea.

Duritatea reprezintă proprietatea cauciucului de a rezista (opune rezistență) la pătrunderea în el a unui corp standardizat ca formă și dimensiuni. Duritatea se determină prin două metode standardizate. Astfel STAS STAS 5441/1-74 stabilește metoda de determinare a durității materialelor vulcanizate pe bază de cauciuc natural sau sintetic, indicîndu-se mărimea duri-

tății în grade internaționale (IRHD). Scara de duritate la gradul zero trebuie să reprezinte duritatea unui material cu modul de elasticitate zero, iar gradul 100 să reprezinte duritatea unui material cu modul de elasticitate infinit.

Deoarece foarte multe firme de specialitate din străinătate și de la noi indică numai duritatea în grade Shore A, în continuare, se va utiliza această scară de duritate. Determinarea durității cauciucului în grade Shore A este reglementată în STAS 5441/2-74. Prin duritatea în grade Shore A se înțelege rezistența opusă la pătrunderea în cauciuc a unui corp tronconic de dimensiuni determinate. Gradele de duritate cuprinse între zero și 100 sînt indicate pe un cadran gradat în mod corespunzător. De asemenea, Fișa UIC 827-1 (CFR) dă indicații asupra verificării durității în grade Shore A.

În materiale pe bază de cauciuc cu modul de elasticitate mic, duritatea exprimată în grade IRHD este aproximativ aceeași cu duritatea în grade Shore A.

Principalele caracteristici tehnice ale elementelor antivibratile din cauciuc

Elementele antivibratile din cauciuc reprezintă „unitățile funcționale" de bază care intră în componența sistemelor elastice și de izolare a vibrațiilor. Deoarece nu se pot face extrapolări corecte ale mărimii caracteristicilor fizico-mecanice, determinate pe epruvetă, la trecerea pe elemente reale, constitutive, este necesară cunoașterea caracteristicilor mecanice ale acestora, precum și influența directă a unor factori.

Coeficientul de formă este definit de raportul dintre aria transversală încărcată și aria liberă a elementului solicitat la compresiune. Funcție de coeficientul de formă variază modulul de elasticitate longitudinal, tensiunea admisibilă și caracteristicile de amortizare. Acesta este dat de relația

$$\Phi = A_i/A_l, \tag{6.23}$$

unde A_i este aria încărcată ; A_l — aria liberă.

Pentru elemente de cauciuc cu o geometrie simplă și de formă regulată, coeficientul de formă este dat de relații simple, astfel :

— element cilindric cu diametrul d și înălțimea h :

$$\Phi = d/4h\,; \tag{6.24}$$

— element prismatic cu laturile suprafeței încărcate $a \times b$ și înălțimea h :

$$\Phi = \frac{ab}{2h(a + b)}\,; \tag{6.25}$$

— element inelar cu diametre d_1, d_2 ($d_1 > d_2$) și înălțimea h :

$$\Phi = (d_1 - d_2)/(4h). \tag{6.26}$$

Relaxarea tensiunii la deformație constantă a fost evidențiată în cazul încercării elementelor antivibratile din cauciuc. Fenomenul este mai accentuat (predominant) în cazul cauciucului puternic șarjat cu negru de fum.

Fluajul este fenomenul care se caracterizează printr-o deformare continuă, atunci cînd sarcina aplicată elementului din cauciuc este constantă. Acest proces se desfășoară după o lege exponențială și se încheie după un anumit timp. La descărcarea elementului de cauciuc deformația elastică și de fluaj revin pînă la o anumită valoare tinzînd către valoarea inițială, pînă la un anu-

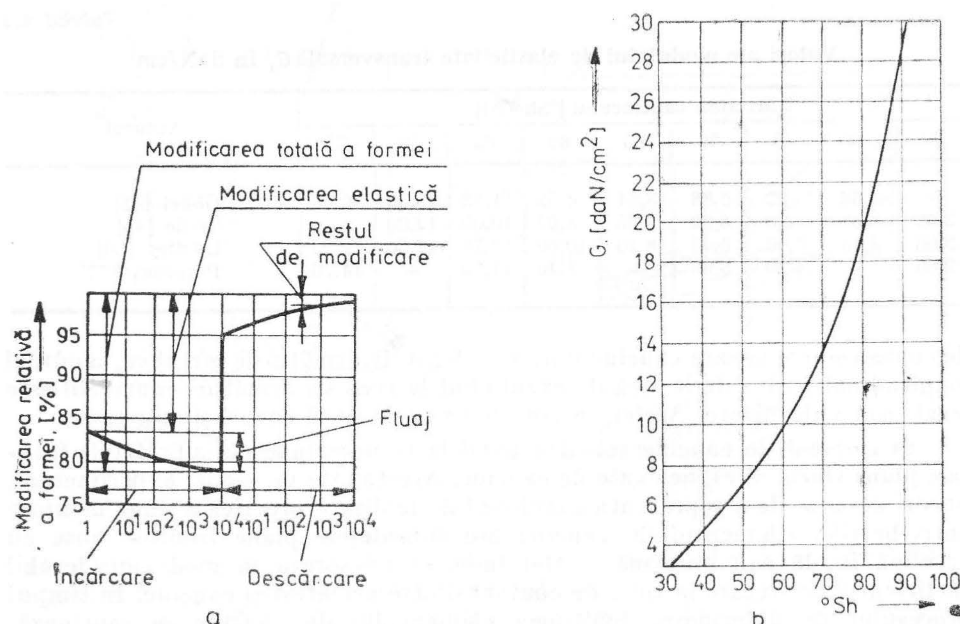


Fig. 6.8. Diagrama de fluaj (*a*) a unui element din cauciuc și variația modulului de elasticitate transversală (b) funcție de duritatea cauciucului [41].

mit rest de modificare a formei. Aceasta reprezintă o măsură pentru elasticitatea elementului din cauciuc. Prin urmare, dacă restul de modificare a formei (sau înălțimii elementului) este mic, rezultă că elasticitatea elementului este ridicată și are fluaj redus. În figura 6.8, *a* este reprezentată diagrama de fluaj a unui element antivibratil din cauciuc moale solicitat la compresiune.

Pe diagramă s-a reprezentat mărimea $\lambda = h/h_0$ sau $\lambda = 1 + \varepsilon$ în axa ordonatelor, iar timpul pe axa absciselor.

Se apreciază că un element de cauciuc, solicitat un timp mai îndelungat la cicluri repetate de încărcare-descărcare, are o elasticitate bună dacă restul de modificare a formei (înălțimii) este de circa 2%...5%, iar valorile de fluaj se situează între 5%...10% din întreaga deformație elastică.

Modulul de elasticitate static

Pentru calculul elementelor antivibratile din cauciuc este necesar a se cunoaște modulul de elasticitate longitudinal E și transversal G.

Modulul de elasticitate transversal G reprezintă capacitatea cauciucului de a rezista elastic la deformațiile unghiulare de forfecare. El nu depinde de forma constructivă a elementului antivibratil din cauciuc, ci numai de amestecul de cauciuc prin duritatea acestuia (fig. 6.8, *b*).

În tabelul 6.1 se prezintă valorile comparative ale modulului G după diferiți autori.

Modulul de elasticitate longitudinal E reprezintă capacitatea cauciucului de a rezista elastic la deformații longitudinale (axiale) datorită solicitării de compresiune sau întindere.

Între modulul de elasticitate longitudinal E și cel transversal G există o anumită legătură dată, fie sub forma unor relații analitice, fie sub forma unor diagrame de corelație. Pentru elementele din cauciuc supuse unei solicitări

Tabelul 6.1

Valori ale modulului de elasticitate transversală G, în daN/cm^2

Duritatea cauciucului [°Sh (A)]									Autorul
30	40	45	50	55	60	65	70	75	
—	4,66	5,62	6,88	8,34	9,55	11,33	13,55	16,00	Göbel [41]
3,22	4,67	5,33	6,22	7,33	8,67	10,00	12,00	—	Crede [45]
3,00	4,50	5,40	6,40	8,10	10,60	13,70	17,30	22,20	Lindley [56]
2,80	—	4,20	5,60	—	8,40	11,20	—	14,70	Poturaev [72]

de compresiune, la care cauciucul nu este legat de armăturile metalice, modulul longitudinal va fi diferit față de cazul cînd la aceleași armături cauciucul este legat prin vulcanizare. Astfel, se vor analiza cele două cazuri și anume :

a) element de cauciuc solicitat axial la compresiune cu suprafețele frontale plane (încărcate), nelegate de cauciuc. Acesta este un model experimental, uneori departe de a reprezenta cazul real de realizare practică a unor montaje antivibratile. Elementul de cauciuc are suprafețele plane frontale unse cu vaselină fluidă sau glicerină, astfel încît să micșoreze în mod considerabil coeficientul de frecare la zona de contact dintre armături și cauciuc. În timpul procesului de deformare, înălțimea elementului de cauciuc se scurtează, iar suprafața laterală își menține forma inițială, fără a se bomba, iar diametrul se mărește în mod corespunzător. Pentru un astfel de element, ce reprezintă un model de studiu, legătura dintre modulele E și G este dată de relația :

$$E = 2G(1 + \nu), \tag{6.27}$$

în care ν este coeficientul lui Poisson definit ca raportul dintre deformația specifică pe direcție transversală și deformația specifică pe direcție axială.

Pentru cauciuc, în mod experimental, s-a dovedit că valorile lui ν variază între 0,465 și 0,527 [56], [71], iar în cazul adoptării unei valori medii pentru $\nu = 0{,}5$, avem $E = 3G$;

b) element de cauciuc solicitat axial la compresiune cu ambele suprafețe frontale, legate prin vulcanizare de cauciuc. În acest caz, legătura dintre modulele E și G nu se mai păstrează ca în expresia analitică (6.27). Acest lucru se explică prin faptul că, în timpul compresiunii axiale, straturile elementare, paralele cu armăturile, sînt apăsate înspre exterior prin alunecare, luînd naștere solicitări tangențiale. Această solicitare se caracterizează prin efort unitar de forfecare variabil de-a lungul axei longitudinale, fiind maxim în zona de aderență a cauciucului cu armăturile și minim în zona planului median transversal. Se menționează că la acest tip de element, deformația transversală (la forfecare) este nulă în vecinătatea armăturilor metalice și maximă în zona planului median transversal. Rezultă că modulul de elasticitate va fi diferit față de cazul deformării transversale libere, cînd cauciucul nu este legat de armături. Pentru amortizoarele cu armături aderente, modulul de elasticitate longitudinal static E_s depinde, atît de coeficientul de formă, care ia în seamă mărimea și felul suprafețelor cauciucului, precum și de duritatea cauciucului.

După Göbel [41], modulul de elasticitate static E_s se calculează cu următoarea relație :

$$E_s = k_{\Phi}G, \tag{6.28}$$

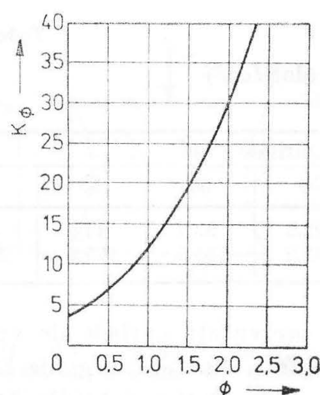


Fig. 6.9. Variația coeficientului de formă [41].

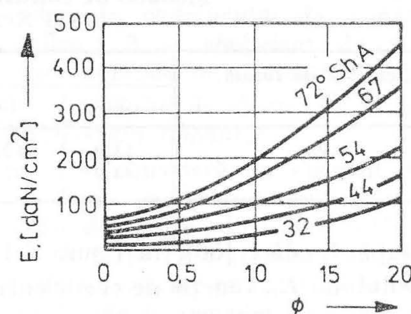


Fig. 6.10. Variația modulului de elasticitate longitudinală E_s, în regim static, funcție de coeficientul de formă Φ și duritatea cauciucului [33, 41, 73].

în care G este modulul de elasticitate transversală funcție de duritate, dat în figura 6.8 ; k_Φ — coeficientul de multiplicare.

Variația coeficientului de multiplicare funcție de coeficientul de formă este prezentată în figura 6.9, după Göbel [41].

Utilizînd relația (6.28) și diagramele din figurile 6.8 și 6.9, s-a calculat modulul E_s pentru cîteva valori ale lui Φ, funcție de duritate, rezultatele fiind prezentate în tabelul 6.2.

Tabelul 6.2

Modulul de elasticitate E_s (daN/cm²)
(după datele din fig. 6.8 și fig. 6.9)

Coeficient de formă, Φ	Duritate [°Sh]							
	40	45	50	55	60	65	70	75
0,25	22,50	27,14	33,23	40,28	46,13	54,72	65,45	77,28
0,50	24,28	30,00	36,67	44,00	51,00	60,40	72,22	85,28
0,75	43,50	52,43	64,20	77,81	89,10	105,71	126,42	149,28
1,00	49,44	59,63	73,00	88,49	101,33	120,21	143,77	169,76

După Crede [45], modulul longitudinal E_s se află în următoarea relație cu modulul G :

$$E_s = 5\,G. \qquad (6.29)$$

După Tolskii [97], legătura dintre E_s și G se ia de forma :

$$E_s = 6\,G. \qquad (6.30)$$

În tabelul 6.3, după Ker Willson [54], se indică valorile modulului E_s, funcție de coeficientul de formă și de duritate.

În figura 6.10, este prezentată familia de curbe privind variația modulului E_s funcție de coeficientul de formă Φ și duritatea cauciucului în grade Shore [33, 41, 73].

Tabelul 6.3

Modulul de elasticitate E_s (daN/cm²)
(după Ker Wilson)

Coeficientul de formă, Φ	Duritate [°Sh]					
	30	45	50	60	65	75
0,25	11,2	16,9	22,5	33,7	44,9	59,0
1,00	41,9	67,5	91,2	133,5	175,5	232,0

După Lindley [56], în figura 6.11, sînt prezentate curbele de variație ale modulului E_s, funcție de coeficientul de formă și duritate în grade IRHD.

În lucrările [56, 85], se recomandă următoarea relație pentru E_s, astfel:

$$E_s = E(1 + 2\beta\Phi^2), \qquad (6.31)$$

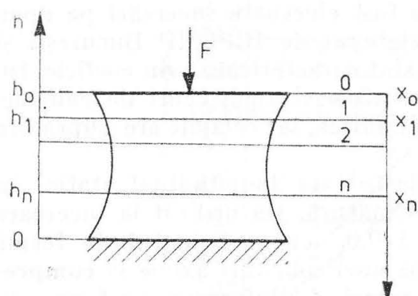


Fig. 6.12. Schema de încărcare axială și treptele de deformare a unui element din cauciuc cu secțiune rotundă plină.

în care : $E = 3\,G$ este modulul de elasticitate al elementului din cauciuc, fără aderența cauciucului de armăturile metalice ; β — coeficient de multiplicare care depinde de duritatea IRHD [56].

Modulul de elasticitate al cauciucului antivibratil românesc

Se consideră un element de cauciuc de formă geometrică regulată cu secțiunea rotundă. Astfel, în figura 6.12, s-a notat cu F forța ce acționează asupra elementului de cauciuc cu valori de la zero la F_{max} cu trepte intermediare F_i la $h_i \in (h_0, h_n)$, unde h_0 este înălțimea inițială a elementului, iar h_i este înălțimea elementului de cauciuc, în stare deformată, corespunzătoare treptei de încărcare $i \in (0, n)$. Cu x_i s-a notat mărimea deformației corespunzătoare treptei „i" de încărcare.

Deoarece volumul elementului de cauciuc nu variază în timpul proceselor de solicitare mecanică, rezultă că, pentru fiecare treaptă de încărcare cvasistatică, se poate determina teoretic aria efectivă corespunzătoare stării de tensionare. Astfel, pentru fiecare treaptă de încărcare (proces de tensionare cvasistatic), în ipoteza volumului constant, vom avea aria unui element de cauciuc cilindric echivalent, dată de relația :

$$A = V_0/(h_0 - x). \tag{6.32}$$

Deoarece deformațiile sînt mici ($\varepsilon \leqslant 15\%$), se poate scrie legea lui Hooke de unde rezultă modulul E_s, astfel :

$$E_s = (F/x)(h_0/A). \tag{6.33}$$

Ținînd seama de relația (6.32), expresia modului E_s se poate scrie sub forma :

$$E_s(x) = (kh_0/V_0)(h_0 - x), \tag{6.34}$$

unde $k = F/x$ este coeficientul de rigiditate al elementului de cauciuc, considerat constant [17].

Din relația (6.34), se constată că modulul de elasticitate $E_s(x)$ este o funcție liniară în raport cu deformația instantanee.

Se observă că pentru $x = h_0$, rezultă $E(h_0) = 0$, ceea ce este practic imposibil și fără sens fizic. Din practica experimentală, privind, atît durabilitatea elementelor din cauciuc, cît și caracteristica liniară $F - x$, rezultă că deformația maximă trebuie să fie mai mică decît 15% din înălțimea inițială, adică :

$$x_{max} \leqslant 0{,}15\; h_0. \tag{6.35}$$

Sensul fizic al modulului de elasticitate exprimă proprietatea mecanică macroscopică a mediului de a se opune solicitării, deci reprezintă mărimea fizică de legătură dintre forțele exterioare și deformațiile provocate ca urmare a proprietăților materialului. Așadar, modulul de elasticitate E_s are sens fizic numai atunci cînd există o stare de solicitare, pentru că numai în acest caz poate fi considerat drept parametru fizico-mecanic al materialului. De aceea, în cazul deformației nule, $E(0) = kh_0^2/V_0$ se va numi modul de elasticitate convențional E_c pentru că el nu exprimă o stare de solicitare reală.

Pentru determinarea modulului E_s, au fost efectuate încercări pe două tipuri de elemente din cauciuc românesc elaborat de ICPCMP București și omologat de INCERC. Ambele amortizoare sînt caracterizate prin coeficientul de formă $\Phi = 0,5$ și au fost executate din aceleași amestecuri de cauciuc. Unul din cele două elemente este de formă cilindrică, iar celălalt are suprafața laterală profilată.

Pentru determinarea modulului de elasticitate longitudinal static, în cazul elementelor cu cauciucul aderent de armătură, s-a utilizat la încercare un element din cauciuc S 1201/AVE-Φ 140.0. cu coeficientul de formă $\Phi = 0,5$. Elementul din cauciuc a fost supus unei solicitări axiale la compresiune centrică cu ajutorul unei prese, la o viteză de deformare uniformă de 5 mm/min, iar deformația s-a măsurat cu un fleximetru (precizia 0,01 mm). Pasul deformării a fost de 1 mm, iar deformația maximă de 10 mm. Volumul inițial al cauciucului a fost determinat prin măsurarea volumului de apă dislocuit dintr-un vas cu apă. De asemenea, au fost măsurate ariile corespunzătoare diferitelor trepte de încărcare verificîndu-se relația (6.32).

Diagramele F-x din figurile 6.13 și 6.14 au caracter de liniaritate cu un nivel de încredere de 98%, determinat pe baza prelucrărilor statistice a datelor experimentale. Aceste date au fost obținute în urma a 10 încercări pentru fiecare element de cauciuc.

În tabelul 6.4 se prezintă modulul de elasticitate longitudinal E_s pentru un element elastic profilat cu $\Phi = 0,5$, din patru amestecuri de cauciuc românesc. Acest element amortizor este utilizat la excavatoarele S 1201 și rulourile vibratoare tractate RTV 7 și RVT 12.

Influența aderenței dintre cauciuc și armăturile metalice. Au fost efectuate mai multe serii de determinări experimentale pe elemente de cauciuc de formă cilindrică cu armături plane pe ambele fețe. Elementul din cauciuc cu un coeficient de formă $\Phi = 0,5$ a fost executat în două variante: cu armăturile desprinse de cauciuc, deci, neaderante, precum și cu armăturile aderente de cauciuc prin vulcanizare.

Încercările s-au efectuat în două situații distincte și anume:

— solicitarea la compresiune centrică a elementului din cauciuc cu armăturile aderente de cauciuc;

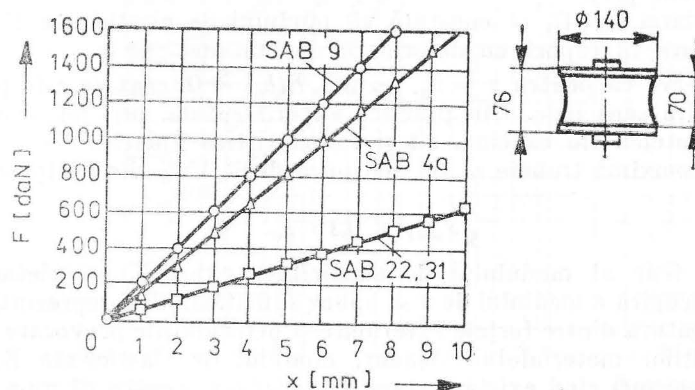


Fig. 6.13. Diagrama forță-deformație (la încărcare) pentru un element izolator cu aria laterală profilată, în cazul a patru amestecuri de cauciuc SAB 9, SAB 4a, SAB 22, SAB 31.

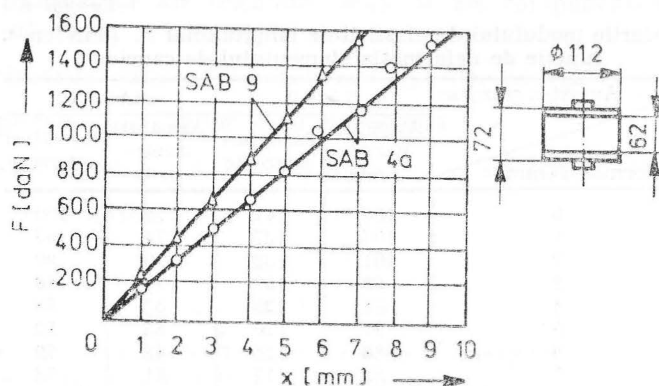


Fig. 6.14. Diagrama forță-deformație (la încărcare) pentru un element izolator cu aria laterală cilindrică, în cazul a două amestecuri de cauciuc SAB 9, SAB 4a.

Tabelul 6.4

Modulul de elasticitate longitudinal E_s (daN/cm^2) funcție de deformație

Amestec cauciuc / Deformația [mm]	SAB 9	SAB 4a	SAB 22, SAB 31
0	119	100	36
1	116	96	35
2	112	93	34
3	109	90	33
4	106	88	32
5	103	85	31
6	100	83	30
7	97	80	29
8	94	78	28
9	91	75	27
10	88	73	26

— solicitarea la compresiune centrică a elementului din cauciuc cu armăturile neaderente. Între suprafețele de contact ale armăturilor metalice cu cauciucul s-a introdus un strat de vaselină fluidă pentru a micșora forța de frecare la alunecare transversală.

La elementul cilindric din cauciuc cu armăturile metalice aderente de cauciuc, prin vulcanizare, s-a constatat fenomenul de deformare maximă în planul median transversal și deformare nulă la contactul cu armăturile. La elementul din cauciuc cu armăturile neaderente de cauciuc s-a constatat menținerea formei cilindrice, deci a unui cîmp uniform de deformații radiale corespunzător solicitării axiale la compresiune centrică.

În tabelul 6.5 se prezintă, în mod comparativ, valorile modulului de elasticitate longitudinal E_s pentru cele două situații.

Din analiza valorilor experimentale cuprinse în tabelul 6.5, se constată că aderența armăturilor de cauciuc, realizată în procesul de vulcanizare, mărește modulul de elasticitate al elementului elastic cu circa 40%.

Modulul de elasticitate dinamic

Pentru elementele din cauciuc supuse la vibrații, modulul de elasticitate, ca urmare a reacției materialului, se mărește în comparație cu modulul static.

Tabelul 6.5

Valorile modulului de elasticitate longitudinal E_s (daN/cm^2), funcție de deformația elementului de cauciuc

Amestec cauciuc / Deformația [mm]	SAB 9		SAB 4a	
	Armături neaderente	Armături aderente	Armături neaderente	Armături aderente
0	108	141	77	100
1	104	137	74	93
2	101	133	72	90
3	98	129	70	88
4	94	125	67	85
5	91	120	65	82
6	88	116	63	79
7	85	112	61	76
8	82	108	58	73
9	79	104	56	71
10	76	100	54	68

În acest caz, se va face o prezentare a modulului de elasticitate dinamic al cauciucului, considerîndu-l ca mediu vîscoelastic, și se vor arăta influențele diferiților factori geometrici, cinematici și de temperatură.

Experimental, s-a constatat că, datorită comportării vîscoelastice a cauciucului, atunci cînd asupra unui element antivibratil se aplică o tensiune armonică, deformația instantanee, deși variază tot armonic, este decalată (întîrziată) cu cantitatea δ în sens pozitiv pe axa timpului. Practic, însă, a fost mai ușor să fie generată o deformație armonică, de amplitudine și pulsație ușor controlabile, cu ajutorul excitatoarelor cinematice [8, 64, 71]. În acest caz, tensiunea mecanică instantanee produsă este tot o funcție armonică de aceeași pulsație cu deformația impusă, însă defazată în sens negativ pe axa timpului.

Tensiunea armonică σ este formată din două componente:

a) componenta elastică σ_e care variază armonic și fază cu deformația;

b) componenta vîscoasă σ_v care variază armonic, dar defazată cu $\pi/2$ înainte față de deformație.

În figura 6.15 sînt prezentate funcțiile σ, σ_e și σ_v în raport cu timpul (sau deplasarea unghiulară ωt).

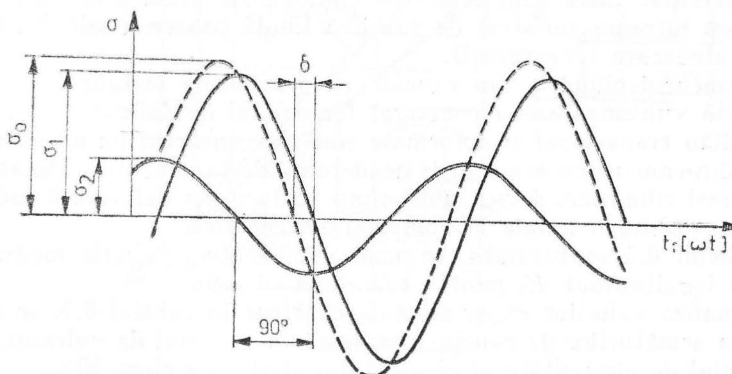


Fig. 6.15. Variația tensiunii ca răspuns la deformația armonică impusă pentru un element de cauciuc ce se comportă ca mediu vîscoelastic.

Mărimile instantanee ale tensiunii totale și ale componentelor ei sînt date de expresiile :

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)\ ;\ \sigma_e = \sigma_1 \sin \omega t\ ;\ \sigma_v = \sigma_2 \sin(\omega t + \pi/2). \quad (6.36)$$

Prin compunerea tensiunilor σ_e și σ_v, rezultă :

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_v, \text{ sau } \sigma_0 \sin(\omega t + \delta) = \sigma_1 \sin \omega t + \sigma_2 \sin(\omega t + \pi/2)\ ; \quad (6.37)$$

după identificare se obține :

$$\text{a) } \operatorname{tg} \delta = \sigma_2/\sigma_1, \quad (6.38)$$

sau

$$\delta = \operatorname{arc\,tg} \sigma_2/\sigma_1, \quad (6.39)$$

unde tg δ este coeficientul de disipare internă a energiei ; δ — unghiul de pierdere (disipare) internă sau factor de amortizare ;

$$\text{b) } \sigma_0 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}, \quad (6.40)$$

în care σ_0 este amplitudinea tensiunii totale ; σ_1 — amplitudinea componentei elastice a tensiunii ; σ_2 — amplitudinea componentei vîscoase a tensiunii.

Dacă mărimile ε și σ se scriu sub formă complexă, avem :

$\varepsilon = \varepsilon_0\, e^{j\omega t}$; $\sigma = \sigma_0 e^{j(\omega t + \delta)}$; raportul σ/ε definește modulul de elasticitate complex. Astfel, se scrie :

$$E^* = \sigma/\varepsilon = (\sigma_0/\varepsilon_0)e^{j\delta}, \text{ sau } E^* = (\sigma_0/\varepsilon_0)(\cos \delta + j \sin \delta). \quad (6.41)$$

Relația (6.41) se poate scrie și sub forma :

$$E^* = E_1 + jE_2, \quad (4.42)$$

în care $E_1 = (\sigma_0/\varepsilon_0) \cos \delta = \operatorname{Re} E^*$ este componenta elastică a modulului de elasticitate longitudinală ; $E_2 = (\sigma_0/\varepsilon_0) \sin \delta = \operatorname{Im} E^*$ — componenta vîscoasă a modulului de elasticitate longitudinală.

Relația (6.42) poate fi reprezentată ca în figura 6.16.

Se observă că între mărimile E^*, E_1 și E_2 există relațiile :

$$\operatorname{tg} \delta = E_2/E_1\ ;\ E_1 = |E^*| \cos \delta\ ;\ E_2 = |E^*| \sin \delta\ ;\ |E^*| = (E_1^2 + E_2^2)^{1/2}. \quad (6.43)$$

Pentru elementele antivibratile din cauciuc, valorile unghiului de pierdere mecanică δ sînt mici și, în acest caz, tg $\delta \cong \delta$.

În această ipoteză, avem :

$$E^* = E_1 + jE_1\delta_E$$

sau

$$E^* = E_1(1 + j\delta_E). \quad (6.44)$$

De obicei E_1, cît și δ_E, factorul de amortizare referitor la deformația axială, sînt funcții atît de pulsația mișcării vibratorii, cît și de temperatura θ a mediului. Prin urmare, aceste mărimi fizice vor fi scrise astfel :

$$E_1 = E(\omega, \theta) = E_{\omega,\theta}\ ;\ \delta_E = \delta_E(\omega, \theta) = \delta_{E\omega,\theta}. \quad (6.45)$$

Cu notațiile (6.45), relația (6.44) poate fi scrisă astfel :

$$E^* = E_{\omega,\theta}(1 + j\delta_{E\omega,\theta}) \quad (6.46)$$

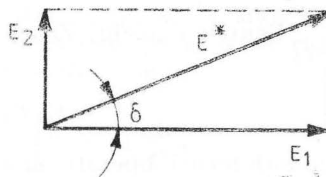


Fig. 6.16. Reprezentarea geometrică a modulului **E***.

Relația (6.46) exprimă modulul complex de elasticitate longitudinală prin cele două componente ale sale și anume: $E_{\omega,\theta}$ este componenta reală care caracterizează comportarea elastică a cauciucului, considerată ca o funcție de pulsație și temperatură; $j\delta_{E\omega,\theta}E_{\omega,\theta}$ — componenta imaginară care caracterizează comportarea vîscoasă a cauciucului și este funcție de pulsație și temperatură.

Mărimea $E_{\omega,\theta}$ se numește modul de elasticitate longitudinal dinamic și este definit de raportul dintre tensiune și componenta deformației în fază cu tensiunea.

Mărimea $\delta_{E\omega,\theta}\cdot E_{\omega,\theta}$ reprezintă măsura pierderii energiei prin disipare internă la deformația cauciucului ca urmare a solicitării axiale.

Pentru solicitarea tangențială de forfecare a elementului din cauciuc, în mod analog, se poate scrie:

$$G^* = G_{\omega,\theta}(1 + j\delta_{G,\omega}). \quad (6.47)$$

Între cele două relații (6.46) și (6.47), există o legătură directă, ținînd seama că $E_{\omega,\theta}$ este direct proporțional cu $G_{\omega,\theta}$ așa după cum s-a văzut anterior, rezultă:

$$E^* = K_E G_{\omega,\theta}(1 + j\delta_{G,\omega}),$$

unde $K_E = E_{\omega,\theta}/G_{\omega,\theta}$ este coeficient de proporționalitate (adimensional).

Interpretarea fizică a comportării interne a cauciucului a condus la ideea tratării reologice, considerînd că se compune dintr-un număr finit, dar foarte mare de elemente vîscoelastice (arcuri și amortizoare), pentru care se caută ecuația de stare. Plecînd de la modelele cele mai simple Hooke și Newton, se ajunge la o rețea echivalentă comportării globale vîscoelastice a cauciucului.

Astfel, considerînd numai un arc elastic de modul E_0 avem:

$$\sigma = E_0\varepsilon, \quad (6.48)$$

iar pentru un element vîscos: $\sigma = \eta_0\dot{\varepsilon}$, (6.49)

sau sub formă operațională: $\sigma = \eta_0\partial\varepsilon/\partial t$. (6.50)

Pentru modelul Voigt-Kelvin (fig. 6.18, *a*), relația $\sigma = E_0\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$ poate fi scrisă sub formă operațională astfel:

$$\sigma = \left(E_0 + \eta_0\frac{\partial}{\partial t}\right)\varepsilon, \quad (6.51)$$

iar pentru modelul Maxwell (fig. 6.18, *b*), avem:

$$\left(\frac{E_0}{\eta_0} + \frac{\partial}{\partial t}\right)\sigma = E\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon. \quad (6.52)$$

Pentru modelul Zener din figura 6.30, ecuația de stare este de forma [21]:

$$(1 + E_0/E_1)\dot{\varepsilon} + (E_0/\eta_1)\varepsilon = (1/E_1)\dot{\sigma} + (1/\eta_1)\sigma, \quad (6.53)$$

iar sub formă operațională ecuația (6.53) este:

$$\left(1 + \frac{E_0}{E_1}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{E_0}{\eta_1}\right)\varepsilon = \left(\frac{1}{E_1}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\eta_1}\right)\sigma,$$

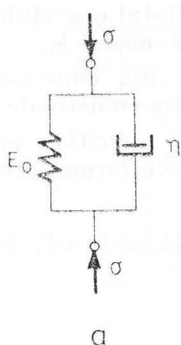




Fig. 6.17. Modele vîscoelastice pentru cauciuc antivibratil :

a — modelul Voigt-Kelvin ;
b — modelul Maxwell.

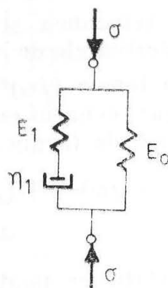


Fig. 6.18. Model Zener pentru cauciuc antivibratil.

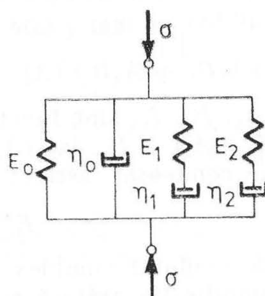


Fig. 6.19. Model complex pentru cauciuc antivibratil.

sau

$$\left(E_1 + \eta_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \sigma = \left(E_0 E_1 + \eta_1 E_1 + E_0 \eta_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \varepsilon. \qquad (6.54)$$

Pentru combinația de elemente Hooke și Newton din figura 6.19, ecuația de stare poate fi scrisă sub formă operațională astfel :

$$\left[E_1 E_2 + (E_1 \eta_2 + E_2 \eta_1) \frac{\partial}{\partial t} + \eta_1 \eta_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right] \sigma = \left\{E_0 E_1 E_2 + [E_1 E_2 (\eta_0 + \eta_1 + \eta_2) + \right.$$

$$+ E_0 (E_1 \eta_2 + E_2 \eta_1)] \frac{\partial}{\partial t} + [\eta_1 \eta_2 (E_0 + E_1 + E_2) + \eta_0 (E_1 \eta_2 + E_2 \eta_1)] \frac{\partial^2}{\partial t^2} +$$

$$\left. + \eta_0 \eta_1 \eta_2 \frac{\partial^3}{\partial t^3}\right\} \varepsilon. \qquad (6.55)$$

Considerînd un număr tot mai mare de elemente elastice tip Hooke și vîscoase tip Newton extinse în rețeaua unui model complex, în stare să descrie cît mai fidel comportarea materialelor vîscoelastice, pe bază de cauciuc, prin generalizarea relațiilor (6.48...6.55), se poate scrie :

$$\left(a_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial t} + a_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \ldots + a_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}\right) \sigma = \left(b_0 + b_1 \frac{\partial}{\partial t} + \right.$$

$$\left. + b_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \ldots + b_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}\right) \varepsilon, \qquad (6.56)$$

în care constantele a_i, b_i, $(i = 1,\ldots,n)$ reprezintă rezultatul operațiilor mixte efectuate cu constantele de material ce caracterizează modelele.

Cînd tensiunea și deformația variază sinusoidal, așa cum s-a arătat anterior, derivatele de ordinul n pot fi introduse în ecuația cu derivate parțiale (6.56) sub forma $(j\omega)^n$ unde $j = \sqrt{-1}$, iar ω pulsația solicitării armonice. În acest caz, ecuația cu derivate parțiale (6.56) se va transforma într-o ecuație algebrică de forma :

$$[a_0 + (j\omega)a_1 + (j\omega)^2 a_2 + \ldots + (j\omega)^n a_n \ldots]\sigma = [b_0 + (j\omega)b_1 + + (j\omega)^2 b_2 + \ldots + (j\omega)^n b_n \ldots]\varepsilon. \quad (6.57)$$

Această relație se poate restrînge astfel :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{B_1(\omega) + jB_2(\omega)}{A_1(\omega) + jA_2(\omega)}, \quad (6.58)$$

unde $B_1(\omega)$ și $B_2(\omega)$ sînt funcții care depind de mărimile b_i și ω cu $(i = 1\ldots n)$; $A_1(\omega)$ și $A_2(\omega)$ — funcții care depind de mărimile a_i și ω cu $(i = 1\ldots n)$.

Relația (6.58) se mai poate scrie sub forma :

$$\sigma/\varepsilon = (A_1B_1 + A_2B_2)/(A_1^2 + A_2^2) + j(A_1B_2 - B_1A_2)/(A_1^2 + A_2^2), \quad (6.59)$$

în care A_1, A_2, B_1, B_2 sînt funcții de pulsația ω și, notînd $\sigma/\varepsilon = E^*$, $(A_1B_1 + A_2B_2)/(A_1^2 + A_2^2) = E_1$, iar $(A_1B_2 - B_1A_2)/(A_1^2 + A_2^2) = E_2$, relația (6.59) se poate scrie condensat, astfel :

$$E^* = E_1 + jE_2, \quad (6.60)$$

care exprimă modulul complex de elasticitate longitudinală ca în relația (6.42), cu semnificația arătată anterior.

Capacitatea de amortizare reprezintă proprietatea cauciucului de a disipa lucru mecanic în timpul unui ciclu de încărcare-descărcare.

În cazul unei solicitări cvasistatice de încărcare-descărcare, la un element din cauciuc (des. nr. TAC-0/CVA 4—5, INCERC), pe curba caracteristică F-x apare bucla de histerezis static (fig. 6.20), a cărei arie este proporțională cu lucrul mecanic disipat în timpul deformării.

În cazul solicitării dinamice, generată de o tensiune alternativă $\tilde{\sigma} = \sigma_0 \cdot \sin \omega t$ suprapusă peste o tensiune statică σ_s adică $\sigma = \sigma_s + \sigma_0 \sin \omega t$, deformația specifică corespunzătoare este $\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_0 \sin(\omega t - \delta)$, obținîndu-se bucla de histerezis dinamic din figura 6.21.

Amortizarea absolută reprezintă o parte din lucrul mecanic introdus în elementul din cauciuc, care se disipează sub formă de căldură în timpul deformării, datorită frecărilor interne din material. Astfel, energia disipată sub formă de căldură este proporțională cu aria A_1 a buclei în formă de elipsă.

Rezultă că $D_{abs} = A_1 = \pi\sigma_0\varepsilon_0 \sin\delta$, de unde :

$$\sin\delta = A_1/(\pi\sigma_0\varepsilon_0). \quad (6.61)$$

Amortizarea relativă reprezintă raportul dintre energia disipată sub formă de căldură în timpul unui ciclu, proporțională cu aria A_1 a buclei, și energia mecanică de deformare absorbită de elementul de cauciuc în timpul unui semi-ciclu, proporțională cu aria A_2 (fig. 6.21).

Așadar, conform definiției, avem : $D_{rel} = A_1/A_2$. (6.62)

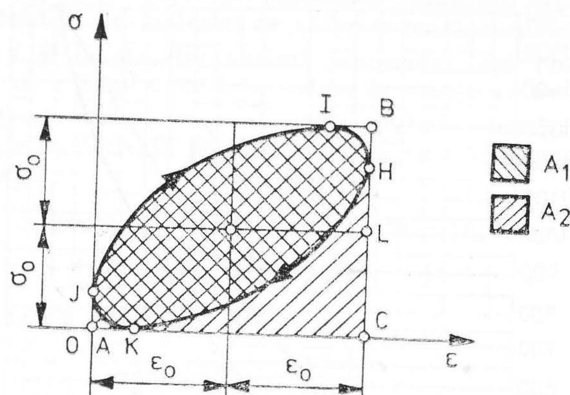


Fig. 6.22. Bucla de histerezis mecanic numai pentru regim dinamic.

De regulă, se utilizează relația (6.62), fără a lua în calcul mărimile σ_s și ε_s pentru cazul reprezentat în figura 6.22 recomandat de norma DIN 53513. În această normă se tratează numai cazul în care energia mecanică absorbită de element (proporțională cu A_2) este dată de suprafața *ACBIJ*.

După norma DIN 53513, rezultă :

$$D_{rel} = \frac{\pi\varepsilon_0\sigma_0\sin\delta}{(1/2)\pi\varepsilon_0\sigma_0\sin\delta + (1/2)2\varepsilon_0 2\sigma_0},$$

sau

$$D_{rel} = \frac{\pi\sin\delta}{(\pi/2)\sin\delta + 2}. \quad (6.63)$$

După Davey, amortizarea relativă este denumită procent de amortizare sau amortizare Roeling [33] și are expresia :

$$d = \frac{\pi\sin\delta}{2(1 + (\pi/4)\sin\delta)}. \quad (6.64)$$

Relațiile (6.63) și (6.64) sînt absolut identice, iar cînd este mic, procentul de amortizare este :

$$d = (\pi/2)\sin\delta \times 100\ [\%]. \quad (6.65)$$

În lucrarea „Kautschuk und Gummi" (12/1959), se introduce noțiunea de amortizare relativă D'_{rel} în raport cu solicitarea alternativă (fig. 6.20).

Amortizarea relativă $D'_{rel} = A_1/A_3$ reprezintă raportul dintre energia disipată în căldură, proporțională cu aria A_1, și energia introdusă în timpul unui semi-ciclu, în elementul de cauciuc de către sistemul de acționare. Astfel se obține :

$$D'_{rel} = \frac{\pi}{\pi/2 + \delta + \operatorname{ctg}\delta}. \quad (6.66)$$

Factorul de amortizare reprezintă raportul dintre energia disipată sub formă de căldură în timpul unui ciclu și energia potențială totală de deformare elastică în timpul unui semiciclu [72] :

$$\psi = A_1/A_4, \quad (6.67)$$

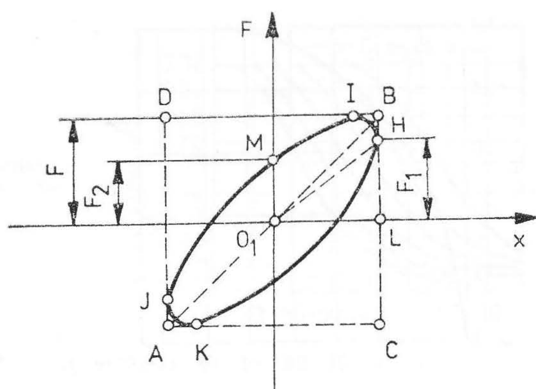


Fig. 6.23. Schematizarea buclei de histerezis dinamic pentru evidențierea comportării vîscoelastice a cauciucului antivibratil.

unde A_1 este aria buclei ; A_4 — aria triunghiului O_1LH.

Adaptînd relația (6.42) în cazul de față, aceasta poate fi scrisă astfel :

$$E^* = F_1/(S\varepsilon_0) + jF_2/(S\varepsilon_0), \qquad (6.68)$$

sau

$$F^* = F_1 + jF_2, \qquad (6.69)$$

unde S este aria transversală a elementului din cauciuc ; F_1 — forța elastică numită și „reactivă", deaorece tinde să readucă sistemul de echilibru ; F_2 — forța neelastică numită și „activă", în sensul generării de căldură în material.

Relațiile dintre F, F_1 și F_2 sînt de forma :

$$\mathrm{tg}\delta = F_2/F_1 ; \quad F_1 = F \cos \delta ; \quad F_2 = F \sin \delta.$$

În cazul unei diagrame forță-deformație F-x (fig. 6.23), se constată că forța „reactivă" F_1, de natură elastică, este reprezentată de segmentul IH, iar forța „activă" F_2, de natură neelastică, este reprezentată de segmentul OM. De aici, rezultă două situații limită :

— dacă elipsa degenerează în dreapta AB, atunci $F_2 = 0$ și $F_1 = F$, deci deformația este numai elastică ;

— dacă elipsa se transformă într-un cerc, atunci $F_1 = 0$, iar $F_2 = F$, deformația este neelastică.

Revenind la definiția factorului de amortizare referitor la relația (6.67) și la figura 6.23, se poate scrie :

$$\psi = \frac{\pi F x \sin \delta}{(1/2)F_1 x},$$

sau, înlocuind $F_1 = F \cos \delta$, se obține :

$$\psi = 2\pi \ \mathrm{tg}\ \delta. \qquad (6.70)$$

Parametrul de amortizare ψ, după unii autori, mai este numit și factor de amortizare (Lehr) [33], iar după Poturaev [72], se numește coeficient de disipare a energiei.

Legătura între parametrii de amortizare se realizează prin intermediul unghiului de pierdere mecanică δ. Pentru cauciuc, se admite aproximația $\sin\ \delta \cong \mathrm{tg}\ \delta = \delta \ll 1$. În figura 6.24 se prezintă diagrama de legătură dintre D'_{rel} și δ conform relației (6.66).

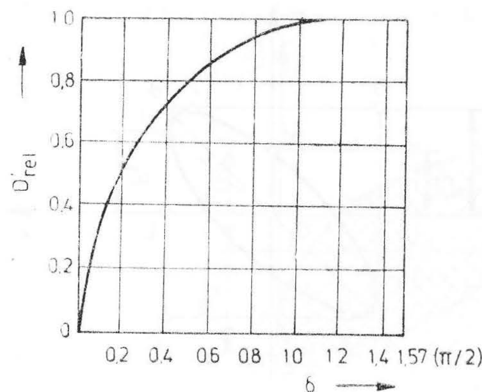


Fig. 6.24. Diagrama $D'_{rel} - \delta$.

Tabelul 6.6

Legătura între parametrii de amortizare ai cauciucului antivibratil

	δ	υ	ψ	D_{rel}	D'_{rel}
δ	1	$1/\pi$	$1/(2\pi)$	$2/\pi$	$1/\pi$
υ	π	1	1/2	2	1
ψ	2π	2	1	4	2
D_{rel}	$\pi/2$	1/2	1/4	1	1/2
D'_{rel}	π	1	1/2	2	1

În tabelul 6.6 se prezintă legătura între δ — unghiul de pierdere mecanică, υ — decrementul logaritmic, ψ — factorul de amortizare (Lehr) sau coeficientul de disipare, D_{rel} — amortizarea relativă (după DIN 53513) sau procentul de amortizare, D'_{rel} — amortizarea relativă definită în raport cu tensiunea alternativă.

Pentru elementele antivibratile din cauciuc utilizate la mașini, capacitatea de amortizare reprezintă proprietatea fundamentală a acestora de a reduce amplitudinea vibrației (sau transmisibilitatea) cu efect maxim la rezonanță.

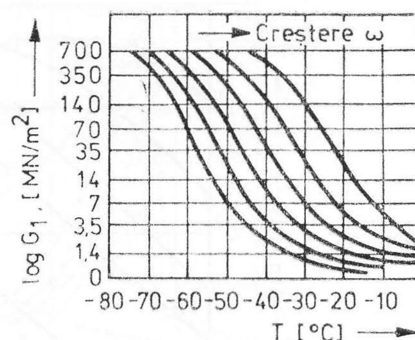
Amortizarea datorită buclei histerezisului intern în regim dinamic depinde de natura amestecului de cauciuc, temperatură, viteză de deformare, frecvență.

Capacitatea de amortizare pentru elementele din cauciuc este caracterizată, fie de mărimi fizice care depind numai de element (constante de material, mărimi geometrice), fie de element, cît și de legătura acestuia cu mașina, numite caracteristici de sistem.

Dependența de frecvență și temperatură a modulului de elasticitate și factorului de amortizare

Cercetările experimentale efectuate pe diverse amestecuri de cauciuc în condiții diferite au scos în evidență influența frecvenței și temperaturii asupra proprietăților de elasticitate și la materialele vîscoelastice. Astfel, în figura 6.25, se prezintă familia de curbe pentru modulul de elasticitate transversal $G_1 = G_1(T, \omega)$, fiecare curbă corespunde unei pulsații date de încercare.

Fig. 6.25. Familia de curbe pentru modulul de elasticitate funcție de temperatură și pulsație.



Se constată că, odată cu creșterea temperaturii, curbele își păstrează alura și se translatează spre dreapta în sensul creșterii pulsației. Acest lucru este echivalent cu a spune că, prin micșorarea temperaturii la o pulsație constantă, se poate obține același efect calitativ ca și prin creșterea pulsației la temperatură constantă.

În figurile 6.26 și 6.27, sînt prezentate curbele de variație ale modulului de elasticitate $G_1 = G_1(f, T)$ și modulului de pierdere $G_2 = G_2(f, T)$, funcție de frecvența vibrației pentru diverse temperaturi de încercare.

Amestecul de cauciuc are o importanță deosebită asupra formei curbelor de variație a funcțiilor $G_1 = G_1(f)$ și $G_2 = G_2(f)$. Astfel, în figura 6.28, se prezintă variația modulului și a unghiului de pierdere internă, funcție de frec-

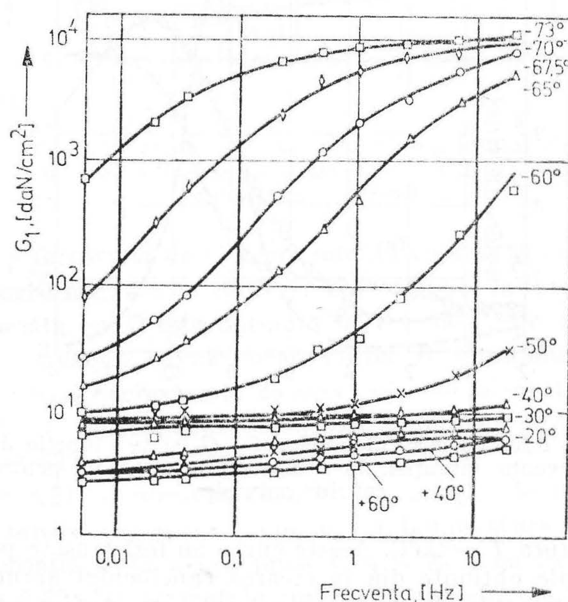


Fig. 6.26. Variația modulului de elasticitate transversală funcție de frecvență și temperatură.

log f

Fig. 6.28. Variația modulelor G_1, G_2 și tg δ funcție de frecvența vibrației, la temperatura de 25°C, pentru cauciuc natural.

vență la temperatura $T = 25°C$. Aceste curbe au fost trasate pe baza rezultatelor experimentale obținute din încercarea cauciucului natural [87].

Influența amestecului de șarjare, în special negru de fum, ca un parametru suplimentar față de ceilalți factori, se regăsește în rezultatele experimentale transpuse grafic în figurile 6.29 și 6.30 privind variația modulelor $G_1 = G_1(f)$,

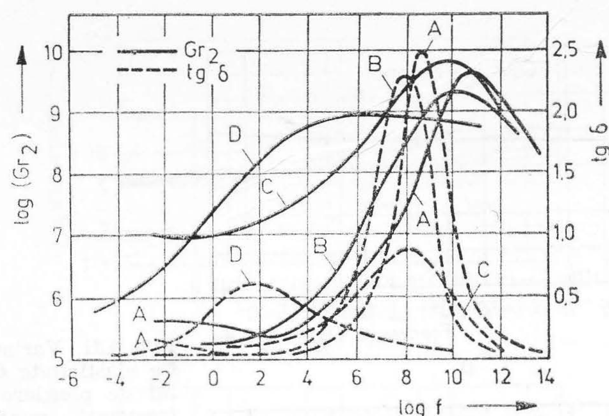


Fig. 6.29. Curbele de variație ale modulului de pierdere internă funcție de frecvență și temperatură la un cauciuc antivibratil vulcanizat.

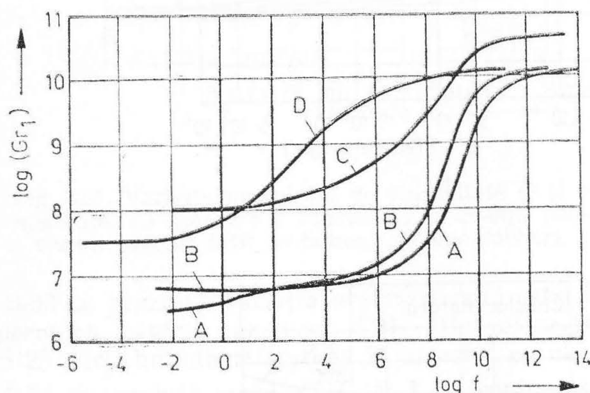


Fig. 6.30. Curbele de variație ale modulului elastic funcție de frecvență și temperatură la un cauciuc antivibratil vulcanizat.

$G_2 = G_2(f)$ și a factorului de pierdere internă $\text{tg}\ \delta = \text{tg}\ \delta(f)$. Se menționează că cele trei curbe marcate cu A, B, C sînt obținute la temperatura $T = 0°C$, iar curba marcată cu D este obținută la $T = 60°C$. De asemenea, curba A corespunde cauciucului nevulcanizat, curba B corespunde cauciucului slab vulcanizat, curba C corespunde cauciucului vulcanizat șarjat cu negru de fum, iar curba D corespunde cauciucului puternic vulcanizat (ebonitei) și puternic șarjat [87].

În figura 6.31 se prezintă curbele de variație ale mărimilor $G_1 = G_{\omega,0}$ și $\delta = \delta_{G\omega,0}$ pentru cauciucul neoprenic la temperatura $\theta = 25°C$, unde se constată o variație lentă a mărimilor $G_{\omega,\theta}$ și $\delta_{G\omega,0}$ cu frecvența.

În figura 6.32 sînt prezentate curbele de variație ale modulului dinamic $G_1 = G_{\omega,0}$, precum, și a unghiului de amortizare (pierdere) internă $\delta = \delta_{G\omega,0}$, la cauciucul natural, pentru temperaturile de 5°C, 20°C și 35°C [87].

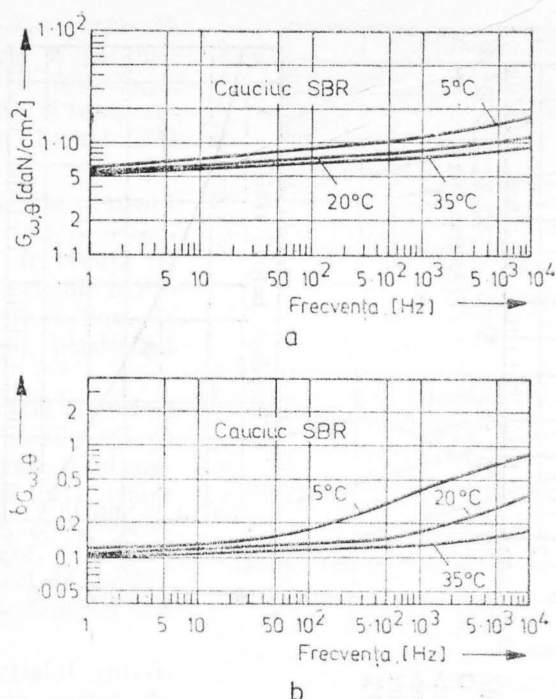


Fig. 6.33. Variația modulului de elasticitate G și a unghiului de pierdere δ funcție de frecvență pentru un cauciuc SBR (butadiene-styrene-rubber).

În figura 6.33 se prezintă variația acelorași parametri funcție de frecvență și temperatură pentru cauciucul SBR (Butadiene-Styrene rubber), care conține 75/25 părți butadiene/styrene în amestec cu negru de fum [87].

În figura 6.34 se prezintă curbele $G_{\omega\cdot\theta}$ și $\delta_{G\omega.\theta}$ pentru cauciucul natural în amestec cu 50% negru de fum.

Se remarcă faptul că, pentru acest material, modulul G este mai mare de circa 10 ori decît modulul cauciucului natural (fig. 6.32). De asemenea, șarjarea cu negru de fum a cauciucului natural conduce la creșterea factorului de amortizare.

Din cele prezentate, se constată că, atît $G_{\omega,\theta}$ cît și $\delta_{G\omega,\theta}$, au o variație lentă în raport cu frecvența (fig. 6.35).

Materialele antivibratile pe bază de cauciuc din această categorie, cu caracteristicile G și δ asemănătoare cu cele din figurile 6.35, sînt denumite materiale cu mică amortizare [87].

În figura 6.36 se prezintă variația lui $G_1 = G$ și δ funcție de frecvență, la temperatura $\theta = 23$°C, materialul antivibratil pe bază de rășină plasticizată cu polyvinil butyral [87].

Se remarcă faptul că frecvența de tranziție este joasă, de ordinul a 0,5...1,0 Hz, acolo unde factorul de amortizare are un maximum. După această valoare a frecvenței, factorul de amortizare scade cu creșterea frecvenței.

În figura 6.37, se prezintă curbele de variație a parametrilor $G_1 = G_{\omega,\theta}$ și $\delta = \delta_{G\omega,\theta}$, funcție de frecvență și temperatură la cauciucul Thiokol RD [87].

În figura 6.38, se prezintă variația parametrilor $G_1 = G_{\omega,\theta}$ și δ funcție de frecvență și temperatură, în cazul materialului antivibratil pe bază de acetat de polivinil plasticizat [87].

Din ultimele trei materiale antivibratile, se subliniază ca cel mai reprezentativ, fiind considerat cu proprietăți tipice pentru categoria materialelor cu mare amortizare, cauciucul Thiokol RD, utilizat, în special, la executarea elementelor vibroizolatoare.

Pentru materialul antivibratil pe bază de acetat de polivinil, se observă că modulul dinamic $G_{\omega,\theta}$ crește rapid cu frecvența, iar în vecinătatea frecvenței de tranziție, factorul de amortizare $\delta_{\omega,\theta}$ variază mai lent, curbele prezentînd o ușoară aplatisare (fig. 6.38, *b*). Din figura 6.38, se poate afirma că variația lui $G_{\omega,\theta}$ are loc liniar cu frecvența, panta dreptelor fiind de aproximativ 0,93 pentru un anumit domeniu de frecvență.

Rezistența

Rezistența statică la rupere (tracțiune) a cauciucului se determină, conform normelor specifice, pe epruvete. S-a constatat că pentru cauciuc valorile rezistenței la rupere sînt cuprinse între (75...150) daN/cm², limita inferioară aparținînd cauciucurilor mai puțin dure. Rezistența la rupere pe epruvete nu reprezintă un indicator determinant pentru proiectantul elementelor din cauciuc,

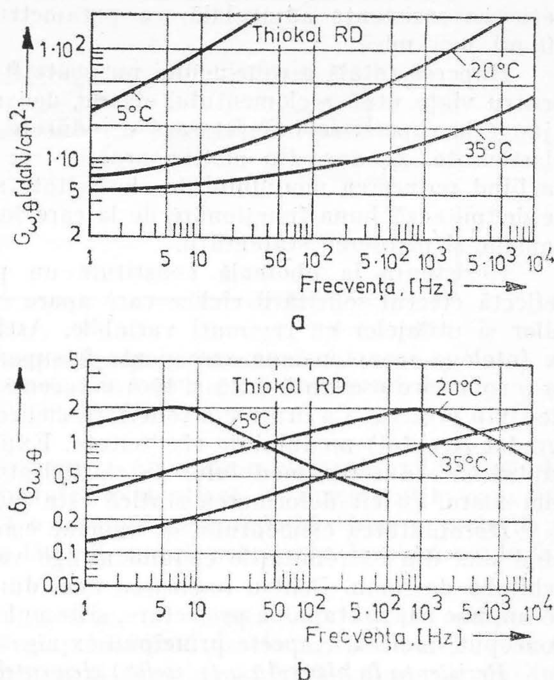


Fig. 6.37. Variația parametrilor G și δ la cauciucul thiokol RD.

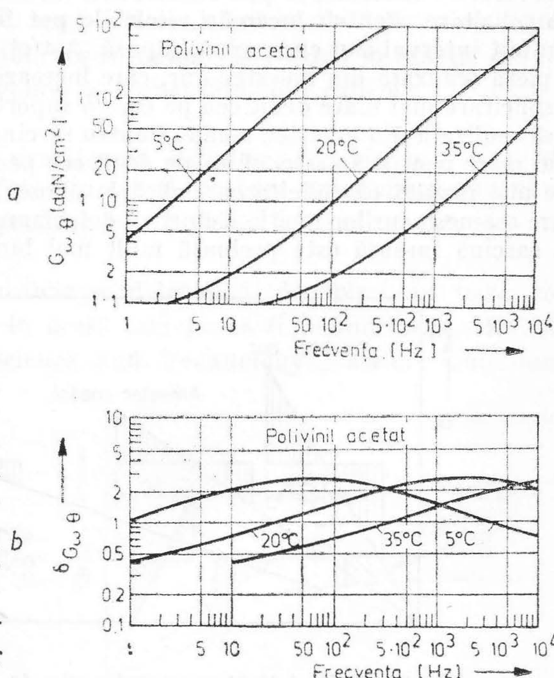


Fig. 6.38. Curbele de variație pentru G și δ funcție de frecvență la cauciucul acetat de polivinil.

deoarece rezistența admisibilă, ca parametru de proiectare, este de circa 10 ori mai mică.

Ruperea totală a cauciucului nu poate fi considerată ca un factor limită pentru viața utilă a elementului elastic, deoarece, în general, înainte de a se ajunge la rupere, se înregistrează o reducere gradată a valorii modulului de elasticitate. Așadar, din motive practice, se definește procesul de „rupere" ca fiind reducerea modulului de elasticitate sau a rigidității la valori limită ce delimitează buna funcționare de la care începe degradarea elementului de cauciuc și pierderea stabilității.

Rezistența la oboseală constituie un parametru important, deoarece reflectă efectul solicitării ciclice care apare cu precădere în domeniul mașinilor și utilajelor cu regimuri variabile. Astfel, prin rezistența la oboseală, se înțelege acea tensiune care poate fi suportată de un element de cauciuc la o solicitare oscilantă dată și fără ca aceasta să se deterioreze în intervalul de timp prescris. Ca urmare a solicitării ciclice (la oboseală), se reduce în mod gradat (treptat) modulul de elasticitate. Experimentările au pus în evidență faptul că reducerea modulului de elasticitate datorită oboselii este, cu atît mai mare, cu cît deformarea statică este mai mare.

Durabilitatea elementului de cauciuc este foarte mult diminuată atunci cînd una din extremitățile ciclului atinge valoarea zero sau cînd tensiunea schimbă de semn. Pentru realizarea unei durabilități ridicate în exploatare, se impune ca, la etapa de proiectare, sistemul antivibratil adoptat să fie astfel conceput, încît să respecte principiul expus.

Rezistența la oboseală a (pieselor) elementelor din cauciuc solicitate la cicluri deterministe de încărcare

Atunci cînd se efectuează probele experimentale pentru determinarea efectului de oboseală, se ține seama, atît de natura materialului, cît și de tipul de solicitare. Pentru încercări, ciclurile pot fi cu deformare impusă într-un anumit interval sau cu sarcină impusă. Astfel în figura 6.39, se constată că o piesă realizată din amestec dur, care lucrează la deformare impusă, suportă o solicitare mai mare decît cea pe care o suportă o piesă identică dimensional, însă realizată din amestec moale. Pentru sarcina impusă se obține o deformare mai mare pentru amestecul moale decît cea pentru amestecul dur, figura 6.40. De aici rezultă că solicitarea ciclică la oboseală evidențiază o bună comportare a amestecurilor moi la cicluri cu deformare impusă, în timp ce încărcarea la sarcină impusă este preluată mult mai bine de amestecurile dure.

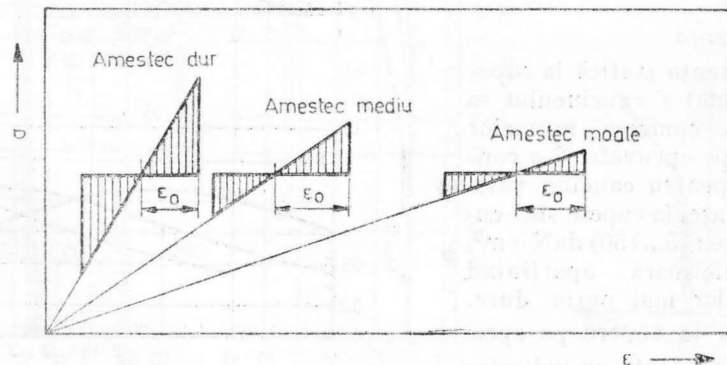


Fig. 6.39. Variația tensiunii funcție de amplitudinea deformației relative la un ciclu alternant simetric în cazul a trei amestecuri distincte de cauciuc.

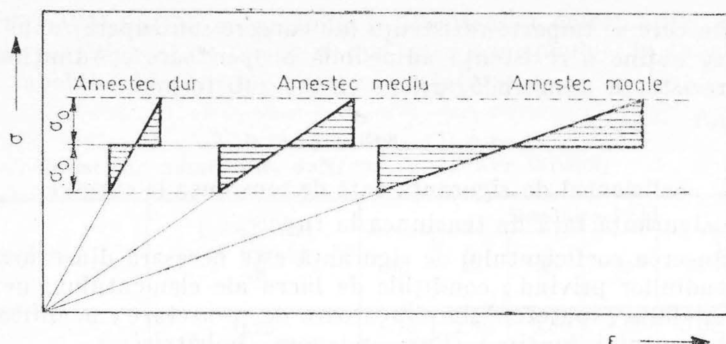


Fig. 6.40. Variația deformației funcție de amplitudinea tensiunii la un ciclu alternant simetric în cazul a trei amestecuri distincte de cauciuc.

O comparație între comportarea la oboseală a elementelor din amestecuri diferite, dar cu aceeași duritate, evidențiază că amestecurile care prezintă o relaxare mai pronunțată a tensiunii se comportă bine la ciclurile cu deformație impusă, deoarece, în timpul probei, solicitarea în piesă scade față de solicitarea inițială.

Pentru unele elemente din cauciuc, în vederea determinării duratei la solicitare, se face referire la energia acumulată de element care trebuie să fie constantă. În figura 6.41, se ilustrează diagramele forță-deformație cu limitele de solicitare în timpul lucrului pentru trei epruvete identice din cauciuc, dar cu durități diferite. Suprafețele hașurate sînt egale și direct proporționale cu energia acumulată de element.

Pentru aprecierea oboselii, acest criteriu oferă posibilitatea determinării valorii rezistenței la oboseală (durata în număr de cicluri) în funcție de energia dinamică pe unitate de volum a elementului din cauciuc.

Rezistența admisibilă

În lucrarea [27], se dă următoarea definiție: „Rezistența admisibilă este valoarea convențională aleasă în calcul, pe baza practicii, pentru efortul unitar maxim care se poate produce într-o piesă, în condiții date de material și solicitare".

Valoarea rezistenței admisibile se determină, de obicei, pe baza coeficientului de siguranță, care, în acest caz, poate fi definit după Mc Graw Hill, în „Encyclopedia of Science and Technology", astfel: „un număr

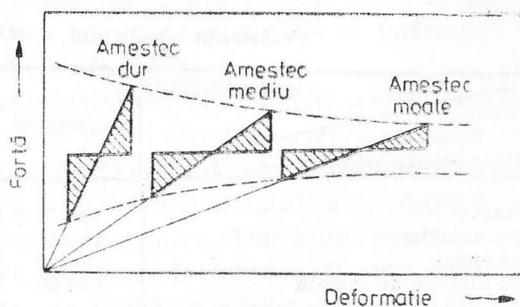


Fig. 6.41. Energia potențială de deformare pentru trei elemente identice geometric dar din cauciuc diferit.

empiric prin care se împarte rezistenţa (de curgere sau rupere) unui material, pentru a se obţine o rezistenţă admisibilă acoperitoare". Admiţînd această definiţie, rezistenţa admisibilă, σ_a, se obţine sub forma :

$$\sigma_a = \sigma_c/c_c \quad \text{sau} \quad \sigma_a = \sigma_r/c_r,$$

unde c_c — coeficientul de siguranţă faţă de tensiunea la curgere ; c_r — coeficientul de siguranţă faţă de tensiunea la rupere.

Introducerea coeficientului de siguranţă este necesară din cauza existenţei incertitudinilor privind : condiţiile de lucru ale elementului ; neuniformitatea materialului ; ipotezele simplificatoare de proiectare ; modificarea comportării elementului în timp (fluaj, relaxare, îmbătrînire).

Pentru elementele amortizoare din cauciuc, se indică rezistenţele admisibile la compresiune şi forfecare funcţie de caracterul solicitării, caracteristicile geometrice ale elementului şi duritatea cauciucului.

În tabelul 6.7, se dau valorile rezistenţei admisibile pentru elementele din cauciuc funcţie de duritatea cauciucului, fără a se ţine seama de coeficientul de formă.

Tabelul 6.7

Rezistenţa admisibilă la compresiune
(după Göbel)

Duritate cauciuc [°Sh]	40	50÷60	70
σ_a [daN/cm²]	4÷5	8÷10	10÷15

Valorile cuprinse în tabelul 6.7 sînt corespunzătoare unor deformaţii la compresiune de max. 15%, pentru o solicitare cuasistatică, şi max. 10%, pentru o solicitare dinamică.

Pentru solicitarea de forfecare, se recomandă $\tau_a = (3...4)$ daN/cm², iar pentru solicitarea combinată de compresiune-forfecare $\sigma_a = (3...4)$ daN/cm².

După DECKER, valorile rezistenţei admisibile, funcţie de tipul solicitării şi aplicării forţei, sînt date în tabelul 6.8. În acest caz, nu se precizează duritatea cauciucului şi nici coeficientul de formă.

Tabelul 6.8

Rezistenţa admisibilă, daN/cm² (după Decker)

Caracterul solicitării \ Tipul solicitării	Tracţiune	Compresiune	Forfecare	Torsiune
Statică	10÷20	30÷50	10÷20	20
Şoc trecător	10÷15	25÷50	10÷20	20
Dinamică	5÷10	10÷15	3÷5	3÷10
Cu limitare de săgeată	10÷20	30÷50	5÷10	3÷15

După KER WILLSON, se prezintă rezistențele și deformațiile admisibile funcție de coeficientul de formă și duritatea cauciucului, în tabelul 6.9 și, respectiv, tabelul 6.10 pentru sarcini cuasistatice.

Tabelul 6.9

Rezistențe admisibile, daN/cm² (după Ker Wilson)

Tipul solicitării	Coeficientul de formă, Φ	Duritatea [°Sh]					
		30	45	50	60	65	75
Compresiune	0,25	1,75	2,46	3,50	4,90	6,67	8,80
	0,50	7,03	9,85	14,06	19,65	26,70	35,00
Forfecare sau întindere	—	2,10	3,15	3,50	3,50	3,50	3,50

Tabelul 6.10

Deformații specifice admisibile. % (după Ker Wilson)

Caracterul solicitării	Duritatea [°Sh A]					
	30	45	50	60	65	75
Forfecare sau întindere	75	75	63	42	31	24
Compresiune	—	—	15	—	—	—

În lucrarea „Șocuri și vibrații", cercetătorul FRYE arată că, pentru determinarea rezistenței admisibile, se folosește o regulă empirică acoperitoare a factorilor influenți necunoscuți, cum sînt: temperatura de funcționare, valorile suprasarcinilor ocazionale, durata expunerii la solvenți, viteza reală de fluaj a amestecului de cauciuc etc. Pentru un element supus la compresiune, se consideră că valoarea $\sigma_a = 6{,}3$ daN/cm² este rațională. Această valoare poate fi modificată, astfel încît să se țină seama de condițiile și durata de funcționare prevăzute.

După FRYE, solicitarea la compresiune este cea mai utilizată, deoarece, în acest caz, fluajul este mult mai mic decît la întindere sau forfecare, iar îmbinarea aderentă cauciuc-metal nu este supusă la solicitări de întindere.

În tabelul 6.11 se dau valorile rezistențelor admisibile la compresiune, funcție de duritatea cauciucului, coeficientul de formă al amortizorului și tipul forței aplicate, iar în tabelul 6.12 — rezistența admisibilă la forfecare și în tabelul 6.13 — deformația specifică admisibilă.

Pe baza celor prezentate anterior, se remarcă faptul că diverși cercetători, în etape diferite de timp, au emis ipoteze și păreri deosebite asupra valorilor admisibile pentru tensiune și deformație specifică. În domeniul izolării antivibratile, se impune alegerea rațională a rezistenței admisibile în directă corelație cu realizarea unei rigidități corespunzătoare. Din acest punct de vedere, este necesar să se țină seama de principalii factori de influență, cum ar fi: duritatea cauciucului, coeficientul de formă, temperatura dezvoltată

în elementul de cauciuc, caracterul solicitării în timp etc. Din datele prezentate, se constată că numai cele din tabelele 6.11...6.13 țin seama de cei mai mulți factori de influență. Avînd în vedere aceste considerente critice, pentru proiectarea unor elemente antivibratile din cauciuc, se recomandă valorile adoptate în capitolul 9.

Coeficientul de rigiditate

Caracteristica elastică a unui element din cauciuc sau a unui sistem de izolare și amortizare a vibrațiilor este o curbă reprezentată într-un sistem de coordonate forță-deformație, ca în figura 6.42.

Coeficientul de rigiditate a unui element din cauciuc sau a unui sistem de izolare este definit ca fiind egal cu tangenta la curbă într-un punct corespunzător deformației efective.

Astfel, se poate scrie : $k = dF/dx$, adică coeficientul de rigiditate este derivata forței în raport cu deformația, într-un punct al curbei.

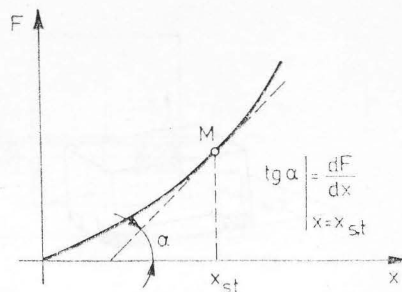


Fig. 6.42. Caracteristica generală forță-deformație pentru un element de cauciuc.

Pentru solicitări la care $\varepsilon \leqslant 15\%$, caracteristica forță-deformație, în regim static, este liniară. Această comportare este confirmată prin determinările experimentale efectuate pe un număr mare de elemente din cauciuc [21, 73, 88].

În acest caz, caracteristica de rigiditate este definită printr-un coeficient constant, numeric egal cu raportul dintre forță și deformația produsă în regim cuasistatic, adică : $k_s = F/x$.

În regim dinamic, coeficientul de rigiditate se mărește ca urmare a creșterii modulului de elasticitate și se află în următoarea relație cu coeficientul de rigiditate static : $k_d = \varphi_d k_s$.

În domeniul frecvențelor obișnuite la mașini, adică 10...50 Hz, coeficientul de rigiditate dinamic k_d nu variază cu frecvența, modificîndu-se numai în funcție de calitatea cauciucului, tipul amestecului și forma constructivă a elementului de cauciuc.

Coeficientul de rigiditate dinamic este, cu atît mai mare, cu cît duritatea cauciucului este mai mare. Pentru durități ale cauciucului cuprinse în intervalul 35...95° Sh, Göbel indică valori ale coeficientului φ_d cuprinse în intervalul 1,1...1,4.

Așadar, pentru a evalua cît mai corect parametrii dinamici ai unei mașini cu acțiune vibrantă, în structura căreia se află elemente din cauciuc sau sisteme antivibratile pe bază de elemente din cauciuc, este necesar a se lua în calcul rigiditatea dinamică determinată experimental. Determinarea experimentală trebuie făcută direct, fie pe elementul singular, fie pe sistemul de izolare și amortizare, respectînd condițiile de montaj, funcționare și încărcare de pe mașină.

6.3. Alcătuirea sistemelor de izolare a vibrațiilor cu elemente din cauciuc

Funcție de schema de rezemare, mărimea forțelor transmise și gradul de izolare, sistemele antivibratile sînt compuse din elemente de cauciuc montate în serie sau paralel, astfel încît să se realizeze anumite condiții geometrice sau mecanice de funcționare.

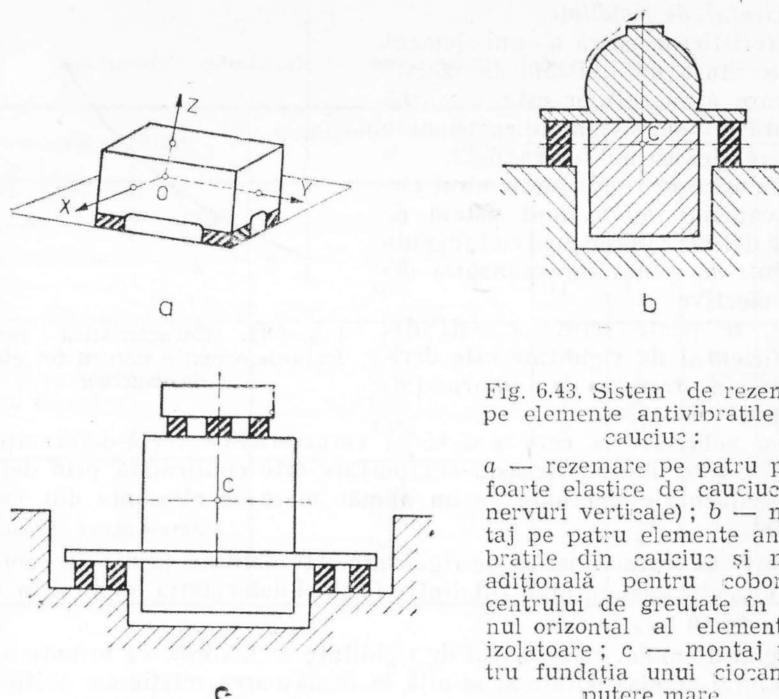


Fig. 6.43. Sistem de rezemare pe elemente antivibratile din cauciuc :

a — rezemare pe patru plăci foarte elastice de cauciuc (cu nervuri verticale) ; *b* — montaj pe patru elemente antivibratile din cauciuc și masă adițională pentru coborîrea centrului de greutate în planul orizontal al elementelor izolatoare ; *c* — montaj pentru fundația unui ciocan de putere mare.

6.3.1. **Rezemare elastică în montaj cu axe paralele.** În figura 6.43, se prezintă un sistem de rezemare paralel pentru mașini grele care lucrează staționar și transmit șocuri sau vibrații la fundație. Astfel, în figura 6.43, *a*, mașina este rezemată în patru puncte prin intermediul unor plăci de cauciuc împletit cu nervuri așezate în planuri verticale. Acest sistem se caracterizează prin rigiditate mică, deci este capabil de deformații statice mari sub sarcină.

În figura 6.43, *b*, montajul pe suporți paraleli se caracterizează prin faptul că centrul de greutate se află în același plan orizontal cu suporții elastici. Pentru aceasta, a fost necesar să se adauge masa inferioară care duce la următoarele avantaje : mărește deformația statică și micșorează transmisibilitatea la fundație, pe de-o parte, iar pe de altă parte decuplează modurile de vibrație.

În figura 6.43, *c*, se prezintă un montaj antivibratil al unui ciocan de putere mare, unde nicovala este montată pe un bloc de beton armat.

Pentru corpuri cu simetrie cilindrică, elementele antivibratile sînt montate circular sub corp (fig. 6.44, *a*), sau sînt montate în exterior pe un amplasament circular, astfel încît planul orizontal să conțină, atît centrul de greutate al ansamblului, cît și elementele de cauciuc (fig. 6.44, *b*). În acest caz, toate modurile de vibrație sînt decuplate.

6.3.2. **Rezemare elastică în montaj cu axe convergente.** Rezemarea elastică în montaj cu axe convergente se caracterizează prin faptul că axele elementelor din cauciuc se intersectează, fie într-un punct, fie pe o linie, amplasate deasupra sau sub linia centrului de masă al ansamblului. De re-

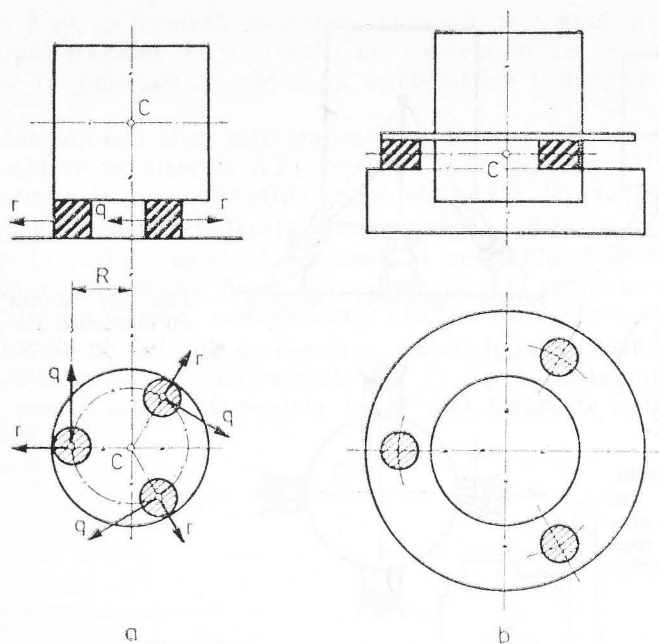


Fig. 6.44. Rezemarea elastică a mașinilor, utilajelor sau elementelor de construcții cu simetrie cilindrică : *a* — rezemarea la bază ; *b* — rezemarea în planul orizontal ce conține centrul de masă al întregului ansamblu.

gulă, printr-un astfel de montaj, se realizează o proiectare optimă privind rezistența elementelor din cauciuc la solicitarea combinată (compresiune și forfecare), precum și decuplarea modurilor de vibrație.

Punctul de intersecție a tuturor axelor elastice ale elementelor antivibratile, care sînt normale la suprafața de rezemare, se numește centru sau punct de convergență. Locul geometric al tuturor punctelor de convergență se numește linie de convergență.

În figura 6.45, se arată un montaj cu axe convergente, la care linia de convergență este situată deasupra liniei centrului de masă. Acest sistem de rezemare este utilizat la izolarea antivibratilă a motoarelor termice, care oferă posibilități multiple de decuplare a modurilor de vibrație și de „filtrare" a componentelor armonice ale cuplului perturbator generat de motor. De asemenea, acest montaj asigură o bună stabilitate verticală și transversală a motorului, precum și rezistență mare la solicitările dinamice prin șoc, generate în timpul exploatării.

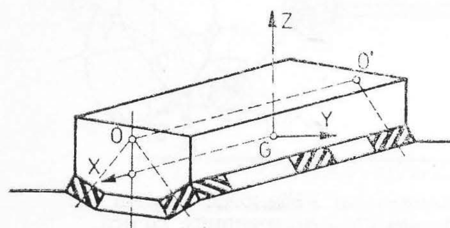


Fig. 6.45. Montaj cu elemente din cauciuc și linie de convergență a axelor elastice.

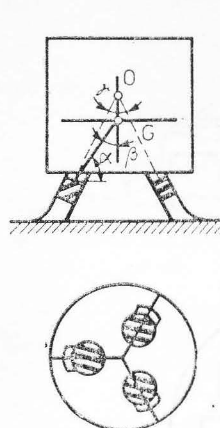


Fig. 6.46. Montaj cu elemente din cauciuc şi un singur punct de convergenţă a axelor elastice.

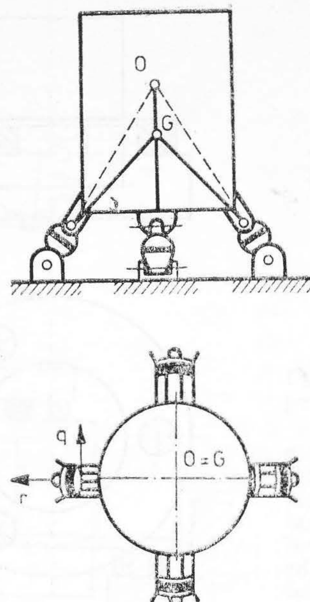


Fig. 6.47. Montaj convergent cu elemente din cauciuc înglobate în blocuri articulate.

În figura 6.46, se prezintă un montaj cu axe conjugate într-un singur punct (numit şi punct „focal"), utilizat în special la corpurile care prezintă simetrie cilindrică faţă de axa verticală. La aceste montaje, raportul între rigiditatea la compresiune şi cea de forfecare este relativ mare, ceea ce impune ca, pentru anumite valori ale unghiului β, să se realizeze rigiditate relativ egală în toate direcţiile pentru unghiul $\gamma = 55°$. În practică, se adoptă pentru unghiul γ valoarea de 60°.

În figura 6.47, se prezintă un montaj convergent cu elemente elastice în construcţie articulată. Aceste sisteme de rezemare şi-au găsit aplicarea la izolarea motoarelor de avioane.

În figura 6.48, se prezintă un montaj convergent folosit în mod frecvent pentru izolarea antivibratorie a echipamentelor electronice, aparatelor de bord şi instrumentelor montate în carcase speciale. Soluţia adoptată trebuie să asigure amplasarea punctului de convergenţă în planul orizontal al centrului de masă al ansamblului.

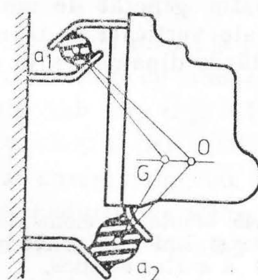


Fig. 6.48. Montaj antivibratil cu linie de convergenţă.

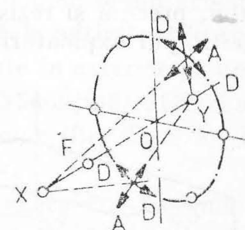


Fig. 6.49. Sistem de rezemare conică.

În figura 6.49, se prezintă un sistem de rezemare a unui motor, al cărui arbore principal coincide cu axa OX, cu elementele de rezemare dispuse după un cerc în punctele A, ale căror axe elastice principale converg în punctul X.

Rigiditatea cea mai mare este realizată pe direcţia AX, iar cea mai mică rigiditate se obţine pe direcţia AY. Pe direcţia tangenţială DD, rigiditatea sistemului permite izolarea vibraţiilor unghiulare faţă de axa AX.

Sistemul de rezemare este foarte eficient atunci cînd elementele de cauciuc sînt montate în planul centrului de masă al ansamblului ce urmează a fi izolat antivibratil (fig. 6.50). Acest sistem se aplică la echipamente de acţionare şi aparate din aviaţie, compresoare, aparate de control.

În figura 6.51, se prezintă un sistem de izolare bazat pe utilizarea elementelor antivibratile plasate în articulaţiile *1* şi *1'*, *2* şi *2'*. Sistemul este capabil de frecvenţe proprii joase. Elementele *1* şi *1'* sînt încărcate la torsiune şi pe direcţie radială.

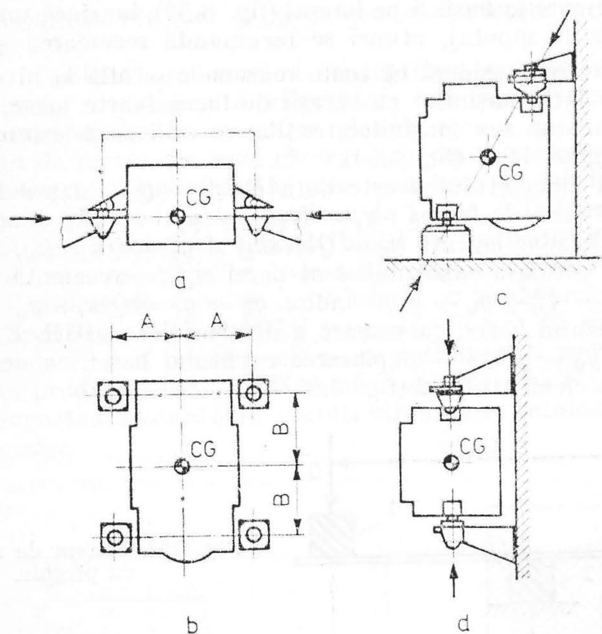


Fig. 6.50. Sistemul de rezemare plane (variante).

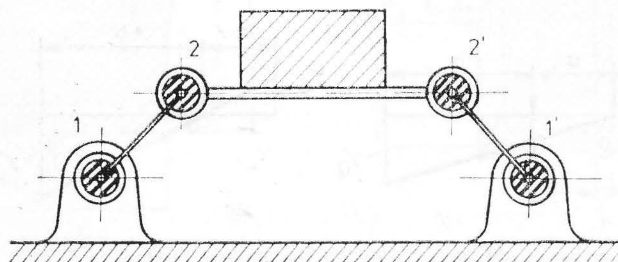


Fig. 6.51. Sistem de rezemare articulat cu elemente antivibratile plasate în articulaţie.

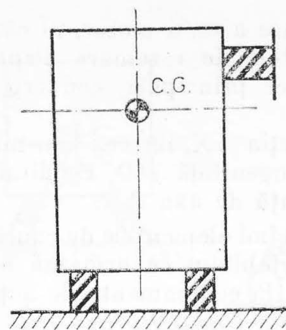


Fig. 6.52. Sistem de rezemare rectangular (bază-lateral).

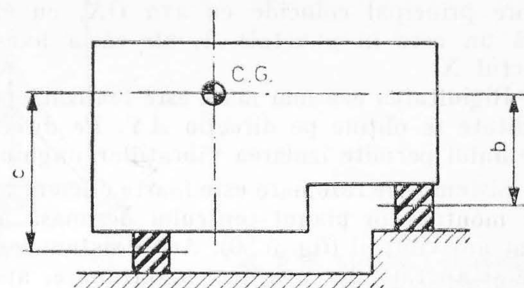


Fig. 6.53. Sistem de rezemare pe două niveluri.

Pentru mașinile care au centrul de masă plasat pe înălțime, se recomandă sistemul de rezemare la bază și pe lateral (fig. 6.52), iar dacă mașina are două niveluri diferite de montaj, atunci se recomandă rezemarea paralel ca în figura 6.53, unde se consideră că toate reazemele se află la nivelul $a = \sqrt{bc}$.

În cazul izolării mașinilor cu turații de lucru foarte joase, din categoria pompelor de vacuum sau mașinilor textile, se utilizează sistemul de montaj cu ajutorul pîrghiei Hull (fig. 6.54).

Deformația elementului *1* este dată de $y_1 = Q/k_1$, iar deformațiile elementelor *2* și *3* sînt de forma: $y_2 = N_2/k_2$ și $y_3 = N_3/k_3$, unde $N_2 = QL/a$ și $N_3 = Qb/a$; așadar avem: $y_2 = Qb/(ak_2)$ și $y_3 = QL/(ak_3)$.

Deplasarea totală a capătului *1* al barei rigide, rezemată elastic, va fi de forma: $y_Q = y_Q^0 + y_Q' + y_Q''$, unde: $y_Q^0 = y_1 = Q/k_1$; $y_Q' = y_3L/a$ este deplasarea capătului barei, ca urmare a deformației elastice a elementului *3* (fig. 6.55, *a*); $y_Q'' = y_2b/a$ — deplasarea capătului barei, ca urmare a deformației elastice a elementului *2* (fig. 6.55, *b*).

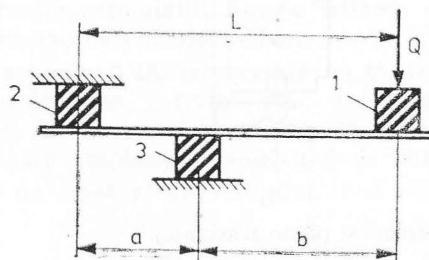


Fig. 6.54. Sistem de rezemare cu pîrghie.

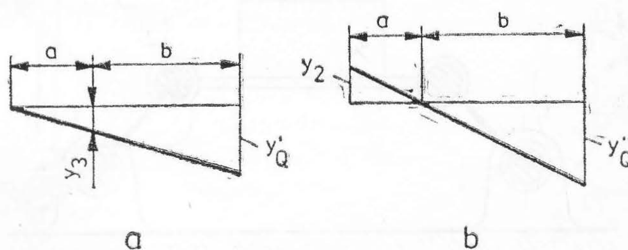


Fig. 6.55. Schemă de calcul pentru sistemul de rezemare cu pîrghie.

Deplasarea totală y_Q va fi de forma : $y_Q = Q/k_1 + y_3L/a + y_2b/a$, în care se înlocuiesc y_2 şi y_3 cu expresiile anterioare şi avem : $y_Q = Q/k_1 = (Q/k_2)(b/a)^2 + (Q/k_3)(L/a)^2$.

Pulsaţia proprie a sistemului este de forma $\omega_0 = \sqrt{g/y_Q}$, sau

$$\omega_0 = \left\{\frac{g}{Q[(1/k_1) + (1/k_2)(b/a)^2 + (1/k_3)(L/a)^2]}\right\}^{1/2}.$$

Relaţia practică de calcul a pulsaţiei proprii mai poate fi pusă sub forma :

$$\omega_0 = 3{,}12\{Q[(1/k_1) + (1/k_2)(b/a)^2 + (1/k_3)(L/a)^2]\}^{-1/2}.$$

Pentru o bună izolare a vibraţiilor verticale, se recomandă adoptarea raportului $L/a = 5$, ceea ce implică relaţia de calcul :

$$\omega_0 = 3{,}12\{Q[1/k_1 + 16/k_2 + 25/k_3]\}^{-1/2}.$$

6.4. Elemente antivibratile din cauciuc

Pe baza condiţiilor funcţionale pe care trebuie să le îndeplinească elementele antivibratile din cauciuc, se deosebesc mai multe variante constructive de fabricaţie.

Pentru o utilizare raţională a elementelor antivibratile din cauciuc în cadrul sistemelor de izolare a vibraţiilor, este necesară cunoaşterea amănunţită a caracteristicilor mecanice globale (mase, forţe statice şi dinamice, pulsaţii de lucru), pe baza cărora să poată fi proiectat întregul sistem.

6.4.1. **Elemente antivibratile din cauciuc de fabricaţie românească.** La noi în ţară, într-un interval de timp de 15 ani, a fost perfecţionată tehnologia de realizare a cauciucului antivibratil de Institutul de cercetare, prelucrare cauciuc şi mase plastice Bucureşti. Astfel, au fost omologate patru amestecuri distincte de cauciuc antivibratil cu simbolurile SAB 9, SAB 4a, SAB 22 şi SAB 31, avînd durităţi cuprinse între 45 şi 75 ShA. Pe baza acestui cauciuc, au fost realizate elemente antivibratile pentru diverse maşini şi utilaje din producţia industrială românească, cum ar fi : locomotive, excavatoare, compactoare vibratoare, ciururi vibratoare, automobile, autospeciale, motoare termice.

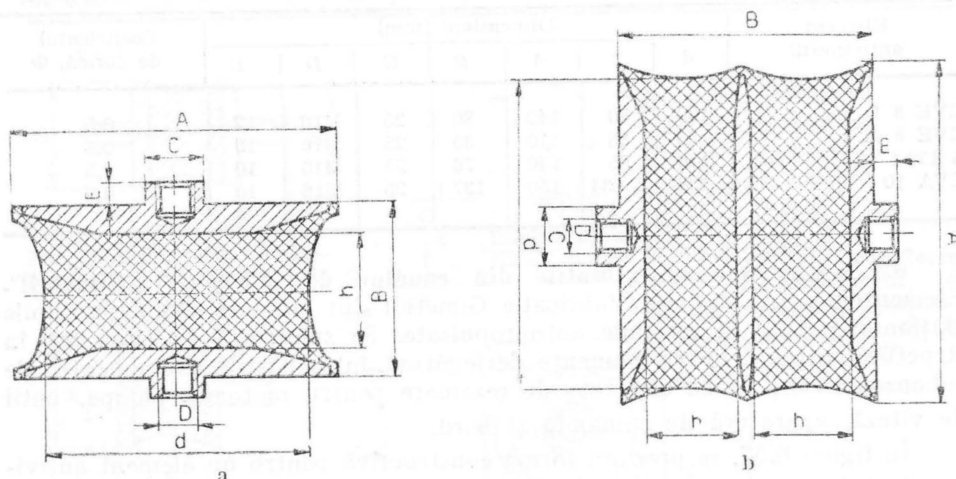


Fig. 6.56. Schemă constructivă pentru elemente antivibratile din cauciuc : *a* — cu un strat de cauciuc ; *b* — cu două straturi de cauciuc „sandwich".

În figura 6.56, se prezintă schema constructivă a două tipuri de elemente antivibratile, mai frecvent utilizate în montajele mașinilor și utilajelor.

Parametrii tehnici ai unor elemente antivibratile, care sînt realizate la noi în țară din cele patru amestecuri de cauciuc, menționate anterior, sînt dați în tabelul 6.14, iar principalele dimensiuni geometrice și coeficientul de formă sînt cuprinse în tabelul 6.15.

Tabelul 6.14

Caracteristicile principale ale elementelor antivibratile de fabricație românească

Datele de identificare		Forța admisă de încărcare [N]				Coeficientul de rigiditate $\left[10^3 \frac{N}{m}\right]$				Deformația maximă [mm]	
		Static		Dinamic		Static		Dinamic			
Tip/simbol cauciuc	Dimensiuni [mm] *d/h*	Compresiune	Forfecare	Compresiune	Forfecare	Compresiune	Forfecare	Compresiune	Forfecare	Compresiune	Forfecare
CVE 8 I/SAB 31	100/50	4 000	1 800	5 250	2 000	400	80	420	90	7,5	10,0
CVE 8 II/SAB 4a	65/35	1 750	250	2 000	280	350	45	390	52	5,0	6,0
S 120.1/SAB 4a	110/55	8 000	2 800	10 000	3 750	1 650	300	2 150	360	10	12,5
S 120.1/SAB 9	110/55	9 000	3 500	12 600	4 900	2 100	370	3 000	510	4,5	9,5
S 120.1/SAB 22	110/55	4 800	2 000	5 700	2 400	690	140	860	168	7,0	14,0
CVA 10*/SAB 4a	130/50/50	10 600	4 000	12 720	4 800	2 150	280	2 790	340	6,5	15,0
CVA 10/SAB 9	136/34/34	13 000	4 800	18 200	6 700	2 300	300	3 200	380	5,6	16,0
CVA 10/SAB 22	136/34/34	8 100	2 700	9 700	3 200	700	100	875	123	11,5	26,0
CVA 10/SAB 31	134/34/34	6 800	2 300	7 600	2 500	600	50	720	60	12,0	46,0

* Element tip „sandwich" cu două straturi de cauciuc

Tabelul 6.15

Dimensiunile principale ale elementelor antivibratile de fabricație românească

Element antivibratil	Dimensiuni [mm]							Coeficientul de formă, Φ
	d	*h*	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	
CVE 8 I	100	50	140	80	25	M16	12	0,5
CVE 8 II	65	35	110	65	25	M16	10	0,5
S 120.1	110	55	140	76	25	M16	10	0,5
CVA 10	136	3×34	150	137	25	M16	10	0,5

6.4.2. **Elemente antivibratile din cauciuc de fabricație „Gimetall".** Elementele antivibratile de fabricație Gimetall sînt utilizate, atît la mașinile staționare, cît și la mașinile autopropulsate. Se subliniază folosirea lor în structura șasiului, fie ca elemente de legătură între părțile componente ale subansamblelor, fie ca elemente de rezemare pentru motoare, pompe, cutii de viteză, aparatură de comandă și bord.

În figura 6.57, se prezintă forma constructivă pentru un element antivibratil utilizat la aparate de bord pentru comandă. Caracteristicile geometrice și de rigiditate sînt prezentate în tabelul 6.16.

În figura 6.58 și tabelul 6.17, se prezintă o variantă constructivă și caracteristicile unui element antivibratil utilizat ca și cel precedent.

În figura 6.59, se prezintă forma constructivă a unui element antivibratil utilizat ca reazem elastic pentru aparatura de bord, iar în tabelul 6.18 se dau principalele caracteristici geometrice și de rigiditate.

Tabelul 6.17

Caracteristicile tehnice ale elementelor antivibratile „Gimetall" din seria R. 40

atît la compresiune, cît și la forfecare (fig. 6.61). În tabelul 6.20, se prezintă caracteristicile constructive și de rigiditate ale elementelor antivibratile.

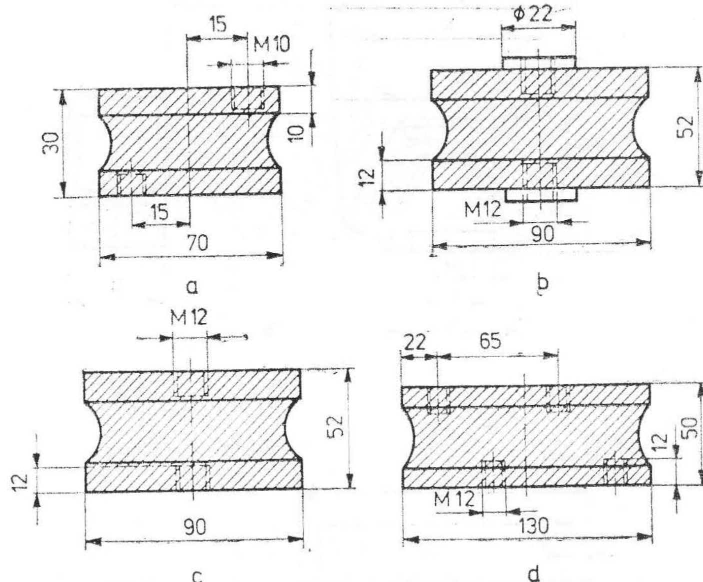


Fig. 6.60. Element antivibratil „Gimetall" pentru sarcini mari : *a* ... *d* — variante constructive.

Elementele antivibratile de secțiune rectangulară sînt realizate în mai multe variante constructive de prindere. Astfel, în figura 6.60 și tabelul 6.19, se prezintă un element din cauciuc de secțiunea rectangulară și caracteristicile acestuia.

Tabelul 6.19

Caracteristicile tehnice ale elementelor antivibratile „Gimetall" din seria K

Element antivibratil	Forța maximă de solicitare [daN]		Constanta de rigiditate [daN/cm]					
			Compresiune			Forfecare		
			Duritatea [°Sh(A)]					
	Compresiune	Forfecare	70	57	45	70	57	45
KO 3.01 (în fig. 6.60, *a*)	200,0	70,0	1 500	850	570	250	140	100
KQ 5.00 (în fig. 6.60, *b*)	250,0	100,0	1 600	1 000	680	260	150	90
KQ 5.10 (în fig. 6.60, *c*)	250,0	100,0	1 600	1 000	680	260	150	90
KS 4.00 (în fig. 6.60, *d*)	600,0	250,0	3 600	2 000	1 100	480	250	140

La excavatoare și încărcătoare pentru rezemarea motorului termic, se utilizează elemente antivibratile speciale, la care cauciucul este solicitat, atît la compresiune, cît și la forfecare (fig. 6.61). În tabelul 6.20, se prezintă caracteristicile constructive și de rigiditate ale elementelor antivibratile.

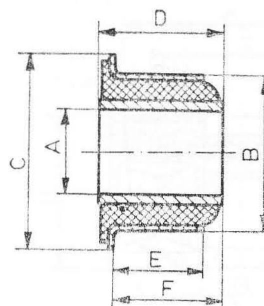


Fig. 6.62. Element inelar antivibratil „Metalastik" (silent bloc).

6.4.3. **Elemente antivibratile de fabricație „Metalastik".** Se prezintă construcția tipică a elementelor ale firmei „Metalastik", precum și caracteristicile acestora, sub o formă accesibilă, astfel încît toate datele tehnice să poată fi utilizate de proiectanți la izolarea antivibratilă.

Pentru izolarea la vibrații a aparatelor de bord, susținerea motoarelor, cabinelor, rezervoarelor, sînt utilizate elemente care pot fi solicitate axial, radial sau torsional, așa cum se prevede în figura 6.62.

În tabelele 6.21 și 6.22, se prezintă valorile caracteristicilor geometrice și elastice pentru cîteva tipodimensiuni de elemente din cauciuc de forma celui din figura 6.62.

Tabelul 6.21

Caracteristici geometrice ale elementelor „Metalastik" din seria 13 (fig. 6.62)

Element nr.	*A* [ins]	*B* [ins]	*C* [ins]	*D* [ins]	*E* [ins]	*F* [ins]
13/1407/1	0,500	1,156	1,50	1,312	0,873	1,060
13/1503/1	0,596	1,151	1,46	1,04	0,740	0,820
13/1492/1	0,596	1,191	1,50	1,10	0,740	0,880
13/1452/1	0,625	1,283	1,868	1,26	0,570	0,910
13/1453/1	0,625	1,283	1,868	1,41	0,960	1,060
13/1408/1	0,625	1,281	1,625	1,875	1,420	1,625

1 in = 25,4 mm

Tabelul 6.22

Caracteristici elastice ale elementelor „Metalastik" din seria 13 (fig. 6.62)

Element nr.	Solicitare								
	Torsiune			Axială			Radială		
	Coeficient elastic la torsiune [lb. ins/rad]	Moment la torsiune [lb. ins]	Deformația grad	Coeficient elastic axial [lb/ins]	Forța maximă [lb]	Deformația [ins]	Coeficient de elasticitate radial [lb/ins]	Forța maximă [lb]	Deformația [ins]
13/1407/1	480	110	13	1 700	125	0,075	14 000	320	0,018
13/1503/1	340	100	17	23 000	370	0,016	58 000	800	0,014
13/1492/1	330	100	17	12 000	196	0,016	28 000	450	0,016
13/1452/1	820	135	10	23 000	390	0,017	34 000	680	0,02
13/1453/1	600	158	14	12 000	200	0,017	38 000	760	0,02
13/1408/1	1 000	210	12	3 000	220	0,073	20 000	360	0,018

1 in = 25,4 mm;
1 lb = 4,5 N

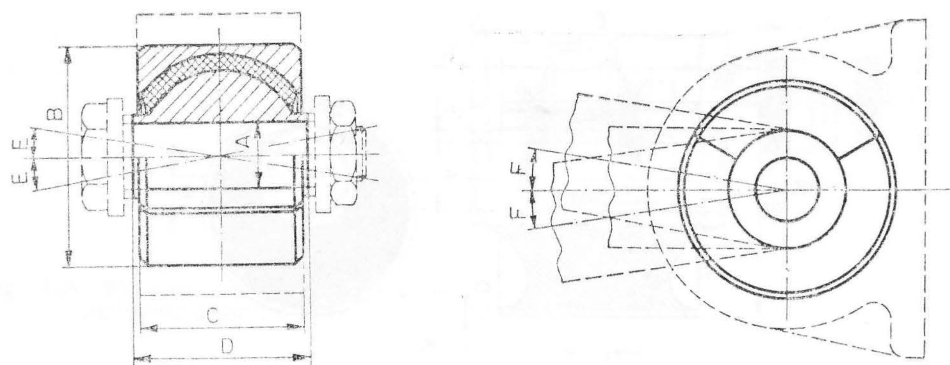


Fig. 6.63. Articulație elastică „Metalastik".

Pentru a izola transmiterea vibrațiilor structurale și a zgomotului la postul de comandă al mecanicului, se utilizează și legături elastice cu strat de cauciuc. Forma constructivă este prezentată în figura 6.63, iar caracteristicile sînt date în tabelul 6.23.

Tabelul 6.23

Caracteristici tehnice ale articulației elastice „Metalastik" din seria 13 (fig. 6.63)

Element nr.	Dimensiuni				Coeficient de elasticitate radial [lb/ins]	Forța radială [lb]	Coeficient de elasticitate torsională [lb. ins/rad]	F grad	Coeficient de elasticitate conică [lb. ins/rad]	Deplasare conică	
	Ø A [ins]	Ø B [ins]	C [ins]	D [ins]						E [grad]	G [grad]
13/1007	1,000	2,625	1,875	2,125	100 000	2 750	4 700	12	4 000	9	12
13/1316	1,000	2,625	1,875	2,125	400 000	7 500	8 000	8	8 000	6	10
13/1006	1,125	3,562	2,750	3,000	530 000	13 000	25 000	8	25 000	6	9
13/1285	1,500	4,125	3,000	3,250	500 000	16 000	35 000	8	35 000	7	10
13/1180	1,750	5,000	4,000	4,156	500 000	25 000	60 000	10	50 000	7	11
13/894	3,000	7,875	6,000	5,500	490 000	37 000	260 000	11	160 000	8	12
13/1339	4,500	7,875	6,000	4,500	1 000 000	40 000	310 000	7	170 000	6	9

E' — deplasare conică normală;
G'' — deplasare conică maximă pentru precizia de prelucrare

O utilizare răspîndită o au unele elemente elastice folosite la legătura arcurilor cu foi de șasiul vehiculului, la cabinele mașinilor și utilajelor, la rezemarea cutiilor de viteze și a grupurilor electrogene. Aceste elemente antivibratile au o construcție specială „excentrică", numite „lagăre tip Metaxentric". Ele sînt capabile de deformații radiale mai mari decît la cele obișnuite. În figura 6.64 și tabelul 6.24, se prezintă elementul antivibratil tip „Metaxentric" și caracteristicile lui.

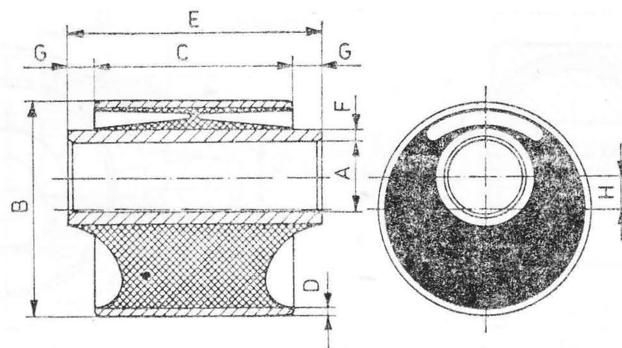


Fig. 6.64. Element antivibratil „Metaxentric".

Tabelul 6.24

Caracteristici geometrice ale elementului antivibratil „Metaxentric"

Element nr.	*A* [ins]	*B* [ins]	*C* [ins]	*D* [ins]	*E* [ins]	*F* [ins]	*G* [ins]	*H* [ins]
13/1049	0,625	1,875	1,25	0,064	1,75	0,104	0,25	0,28
13/1479/1	0,437	1,875	1,50	0,066	2,25	0,20	0,375	0,28
13/1479	0,630	1,875	1,50	0,064	2,25	0,104	0,375	0,28
13/1245/1	0,437	1,875	1,75	0,064	2,25	0,20	0,25	0,28
13/1246	0,630	1,875	1,75	0,064	2,25	0,104	0,25	0,28
13/1270/1	0,437	1,875	2,00	0,064	2,50	0,20	0,25	0,28
13/1270	0,630	1,875	2,00	0,064	2,50	0,104	0,25	0,28
13/1385	0,562	1,875	2,50	0,064	3,00	0,104	0,25	0,28
13/1521	0,562	1,875	3,00	0,064	3,25	0,104	0,125	0,28
13/1299	0,562	1,875	3,00	0,064	3,50	0,104	0,25	0,28
13/1596	0,500	2,25	1,875	0,080	2,375	0,104	0,25	0,25
13/1034	0,50	2,25	1,25	0,080	1,75	0,25	0,25	0,25
13/1165/1	1,00	3,468	2,625	0,112	3,125	0,128	0,25	0,562
13/1165	1,00	3,500	2,625	0,128	3,125	0,128	0,25	0,562
13/1355/1	1,75	3,98	2,50	0,118	2,85	0,145	0,175	0,375
13/1355	1,72	4,00	2,50	0,128	2,85	0,160	0,175	0,375

Pentru acele părți componente ale utilajelor care au o greutate mică și necesită frecvențe proprii joase, se utilizează elemente din cauciuc care lucrează după trei direcții rectangulare (fig. 6.65), la forfecare după două direcții, iar la compresiune după direcția a treia. În figura 6.65 și tabelul 6.25, se prezintă soluțiile constructive și, respectiv, caracteristicile geometrice.

Tabelul 6.25

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile (fig. 6.65)

Element nr.	*A* [mm]	*B* [mm]	*C* [mm]	*D* [mm]	*E* [mm]	*F* [mm]	*G* [mm]	*H* [mm]	Masa [kg]
17/1492	43	60	19	27	25	19	6,7	10,3	0,085
16/1481	62	70	25	43	38	25	11	12,5	0,200
17/1480	78	80	51	56	51	32	13	25	0,600
17/1479	108	86	64	83	76	38	16,7	32	1,050
17/1482	41	60	51	29	24	20	11	—	0,155

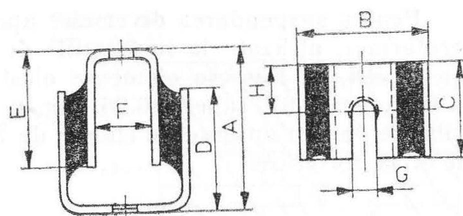
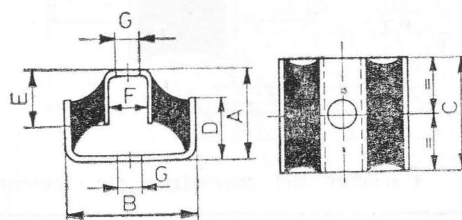


Fig. 6.65. Element antivibratil „Metalastik“ pentru sarcini mici.



În vederea alegerii elementelor antivibratile de această construcție, firma prezintă nomograma din figura 6.66, corespunzătoare unei izolări de 70% a vibrațiilor și pentru frecvențe excitatoare cuprinse între 11,7 Hz și 33,3 Hz. În nomogramă, pe baza unei deformații minime impuse și a unei mase reparizată pentru un singur element, rezultă un punct corespunzător unui domeniu cuprins între două linii groase, iar de aici se alege elementul constructiv (ex. 17/1480) și amestecul de cauciuc (ex. 1 MN 50).

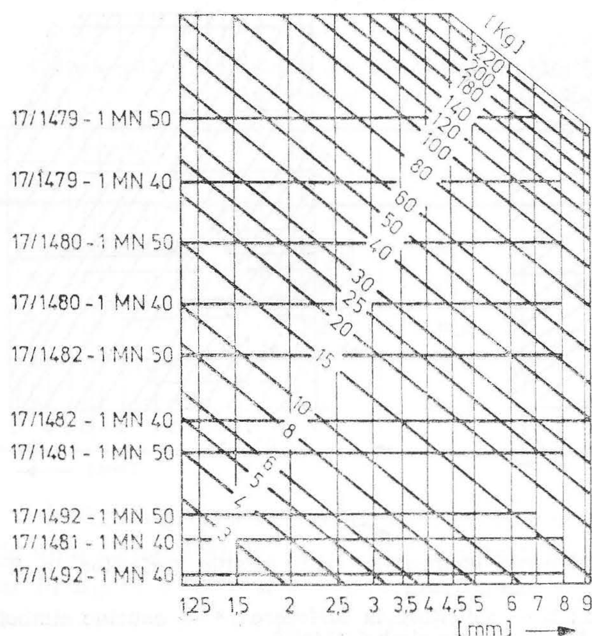


Fig. 6.66. Nomogramă pentru alegerea elementelor antivibratile (referitor la figura 6.65).

Pentru suspendarea diverselor aparate electrice în mișcare (ventilatoare, aeroterme), utilizate la instalațiile de climatizare ale cabinelor mașinilor de construcții, se folosesc elemente elastice din cauciuc de construcție simplă ca în figura 6.67, tabelul 6.26, iar în figura 6.68 se prezintă nomograma de utilizare pentru un grad de izolare de 70%, atît la solicitarea de compresiune, cît și la forfecare.

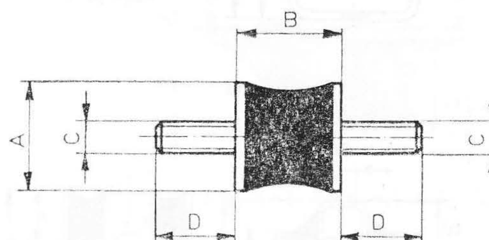
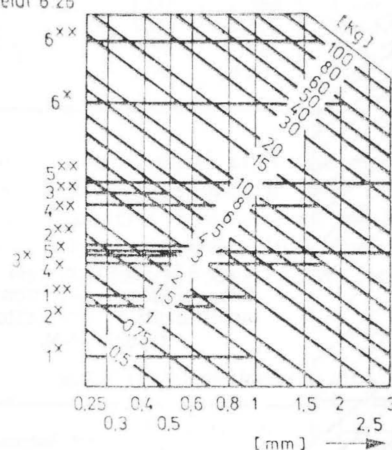


Fig. 6.67. Element antivibratil „Metalastik" de secțiune circulară pentru sarcini mici.

Tabelul 6.26

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile „Metalastik" (fig. 6.67)

Element		A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]
Poziție	Simbol				
1	17/1405	9,5	8	M 4	10
2	17/1377	9,5	11	M 4	10
3	17/1061	11	11	M 4	10
4	17/1379	20,6	21,5	M 6	15
5	17/1380	35	34	M 8	20
6	17/1381	46	25,4	M 10	25



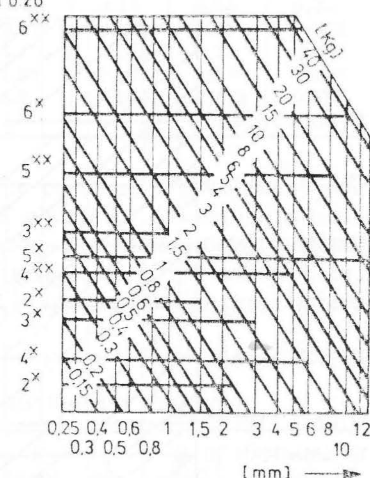


Fig. 6.68. Nomogramă pentru alegerea elementelor antivibratile (referitor la figura 6.67):
a — solicitare la compresiune; b — solicitare la forfecare; * — cauciuc simbol 1MN45; ** — cauciuc simbol 1MN60.

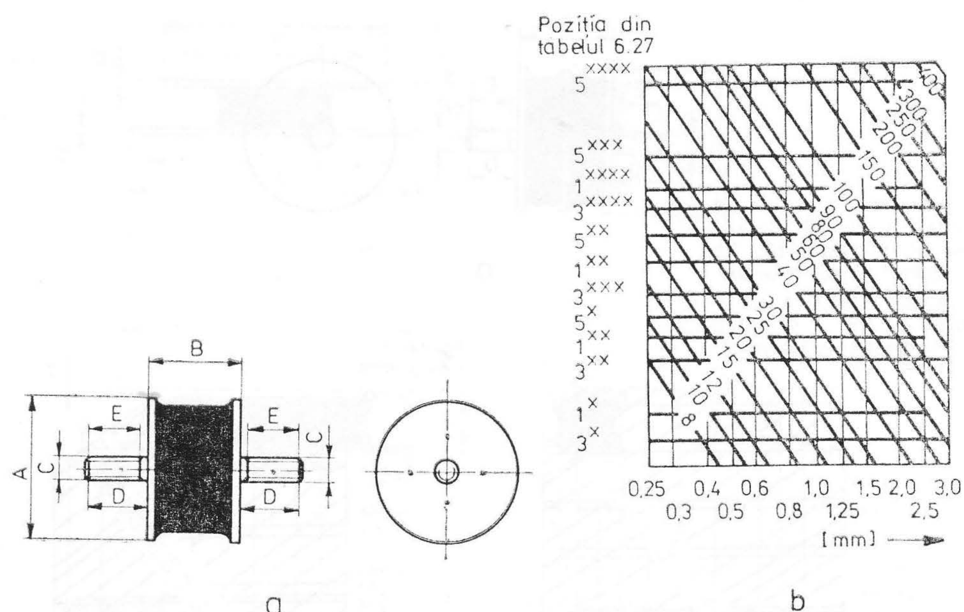


Fig. 6.69. Element antivibratil „Metalastik" de secțiune circulară : *a* — formă constructivă ; *b* — nomogramă de calcul.

Din această categorie, elementele antivibratile mai mari, de formă constructivă ca în figura 6.69, *a* sînt utilizate și la mașinile cu acțiune vibrantă din construcții. Pentru alegerea acestor elemente se folosesc tabelul 6.27 și figura 6.69, *b*, pentru solicitarea la compresiune și, respectiv, la forfecare.

Tabelul 6.27

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile de secțiune circulară „Metalastik" pentru sarcini mari (fig. 6.69)

Element		∅*A* [mm]	*B* [mm]	∅*C* [mm]	*D* [mm]	*E* [mm]
Poziție	Simbol					
1	31/405	50,8	33,2	3/8″	18,7	15,5
2	31/434	50,8	33,3	3/8″	25	21,3
3	31/398	57,2	36,6	3/8″	18,7	15,5
4	31/408	57,2	36,6	3/8″	25	21,3
5	17/1141	76,2	36,6	3/8″	25	21,3

În figura 6.70, *a* și tabelul 6.28, se prezintă caracteristicile constructive ale unui element antivibratil cu o armătură intermediară de tip „sandwich", iar în figura 6.70, *b* și *c* se dau nomogramele de alegere a acestor elemente din cauciuc, solicitate la compresiune și, respectiv, la forfecare.

Pentru elementele antivibratile de secțiune rectangulară (fig. 6.71), se dau caracteristicile geometrice în tabelul 6.29, iar cele de izolare rezultă pe baza nomogramelor din figura 6.72.



Fig. 6.73. Element antivibratil rectangular de tip „sandwich".

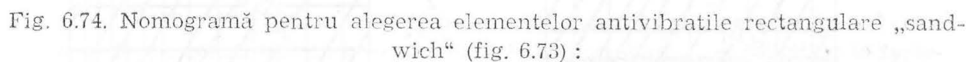


Fig. 6.74. Nomogramă pentru alegerea elementelor antivibratile rectangulare „sandwich" (fig. 6.73) :
*... **** — aceeași semnificație ca la figura 6.70 ;
a — solicitare la compresiune ; *b* — solicitare la forfecare.

Elementele antivibratile cu secțiune rectangulară și armătura intermediară sînt prezentate în figura 6.73, cu caracteristicile geometrice din tabelul 6.30 și cu caracteristicile de izolare din figura 6.74.

Tabelul 6.30

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile rectangulare tip sandwich (fig. 6.73), „Metalastik"

Poziția	Element nr.	*A* [mm]	*B* [mm]	*C* [mm]	*D* [mm]	*E* [mm]	*ØF* [mm]	*G* [mm]
1	31/322	108	57,2	43	63,2	89	10,3	5
2	31/284	127	57,2	43	83	108	10,3	5
3	31/242	168	57,2	43	127	146	10,3	5

Altă variantă constructivă de element antivibratil cu secțiune rectangulară și un singur strat de cauciuc se prezintă în figura 6.75, iar caracteristicile geometrice și de prindere sînt date în tabelul 6.31.

Nomogramele de utilizare sînt date în figura 6.76 pentru solicitarea la compresiune și la forfecare.

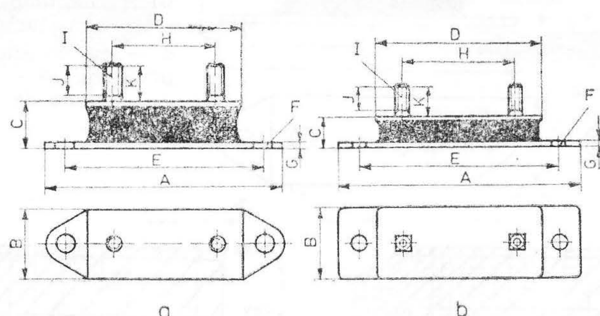


Fig. 6.75. Element antivibratil rectangular cu armături inegale :
a — cu armătură rotunjită ; *b* — cu armătură dreaptă.

Tabelul 6.31

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile rectangulare „Metalastik" cu armături inegale (fig. 6.75)

Poziție	Element simbol	A [mm]	B [mm]	C [mm]	D [mm]	E [mm]	$\varnothing F$ [mm]	G [mm]	H [mm]	I [mm]	J [mm]	K [mm]
1	31/24 (fig. 6.75, *a*)	175	51	35	114	146	13,5	4/5	76	1/2″	22	25,4
2	31/377 (fig. 6.75, *b*)	178	51	22	121	146	10,3	4	83	3/8″	22	22

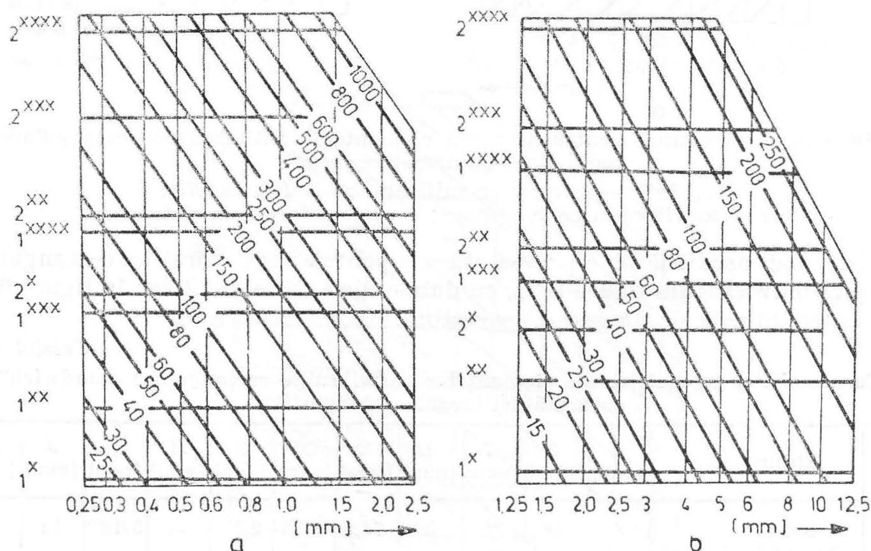


Fig. 6.76. Nomogramă pentru alegerea elementelor antivibratile rectangulare cu armături inegale :
*...**** — aceeași semnificație ca la figura 6.70 ;
a — solicitare la compresiune ; *b* — solicitare la forfecare.

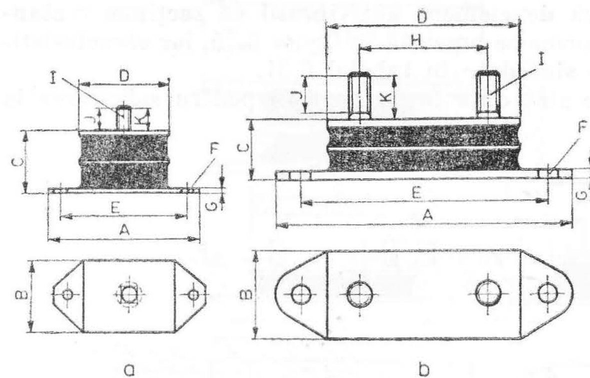


Fig. 6.77. Element antivibratil rectangular „sandwich" cu armături inegale :
a — cu un singur prezon de prindere ; *b* — cu două prezoane de prindere.

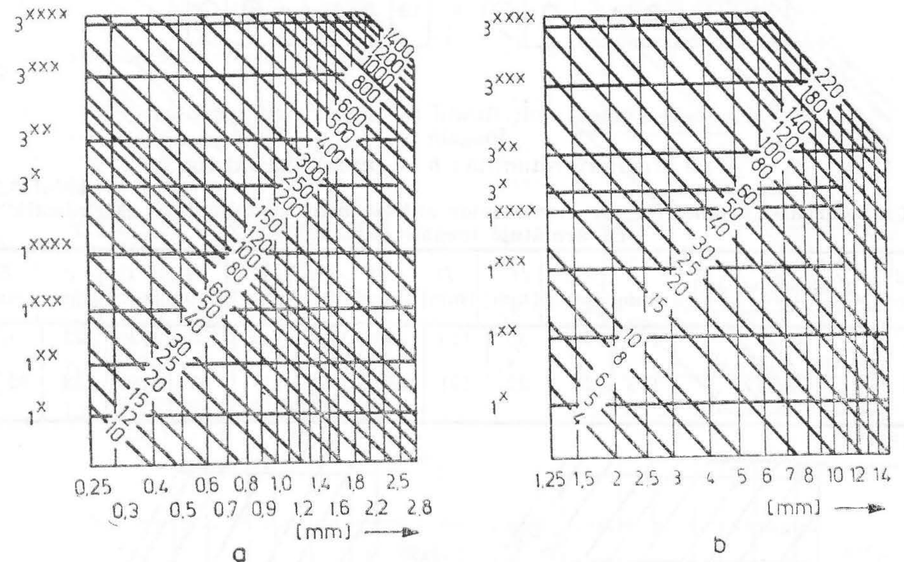


Fig. 6.78. Nomogramă pentru alegerea elementelor antivibratile rectangulare „sandwich" cu armături inegale :
*...**** — aceeași semnificație ca la figura 6.70 ;
a — solicitare la compresiune ; *b* — solicitare la forfecare.

În mod asemănător se prezintă elementele antivibratile rectangulare de tip „sandwich" din figura 6.77, cu datele din tabelul 6.32, iar în figura 6.78 sînt nomogramele de alegere ale acestora.

Tabelul 6.32

Caracteristici geometrice ale elementelor antivibratile rectangulare „sandwich" cu armături inegale „Metalastik"

Nr. crt.	Element nr.	*A* [mm]	*B* [mm]	*C* [mm]	*D* [mm]	*E* [mm]	*ØF* [mm]	*G* [mm]	*H* [mm]	*I* [mm]	*J* [mm]	*K* [mm]
1	31/336 (fig. 6.77, *a*)	89	41	36	54	74,5	6,75	2,7	—	5/16"	14	14
2	31/406 (fig. 6.77, *a*)	89	41	36	54	74,5	6,75	2,7	—	M8	14	14
3	31/346 (fig. 6.77, *b*)	175	51	35	114	146	13,5	4,75	76	1/2"	22	25

Pentru sarcini mari, se folosesc grupări de elemente antivibratile, capabile să izoleze în mod corespunzător vibrațiile, cel puțin pentru 70% grad de izolare (30% transmisibilitate). Astfel, în figura 6.79, se prezintă un montaj, ale cărui date de identificare sînt conținute în tabelul 6.33, iar nomograma parametrilor de izolare este în figura 6.80.

Φ 208

Φ 114,22

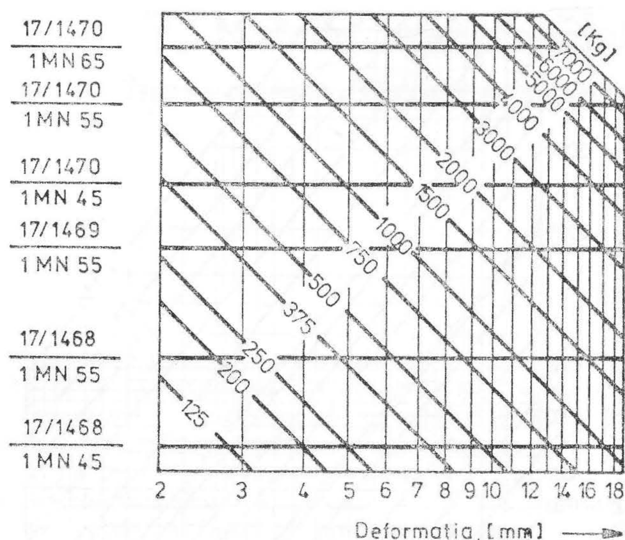


Fig. 6.82. Nomogramă pentru alegerea sistemului antivibratil „Cushymount".

În figura 6.81, se prezintă gruparea complexă de elemente antivibratile capabile de sarcini mari de încărcare, cu datele din tabelul 6.34 şi cu nomograma carespunzătoare din figura 6.82.

Pentru a determina cît mai operativ transmisibilitatea T (gradul de izolare $I = 1 - T$), în figura 6.83 se prezintă nomograma de lucru pe baza deformaţiei statice şi a frecvenţei vibraţiei forţate (forţei excitatoare), considerînd sistemul cu un singur grad de libertate.

Tabelul 6.33

Caracteristici tehnice ale grupului de elemente antivibratile „Cushyfoot" Metalastik

Serie	Grup antivibratil		Forţa maximă de încărcare verticală [N]	Deformaţia maximă verticală [mm]	D [mm]	Masa [kg]
	Poziţie	Simbol				
A (fig. 6.79, *a*)	A4	17/290	830	6,2	10	2,3
	A3	17/290	1 200	6,2		
	A2	17/290	1 500	6,2		
	A1	17/290	2 300	6,0		
	A0	17/290	3 500	5,7		
B (fig. 6.79, *b*)	B4	17/213	3 100	6,6	13	10
	B3	17/213	5 600	6,2		
	B2	17/213	9 000	6,2		
	B1	17/213	11 000	5,8		
	B0	17/213	16 500	5,8		
HD (fig. 6.79, *b*)	HD3	17/346	6 300	16	13	9,5
	HD3	17/346	9 900	16		
	HD1	17/346	12 800	16		

7. Metode experimentale pentru încercarea sistemelor antivibratile

Sistemele de izolare şi amortizare a vibraţiilor, denumite şi sisteme antivibratoare, care intră în structura constructivă şi funcţională a maşinilor, sînt alcătuite din elemente antivibratile ce conlucrează pe baza uneia din schemele de montare : serie, paralel sau mixt. Cele mai frecvente scheme de montaj sînt cele pe bază de elemente antivibratile din cauciuc. Funcţie de caracteristicile fizico-mecanice ale cauciucului şi de parametrii globali ai elementelor antivibratile, ce intră în componenţă, funcţie de condiţiile geometrice de montaj, sistemul, astfel alcătuit, va fi caracterizat de parametri specifici, denumiţi „caracteristici sau parametri de sistem". Parametrii sistemului sînt sensibil diferiţi faţă de parametrii elementelor antivibratile. De aceea, este necesar ca pentru fiecare sistem antivibratil din componenţa maşinii să se precizeze caracteristicile (parametrii) sistemului care au un rol determinant în funcţionarea maşinii şi în izolarea vibraţiilor transmise.

7.1. Caracteristica de rigiditate a sistemului

Caracteristica de rigiditate a sistemului este dată de coeficientul de rigiditate echivalent în regim static şi dinamic, corespunzător deformaţiei efective a situaţiei de lucru. Este necesar ca pentru sistem să se traseze caracteristica F—x, respectîndu-se condiţiile de montaj, încărcare statică şi funcţionalitate a sistemului. De asemenea, tot în aceste condiţii este necesar a se determina şi coeficientul de rigiditate dinamic. Deoarece coeficientul de rigiditate dinamic determină direct pulsaţiile proprii ale sistemului, deci zonele de rezonanţă, precum şi transmisibilitatea sistemului, acesta poate fi considerat unul din factorii determinaţi pentru izolarea antivibratilă.

7.2. Caracteristicile de amortizare ale sistemului

Toate caracteristicile de amortizare sînt determinate, în cazul modelului dinamic al sistemului cu un singur grad de libertate masă-arc (fig. 7.1), la vibraţia liberă sau la răspunsul dinamic al sistemului în vibraţie forţată (fig. 7.2).

Ecuaţia diferenţială a mişcării este :

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + kx = F(t), \tag{7.1}$$

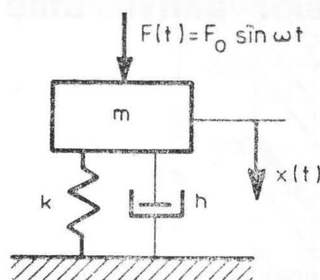


Fig. 7.1. Model dinamic cu un grad de libertate.

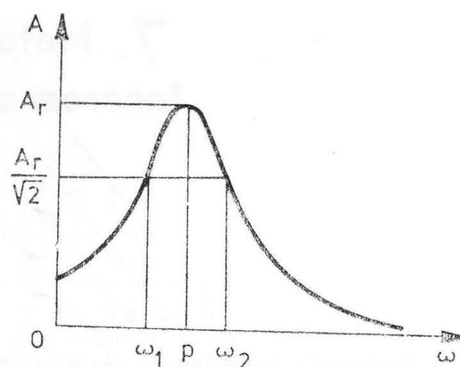


Fig. 7.2. Răspunsul dinamic al sistemului reprezentat prin caracteristica amplitudine-pulsație.

iar dacă asupra masei m a sistemului acționează forța armonică $F(t) = F_0 \sin \omega t$, atunci soluția ecuației (7.1), în regim staționar, este :

$$x = A \sin(\omega t - \varphi), \tag{7.2}$$

unde φ este defazajul deplasării față de forță.

Se obține amplitudinea mișcării și defazajul sub forma :

$$A = \frac{F_0/k}{(1 - \omega^2/p^2)^2 + (2\zeta\omega/p)^2} ; \tag{7.3}$$

$$\varphi = \text{arc tg}\,[(2\zeta\omega/p)/(1 - \omega^2/p^2)], \tag{7.4}$$

unde $p = \sqrt{k/m}$ este pulsația proprie a sistemului ; $\zeta = h/h_{cr}$ — raportul de amortizare sau fracțiunea din amortizarea critică.

Ținînd seama de relația $h_{cr} = 2\sqrt{k\,m}$, avem :

$$\zeta = h/2\sqrt{k\,m}. \tag{7.5}$$

Pentru un sistem de izolare și amortizare compus numai din elemente vîscoelastice identice, legate în serie, vom avea :

$$\zeta_s = (h_1/s)/2\sqrt{(k_1/s)m}, \tag{7.5'}$$

unde $h = h_1/s$, în care h_1 este coeficientul de amortizare vîscoasă al unui singur element, iar s — numărul total de elemente legate în serie.

$k = k_1/s$ este coeficientul de rigiditate echivalent, unde k_1 este coeficientul de rigiditate al unui singur element.

Relația (7.5') poate fi pusă sub forma :

$$\zeta_s = \frac{1}{s/\sqrt{s}} \frac{h_1}{2\sqrt{k_1 m}}, \text{ sau } \zeta_s = \zeta_1/\sqrt{s}, \tag{7.6}$$

unde ζ_1 este raportul de amortizare al sistemului compus numai dintr-un singur element vîscoelastic și masa m.

Pentru un sistem de izolare și amortizare compus numai din elemente vîscoelastice identice legate în paralel, avem :

$$\zeta_p = h_1 s/2\sqrt{k_1 s/m}, \text{ sau } \zeta_p = s\zeta_1/\sqrt{s},$$

iar sub forma finală $\zeta_p = \sqrt{s}\zeta_1$. (7.7)

Raportul $m/2\ h = n$ se numește factorul de amortizare a vibrației libere a sistemului care depinde și de masa m.

Pentru mișcarea sistemului la vibrația liberă, caracteristica esențială de amortizare este decrementul logaritmic Δ determinat de valorile maxime succesive ale deplasării, astfel

$$\Delta = \ln x_1/x_2 = nT^*,$$

sau $\Delta = 2\pi n/\sqrt{p^2 - n^2}$; (7.8)

notînd cu $\omega_n^2 = p^2 - n^2$, se obține :

$$\Delta = 2\pi n/\omega_n. \qquad (7.9)$$

În locul lui Δ se mai poate utiliza și viteza de amortizare D a vibrațiilor libere, în cazul scăderii exponențiale a amplitudinii, unde mărimea D se exprimă în dB/s.

La vibrații forțate, amplitudinea A variază ca în figura 7.2, cu pulsația ω a forței de amplitudine constantă F_0.

Valoarea maximă a amplitudinii A_{max} este corespunzătoare pulsației la rezonanță $\omega_{rez} = p\sqrt{1 - 2\zeta^2}$.

Punctele de ordonate $A_{max}/\sqrt{2}$, numite puncte de semiputere, au abscisele:

$$\omega_{1,2} = p\sqrt{1 - 2\zeta^2 \pm 2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}. \qquad (7.10)$$

În cazul unei amortizări mici $\zeta \ll 1$, avem :

$$\omega_{1,2} = p\sqrt{1 \pm 2\zeta}, \qquad (7.11)$$

de unde rezultă raportul de amortizare

$$\zeta = (1/2)(\omega_2^2 - \omega_1^2)/(\omega_2^2 + \omega_1^2) = (\omega_2^2 - \omega_1^2)/(4p^2), \qquad (7.12)$$

sau, ținînd seama de relația $\omega_1 + \omega_2 = 2p$, avem :

$$\zeta = (\omega_2 - \omega_1)/(2p) = 1/2Q, \qquad (7.13)$$

în funcție de lățimea benzii de rezonanță,

$$\zeta = \pi\Delta f/p = 1/(2Q), \qquad (7.14)$$

unde $\Delta f = f_2 - f_1$ lățimea benzii de frecvență la rezonanță ; Q — factorul de calitate al sistemului antivibratil cu un grad de libertate.

Factorul de calitate al rezonanței vibrației staționare a sistemului Q și capacitatea de amortizare Ψ, specifice ale sistemului, caracterizează răspunsul în regim staționar. Așadar, ζ caracterizează capacitatea de disipare a energiei la răspunsul dinamic.

Mărimile fizice n, Δ și D reprezintă proprietăți ale mișcării sistemului ce pot fi determinate în timpul unei perioade a vibrațiilor libere amortizate

ale sistemului, iar parametrii Δf, Q și Ψ caracterizează proprietățile răspunsului staționar al sistemului ce pot fi determinați în timpul vibrației forțate la rezonanță. Legătura dintre acești parametri, caracteristici ai sistemului, este prezentată în tabelul 7.1.

Tabelul 7.1

Parametrii de amortizare la sisteme antivibratile

	ζ	n	Δ	D	Δf	Q	Ψ
ζ	ζ	$p\zeta$	$2\pi\zeta$ $c \ll c_c$	$p\zeta a$	$p\zeta/\pi$	$0{,}5\zeta^{-1}$	$4\pi\zeta$ $c \ll c_c$
n	n/p	n	$2\pi n/\omega_n$	na	n/π	$p/2\pi$	$4\pi n/p$ $n \ll p$
Δ	$\Delta/2\pi$ $\Delta \ll 2\pi$	$\omega_n\Delta/2\pi$	Δ	$a\omega_n\Delta/2\pi$	$\omega_n\Delta/2\pi^2$	$\pi/(\Delta - \Delta^2)$ $\Delta \ll 1$	$2(\Delta - \Delta^2)$ $\Delta \ll 1$
D	$D/a\omega_n$	D/a	$2\pi D/a\omega_n$	D	$D/a\pi$	$ap/2D$ $D \ll ap$	$4\pi D/ap$ $D \ll ap$
f	$\pi \cdot \Delta f/p$ $\Delta f \ll n/\pi$	$\pi\Delta f$	$2\pi^2\Delta f/\omega_n$	$a\pi\Delta f$	Δf	$p/2\pi\Delta f$ $\Delta f \ll p/\pi$	$4\pi^2 \cdot \Delta f/p$ $\Delta f \ll p/\pi$
Q	$0{,}5Q^{-1}$	$p/2Q$ $2Q \gg 1$	π/Q $2Q \gg 1$	$ap/2Q$ $2Q \gg 1$	$p/2\pi Q$ $2Q \gg 1$	Q	$2\pi/Q$
Ψ	$\Psi/4\pi$ $\Psi \ll 4\pi$	$p\Psi/4\pi$ $\Psi \ll 4\pi$	$\Psi/2$ $\Psi \ll 4\pi$	$ap\Psi/4\pi$ $\Psi \ll 4\pi$	$p\Psi/4\pi^2$ $\Psi \ll 4\pi$	$2\pi/\Psi$	Ψ

$p^2 = k/m$; $\omega_n^2 = p^2 - n^2$

În alcătuirea unui sistem cu elemente identice, este necesar să se țină seama de numărul s de elemente și de raportul de amortizare ζ_1 pentru sistemul cu un singur element, astfel încît mișcarea sistemului să fie periodică, adică ζ_1 sau $\Psi < 4\pi$.

Astfel, pentru un sistem serie, rezultă: $\zeta_s = \zeta_1/\sqrt{s} < 1$, de unde, pentru un sistem dat, cu un singur element cu ζ_1 cunoscut, avem:

$$s > \zeta_1^2. \tag{7.15}$$

Pentru un sistem paralel, în mod similar se obține:

$$\zeta_p = \sqrt{s}\zeta_1 < 1$$

de unde
$$s < 1/\zeta_1^2. \tag{7.16}$$

7.3. Determinarea experimentală a caracteristicilor sistemelor de izolare antivibratilă

Experimentarea elementelor antivibratile, cît și a sistemelor de izolare, trebuie să conducă la găsirea caracteristicilor tehnice specifice, astfel încît, pe de-o parte să poată fi verificat calculul de proiectare, iar pe de alta să

permită aprecierea modului cum sînt influențați parametrii vibrațiilor și caracteristicile de izolare.

În acest scop, este necesară, atît experimentarea elementelor antivibratile pe un lot mai mare de fabricație, cît și experimentarea sistemelor de izolare și amortizare a vibrațiilor, ținînd seama de condițiile de montare pe mașină și încărcare statică și dinamică.

7.3.1. Determinarea caracteristicilor elementelor antivibratile din cauciuc

7.3.1.1. **Caracteristica de rigiditate statică (cuasistatică).** În cadrul încercării cuasistatice, s-a determinat caracteristica forță-deformație, pe baza căreia s-a putut aprecia gradul de linearitate sau zonele pentru care caracteristica este nelineară.

Încercarea poate fi efectuată la o presă mecanică cu o viteză de încărcare de 5 mm/min, iar pasul deformației indicat pe cadranul comparatorului este de 1 mm. Valorile forței corespunzătoare fiecărei deformații se citesc pe cadranul indicator al dinamometrului presei.

Caracteristica forță-deformație se determină pentru o deformație totală de cel puțin 15% din înălțimea totală a elementului din cauciuc. Înainte de înregistrarea valorilor efective pentru forță și deformație, elementele amortizoare se supun la cinci cicluri consecutive încărcare-descărcare, în vederea micșorării buclelor de histerezis mecanic de început.

Încercarea trebuie executată pe cîte un lot compus din cel puțin 8 elemente antivibratile din fiecare amestec, iar centralizarea rezultatelor se efectuează pe fișa de măsuri special întocmite.

Prelucrarea și prezentarea rezultatelor privind încercarea cuasistatică a elementelor antivibratile din cauciuc trebuie efectuate numai pe baza estimațiilor statistice.

7.3.1.2. **Caracteristica de rigiditate dinamică.** În vederea determinării coeficienților de rigiditate, s-a adoptat metoda rezonanței la descărcare, cînd pulsația scade de la valoarea de regim la zero. Pentru ca metoda să fie cit mai sigură, s-a folosit modelul unui sistem cu un grad de libertate excitat de o forță perturbatoare armonică, de forma $P = m_0 r\omega^2 \sin \omega t$, în care $m_0 r$ este momentul static al masei excentrice ; ω pulsația forței perturbatoare.

Deoarece elementele din cauciuc au o comportare vîscoelastică așa cum rezultă din oscilograma vibrației libere (fig. 7.3), preponderent elastică, atunci ecuația diferențială a mișcării este :

$$m\ddot{x} + h\dot{x} + kx = m_0 r\omega^2 \sin \omega t, \tag{7.17}$$

sau

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p_0^2 x = h \sin \omega t, \tag{7.18}$$

unde m este masa părții mobile a standului ; h — coeficientul de amortizare vîscoasă ; n — factorul de amortizare ; k — coeficientul de rigiditate ; p — pulsația proprie a sistemului mecanic fără amortizare.

Factorul de amortizare n și pulsația proprie ω_n au expresiile :

$$n = h/(2m) ; \tag{7.19}$$

$$\omega_n = \sqrt{p^2 - n^2}. \tag{7.20}$$

Prin încărcarea sistemului la forța perturbatoare maximă, frecvența și amplitudinea vibrației cerute de condițiile de încercare, se realizează situația regimului de lucru staționar (ω = const.), cît și a regimului tranzitoriu prin descărcarea sistemului de la ω (valoarea de regim) la zero.

Trecerea prin rezonanță este marcată prin creșterea pronunțată a amplitudinii (deformația relativă a cauciucului cuprins între armătura fixă și cea mobilă), figura 7.4.

Deoarece tehnica determinării coeficientului de rigiditate dinamic permite măsurarea perioadei de rezonanță T_{rez}, este mai comod să se pună expresia (7.20) sub forma unei relații mai operante, astfel:

$$k_{din} = m(4\pi^2/T_{rez}^2 - n^2). \qquad (7.21)$$

Legătura dintre coeficientul de rigiditate k_α pentru un unghi oarecare și coeficienții de rigiditate la compresiune k_c și forfecare k_f este dată de relația:

$$k_\alpha = k_c \cos^2 \alpha + k_f \sin^2 \alpha. \qquad (7.22)$$

Rezultatele experimentărilor sînt prezentate în figurile 7.5, 7.6 și 7.7.

7.3.1.3. **Determinarea modulului de elasticitate.** Avînd în vedere faptul că elementele antivibratile pot fi executate cu cauciuc românesc, se impune determinarea valorilor modulului de elasticitate în vederea proiectării.

Amortizoarele din cauciuc au suprafața laterală variabilă în timpul deformării și, ca urmare, aria transversală de-a lungul elementului se modifică. Pentru calcul, s-a considerat un element cilindric echivalent ca volum cu cel al elementului real, pe baza căruia s-a determinat aria transversală în fiecare moment al procesului, motiv pentru care în locul ariei se adoptă volumul ca parametru. El poate fi măsurat inițial și se menține constant în timpul solicitării.

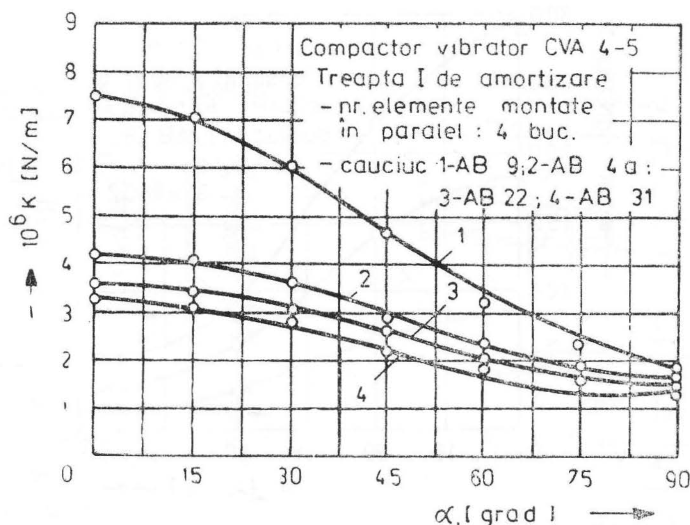


Fig. 7.5. Variația coeficientului de rigiditate dinamică funcție de unghiul de așezare la elementul antivibratil CVA 4—5.

În regim static. Pornind de la principiul că volumul de cauciuc în timpul deformării se menține constant și avînd în vedere că, atît volumul V_0, cît și înălțimea inițială h_0 ale amortizorului pot fi măsurate direct, s-a obținut o relație propusă de autor, pentru calculul modului de elasticitate longitudinal static, de forma :

$$E_s(x) = k_c h_0(h_0 - x)/V_0, \tag{7.23}$$

în care k_c este coeficientul de rigiditate statică, la compresiune ; h_0 — înălțimea inițială a amortizorului ; V_0 — volumul de cauciuc ; x — deformația instantanee măsurată pe axa longitudinală, la compresiune.

Prin convenție, denumim modulul de elasticitate longitudinal E_0 valoarea corespunzătoare a lui E, pentru care elementul de cauciuc se află în stare nedeformată. Din experimentările efectuate, în cadrul INCERC, pe amortizoare de cauciuc din patru amestecuri distincte de cauciuc și de diferite forme constructive, au rezultat valorile lui E_0 prezentate în tabelul 7.2, iar variația modulului de elasticitate static E_s funcție de deformație — în figura 7.8.

Modulul de elasticitate static transversal G_s se determină cu relația :

$$G_s = k_f h_0^2/V_0, \tag{7.24}$$

unde k_f este coeficient de rigiditate statică la forfecare.

În regim dinamic. În vederea determinării modulului de elasticitate longitudinal dinamic, s-a utilizat coeficientul de rigiditate dinamic k_{din}, la compresiune, în relația :

$$E_{din} = k_{din} h_0(h_0 - x)/V_0, \tag{7.25}$$

unde x este deformația instantanee în regim dinamic.

Deformația x ține seama de efectul dinamic și se alege la valoarea maximă :

$$x_{max} = x_s + A, \tag{7.26}$$

în care x_s este deformația statică rezultă din încărcarea permanentă ; A — amplitudinea deplasării vibrației.

Tabelul 7.2

Valorile modulului de elasticitate longitudinal E_0

Cauciuc: Amestec	Cauciuc: Duritate [°Sh(A)]	Coeficientul de formă, Φ	Modulul E_0 [daN/cm²]
SAB 9	75	0,75 0,50	175 119
SAB 4a	65	0,75 0,50	155 100
SAB 22	50	0,75 0,50	56 35
SAB 31	45	0,75 0,50	46 30

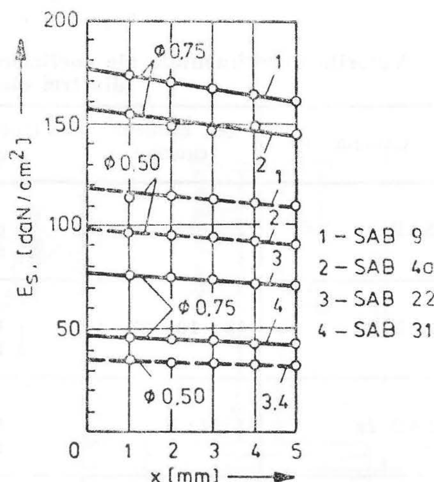


Fig. 7.8. Variația modulului de elasticitate longitudinal funcție de deformația statică.

Pentru modulul transversal dinamic G, se va utiliza relaţia :

$$G_{din} = K_{fdin} h_0^2 / V_0. \quad (7.27)$$

unde K_{fdin} este coeficientul de rigiditate dinamic la forfecare.

Valorile modulului de elasticitate, determinat în regim static şi dinamic pentru patru structuri de cauciuc elaborate după tehnologia ICPCMP Bucureşti, în condiţiile a două tipuri constructive de amortizoare, sînt date în tabelul 7.3. De asemenea, în acest tabel, sînt daţi şi coeficienţii dinamici, atît pentru modulul de elasticitate longitudinal $\varphi_E = E_{din}/E_s$, cît şi pentru modulul de elasticitate transversal $\varphi_G = G_{din}/G_s$, unde E_s, G_s sînt modulele determinate în regim de solicitare statică.

7.3.2. **Determinarea caracteristicilor sistemelor de izolare şi amortizare a vibraţiilor cu elemente din cauciuc.** Experimentările s-au efectuat pe sisteme de izolare compuse din mai multe elemente antivibratile din cauciuc, utilizîndu-se standuri special concepute, astfel încît să se poată reproduce cît mai fidel condiţiile de lucru, ţinîndu-se cont de caracteristica masică a sistemului.

7.3.2.1. **Caracteristica de rigiditate echivalentă statică.** Prin încărcarea sistemului cu elemente de lestare etalonate, se măsoară deplasările, respectiv deformaţia, în regim static a elementelor elastice pe direcţia vibraţiilor.

Pe baza mai multor încercări s-a putut constata caracterul liniar al caracteristicii forţă-deformaţie, în limita unei deformaţii specifice a fiecărui element de maximum 10%. În tabelul 7.3, se dau valorile coeficienţilor de rigiditate statică la unghiurile 0°, 60° şi 90°, pentru trei elemente amortizoare „sandwich" utilizate la compactorul vibrator CVA10.

7.3.2.2. **Caracteristica de rigiditate echivalentă dinamică.** Coeficienţii de rigiditate ai sistemelor au fost determinaţi prin metoda rezonanţei în condiţiile de încărcare şi montaj ale sistemului pe utilaj.

În tabelul 7.3, se dau valorile coeficienţilor de rigiditate dinamică pentru un sistem format din trei elemente legate în paralel. Determinările s-au făcut

Tabelul 7.3

Valorile experimentale ale coeficientului de rigiditate pentru un sistem format din trei elemente antivibratile

Cauciuc tip	Nr. element cauciuc	Unghi de aşezare	Coeficient de rigiditate [daN/mm]		
			Static	Dinamic	φ_f
SAB 31	26 ; 27 ; 30	0 60 90	177,00 55,50 15,63	196,80 74,10 29,34	1,110 1,330 1,870
SAB 22	18 ; 19 ; 23	0 60 90	210,39 76,50 31,80	264,00 90,93 39,36	1,250 1,180 1,230
SAB 4a	1 ; 4 ; 8	0 60 90	645,00 223,50 83,40	859,00 289,80 100,35	1,330 1,290 1,200
SAB 9	10 ; 23 ; 14	0 60 90	690,00 240,00 90,42	984,00 345,00 168,00	1,420 1,430 1,842

pentru patru amestecuri diferite de cauciuc, pe baza înregistrărilor vibrogramei de rezonanță, de unde s-a estimat valoarea perioadei mișcării la rezonanță T_{rez}, așa cum se ilustrează în figura 7.5.

Pentru sistemul de izolare și amortizare a vibrațiilor care intră în componența compactorului vibrator CVA10, în tabelul 7.4 se prezintă valorile determinate experimental. Sistemul este compus din opt elemente „sandwich", montate înclinat sub un unghi de așezare la 60°.

Tabelul 7.4

Valori experimentale ale coeficientului de rigiditate la diferite trepte de încărcare

Cauciuc tip	Masa [kg]	Coeficient de rigiditate [daN/mm]	
		Static	Dinamic
AB 4a	540	596	731
	1 230	596	740
	1 250	596	741
	2 610	596	715
AB 22	540	204	252
	1 230	204	247
	2 150	204	262
	2 610	204	257

În vederea determinării coeficienților de rigiditate dinamică și a caracteristicilor vibrației libere pentru sistemul de izolare și amortizare existent la compactorul vibrator CVA 10, s-a utilizat un stand prezentat în figura 7.9.

Standul conține grupul de izolare și amortizare *1* al compactorului CV A 10, stîlpii de susținere *3* pentru întreg ansamblul, cadrul *4*, plăcile de lestare *5*, în vederea modificării încărcării statice, și grupul de acționare compus din vibratorul *6* antrenat cu ajutorul motorului electric *7*.

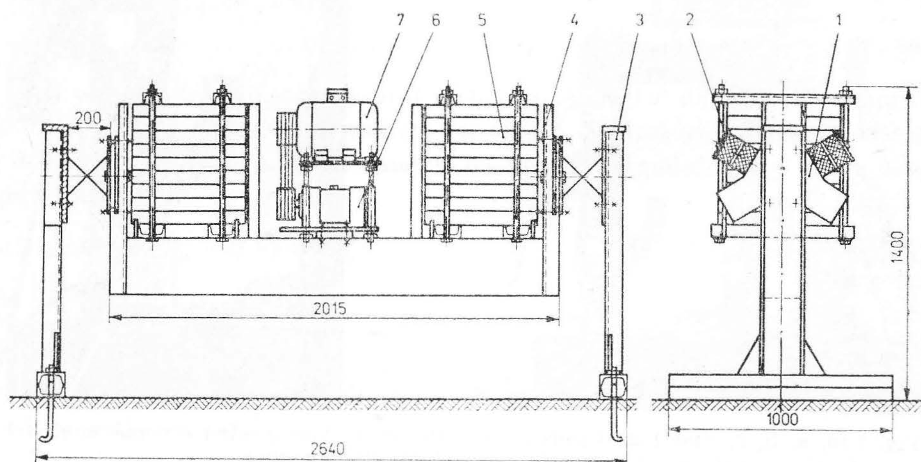


Fig. 7.9. Stand de încercare pentru două grupuri de elemente antivibratile.

7.3.2.3. **Determinarea caracteristicilor de amortizare.** S-a urmărit determinarea factorului de amortizare n, a fracțiunii din amortizarea critică ζ și a coeficientului de disipare a energiei sistemului Ψ, folosind, atît metoda vibrației libere, cît și a vibrației forțate armonice staționare.

Pentru a obține vibrația liberă a sistemului, s-a utilizat același stand (fig. 7.9), descris anterior, căruia i s-a imprimat un impuls de sus în jos. Semnalul generat de traductorul inductiv a fost amplificat și înregistrat pe hîrtia sensibilă la radiații ultraviolete.

Analiza oscilogramei vibrației libere (fig. 7.4) conduce la concluzia că amplitudinea scade după o funcție exponențială de forma $x = \pm Ae^{-nt}$, ceea ce dovedește comportarea vîscoelastică a cauciucului (forța de rezistență vîscoasă este mică $n < p$).

Din înregistrările deplasării (oscilograme ale vibrației libere) cu baza de timp determinată, s-a calculat decrementul logaritmic al amortizării Δ, astfel :

$$\Delta = \ln A_1/A_2, \qquad (7.28)$$

pentru două amplitudini succesive A_1 și A_2, între ele existînd un interval de timp T^* numit pseudoperioadă.

Decrementul logaritmic se mai poate calcula și astfel :

$$\Delta = [1/(j-1)] \ln A_1/A_j, \qquad (7.29)$$

pentru j amplitudini succesive despărțite de $j - 1$ pseudoperioade.

Cunoscînd valoarea lui Δ, se pot determina și celelalte mărimi și anume :

a) factorul de amortizare $n = (\Delta/2)\omega_{rez}$,

sau
$$n = \Delta/T^* ; \qquad (7.30)$$

b) fracțiunea din amortizarea critică,

$$\zeta = \Delta/(2\pi), \text{ pentru } \Delta \ll 2\pi ; \qquad (7.31)$$

c) coeficientul de disipare,

$$\Psi = 4\pi\zeta, \text{ pentru } h < h_{cr}. \qquad (7.32)$$

La vibrația forțată, s-a măsurat forța din elementul de cauciuc, compusă din forța elastică și forța vîscoasă care se află în cuadratură, precum și viteza de deformare a elementului de cauciuc cu ajutorul standului (fig. 7.10), conceput și brevetat de autor.

Astfel, avem : $F = \sqrt{F_e^2 + F_v^2}$, (7.33)

sau $F_v^2 = F^2 - F_e^2$,

iar $h = F_v/\dot{x} = (1/\dot{x})\sqrt{F^2 - F_e^2}$, (7.34)

unde F este forța măsurată de doză ; $F_e = K_{din}x$ — forța elastică ; $F_v = h\dot{x}$ — forța vîscoasă.

Rezultatele experimentale determinate pentru elementele antivibratile CVA 10 și S 120 sînt prezentate în tabelele 7.5, 7.6 și 7.7. Pentru a da o

interpretare modului cum variază parametrii de amortizare, s-a găsit dependenţa dintre Ψ şi λ, unde λ reprezintă deformaţia specifică a sistemului definită astfel:

a) $\lambda = x_{st}/h_0$ — pentru montarea elementelor amortizoare la compresiune;

b) $\lambda = x_{st}/(h_0 \cos\alpha)$ pentru montarea elementelor amortizoare sub un anumit unghi;

c) $\lambda = x_{st}/h_0 = \operatorname{tg}\gamma$ — pentru montarea elementelor amortizoare la forfecare.

Pe baza valorilor obţinute şi trecute în tabelele prezentate, precum şi a altor rezultate experimentale care nu sînt cuprinse în aceste tabele, s-a putut găsi corelaţia dintre caracteristicile de amortizare ale sistemului, în mod special pentru ζ şi Ψ, funcţie de pulsaţia proprie a sistemului p sau deformaţia totală în regim static x_s. De asemenea, s-a realizat legătura dintre parametrii de amortizare menţionaţi şi deformaţia specifică a sistemului λ. Au fost analizate două situaţii şi anume:

a) la sistemul antivibratil unde se menţine constantă încărcarea statică şi se modifică coeficientul de rigiditate static k_s;

b) la sistemul antivibratil unde se menţine constantă rigiditatea în regim static şi se modifică masa părţii mobile.

Pentru primul caz, caracterizat prin k — variabil şi m — constant, se scrie fracţiunea din amortizarea critică a sistemului astfel:

$$\zeta = h/(2mp). \tag{7.35}$$

Ţinînd seama de faptul că fenomenul de disipare este evidenţiat numai atunci cînd sistemul este în mişcare, deci numai atunci cînd elementele din cauciuc sînt deformate cu o anumită viteză, rezultă că este necesar să se introducă un parametru care să definească mişcarea. Astfel, s-a ales pulsaţia mişcării ω. După M. Julien, pentru cauciucul modelat ca un mediu vîsco-elastic, se poate scrie:

$$h\omega = \text{const}. \tag{7.36}$$

În acest caz, avem:

$$\zeta = (\text{const}/\omega)(1/2mp). \tag{7.37}$$

iar dacă se notează $\mathcal{M} = \text{const}/(2m\omega)$, atunci se obţine:

$$\zeta = \mathcal{M}/p. \tag{7.38}$$

Pentru un sistem antivibratil dat, şi care se află în mişcare caracterizată de pulsaţia ω (ω = const), la care se menţine constantă masa, se constată că, modificînd numai coeficientul de rigiditate k, se modifică pulsaţia proprie, valoarea lui ζ fiind o constantă de sistem. În acest caz, legea de variaţie a lui ζ funcţie de p este dată de relaţia (7.38) şi ilustrează în figura 7.11.

Ca urmare, se poate conchide că, pentru un sistem dat şi solicitat la un anumit regim de vibraţii, definit de pulsaţia forţei perturbatoare, considerată constantă (regim staţionar de lucru), modificarea pulsaţiei proprii, prin varierea coeficientului de rigiditate k, implică modificarea fracţiunii din amortizarea critică.

Pentru un sistem antivibratil dat, în mişcare de regim, la care se menţine constantă rigiditatea, se constată că fracţiunea din amortizarea critică are expresia:

$$\zeta = p\ \text{const}/(2k); \tag{7.39}$$

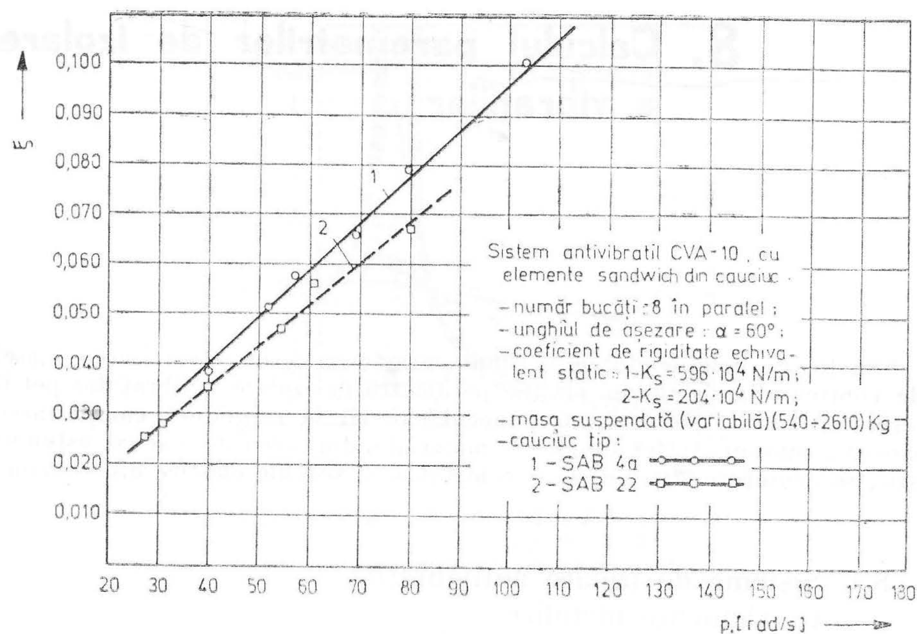


Fig. 7.12. Variația fracțiunii din amortizarea critică funcție de pulsația proprie la $\mathcal{K}$ constant.

notînd
$$\mathcal{K} = \text{const}/(2k),$$
se obține
$$\zeta = p\mathcal{K}. \tag{7.40}$$

Relația este valabilă atunci cînd în cadrul sistemului se modifică numai masa suspendată, iar $\mathcal{K}$ are valoarea constantă. Legitatea de linearitate dintre fracțiunea de amortizare critică ζ și pulsația proprie a sistemului este confirmată de experimentările efectuate, iar graficul se prezintă în figura 7.12.

8. Calculul parametrilor de izolare a vibrațiilor

Funcție de complexitatea mașinii, caracterizată de repartizarea masei și de configurația sistemului elastic, parametrii de izolare a vibrațiilor pot fi determinați numai pe baza unui model capabil să reproducă comportarea dinamică a mașinii. Astfel, funcție de materialul din care este realizat sistemul elastic, se deosebesc sisteme elastice metalice și sisteme elastice din cauciuc.

8.1. Sisteme de izolare antivibratilă cu elemente metalice

Sisteme cu un grad de libertate. Majoritatea mașinilor staționare, frecvent întîlnite în industrie, pot fi modelate ca sisteme cu un grad de libertate.

Parametrii care stabilesc performanțele de izolare a vibrațiilor sînt transmisibilitatea T a vibrațiilor și gradul de izolare I. Cei doi parametri sînt complementari, iar relația de legătură este de forma:

$$I = (1 - T)100 \quad [\%]. \tag{8.1}$$

Pentru o mașină rezemată elastic pe elemente metalice, cu amortizare vîscoasă mică, modelată ca un sistem cu un grad de libertate la translație verticală, parametrul T este de forma:

$$T = \frac{F_T}{F_0} = \left[\frac{1 + (2\zeta\Omega)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}\right]^{1/2}, \tag{8.2}$$

în care F_T este forța transmisă prin elementul elastic de constantă k și prin elementul de amortizare vîscoasă de coeficient de rezistență h; F_0 — amplitudinea forței perturbatoare; Ω — raportul pulsațiilor, definit de relația $\Omega = \omega/p$; ζ — fracțiunea din amortizarea critică.

Variația parametrilor T și I este dată funcție de raportul pulsațiilor Ω și de parametrul ζ, în figura 8.1.

Pentru calculele de proiectare, este mai comod să se folosească săgeata statică datorită acțiunii greutății $m\,g$. Astfel, pulsația proprie a sistemului poate fi exprimată sub forma:

$$p = \sqrt{\frac{k\,g}{m\,g}} = \sqrt{\frac{g}{m\,g/k}} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}}. \tag{8.3}$$

În figura 8.2 se prezintă o nomogramă cu ajutorul căreia se poate determina gradul de izolare, funcție de săgeata statică și frecvența vibrațiilor (frecvența forței perturbatoare). Se menționează că în cîmpul nomogramei

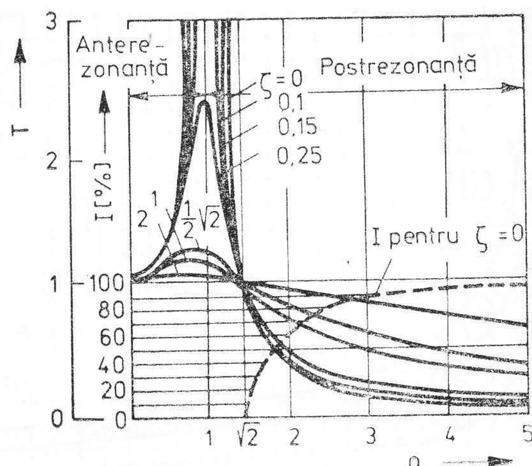


Fig. 8.1. Variația transmisibilității T și a gradului de izolare I funcție de raportul pulsațiilor $\Omega = \omega/p$ și a fracțiunii din amortizarea critică ζ.

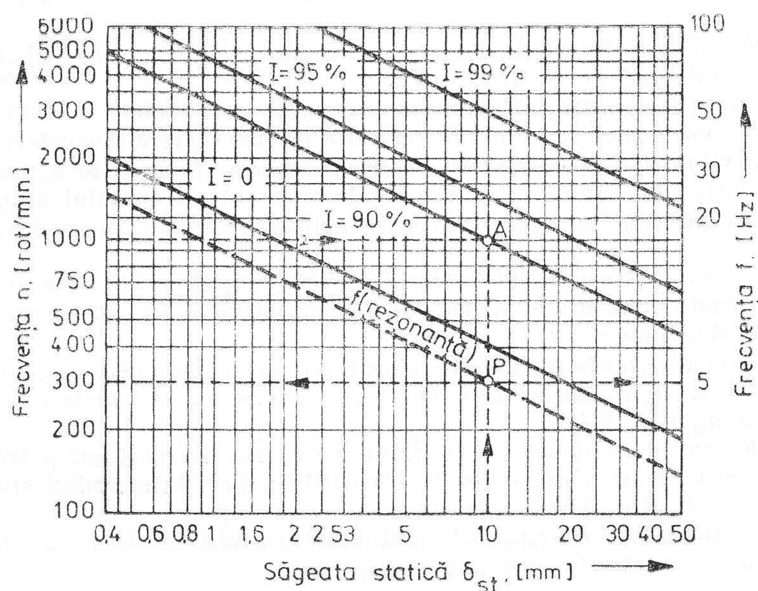


Fig. 8.2. Nomogramă pentru calculul gradului de izolare.

au fost trasate două categorii de linii oblice, prima linie oblică (sub formă de linie întreruptă) dă frecvența proprie a sistemului, iar restul liniilor (trasate continuu) reprezintă gradul de izolare a vibrațiilor. Prima linie continuă corespunde la gradul de izolare $I = 0$, adică pentru raportul $\Omega = \omega/p = \sqrt{2}$. Cu ajutorul nomogramei, s-a marcat un exemplu pentru un sistem elastic cu $\delta_{st} = 10$ mm, căruia îi corespunde frecvența proprie $n = 1\,000$ rot/min ca urmare a stabilirii punctului P. La intersecția dreptelor $\delta_{st} = 10$ mm și

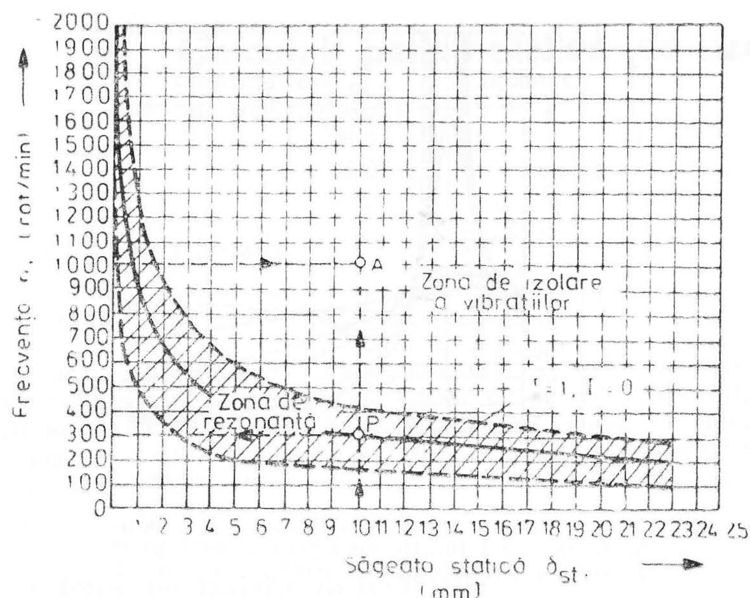


Fig. 8.3. Curbe de graniță pentru delimitarea zonelor de funcționare.

$n = 1\,000$ rot/min (frecvența de lucru a mașinii), se obține punctul A, corespunzător unui grad de izolare de 90%.

În figura 8.2, se prezintă zona de rezonanță care trebuie evitată și zona de izolare a vibrațiilor care include punctele de funcționare favorabilă a sistemului antivibratil. Linia continuă reprezintă frecvența proprie a sistemului, iar liniile întrerupte indică limitele zonei de rezonanță. Exemplul anterior își găsește corespondent în figura 8.3 prin stabilirea corespunzătoare a punctelor P și A.

Sisteme cu două grade de libertate. Categoria mașinilor vibrante în sistem etajat cuprinde două grupe structural diferite ca mod de abordare a izolării vibrațiilor și anume :

— elementul perturbator este plasat pe corpul de masă m_1, iar vibrațiile transmise la fundație (suportul fix) traversează sistemele elastice k_1, k_2 și masa m_2 (fig. 8.4) ;

— elementul perturbator este plasat pe corpul de masă m_2 și transmite vibrațiile, atît la masa m_1, cît și la suportul fix prin intermediul sistemelor elastice k_1 și k_2 (fig. 8.5).

Pentru sistemul din figura 8.4, gradul de transmisibilitate T_{10} a vibrațiilor de la sursă la suportul fix este dat de relația :

$$T_{10} = \left[\frac{\alpha\mu}{(1+\alpha)^2}\,\Omega^4 - \frac{1+\alpha+\mu}{1+\alpha}\,\Omega^2 + 1\right]^{-1}, \tag{8.4}$$

în care $\alpha = k_2/k_1$, $\mu = m_2/m_1$, $\Omega = \omega/\omega_0$, $\omega_0^2 = k_1k_2/(k_1+k_2)m_1$.

Pentru sistemul din figura 8.5, gradul de transmisibilitate se definește pentru cele două trasee de penetrare a vibrațiilor, astfel :

$$T_{20} = \alpha(1-\Omega^2)[(1+\alpha-\mu\Omega^2)(1-\Omega^2)-1]^{-1}\,; \tag{8.5}$$

$$T_{21} = -\Omega^2[(1+\alpha-\mu\Omega^2)(1-\Omega^2)(1-\Omega^2)-1]^{-1}, \tag{8.6}$$

unde $\alpha = k_2/k_1$, $\mu = m_2/m_1$, $\Omega = \omega/\nu$, $\nu^2 = k_1/m_1$.

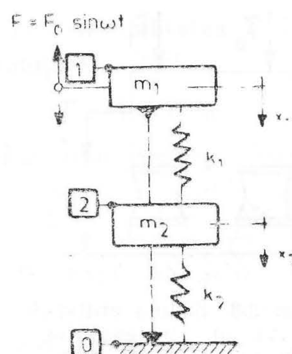


Fig. 8.4. Sistem antivibratil etajat cu un singur traseu de transmitere a vibrațiilor.

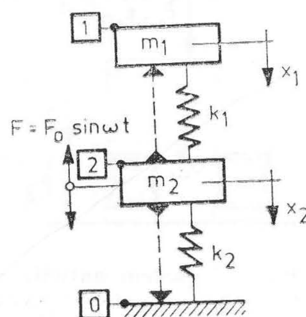


Fig. 8.5. Sistem antivibratil etajat cu două trasee de transmitere a vibrațiilor.

8.2. Sisteme de izolare antivibratilă cu elemente de cauciuc

Funcție de principiul constructiv și funcțional-tehnologic, mașinile și utilajele care au în componență elemente elastice din cauciuc se împart în două mari categorii :

— mașini și utilaje staționare, care pot fi modelate ca sisteme cu un grad de libertate, două sau trei grade de liberatate, cu rezemare elastică pe planșeu ;

— mașini și utilaje mobile, care au o structură constructivă mai complexă, modelate ca sisteme cu mai mult de trei grade de liberatate.

În figura 8.6, se prezintă sistemul cu un grad de libertate, compus dintr-o masă m, ce modelează partea mobilă a utilajului în mișcare, elementele din cauciuc, ce formează sistemul de izolare caracterizat prin modulul de elasticitate transversal complex G^* funcție de pulsația perturbatoare, precum și talpa inferioară caracterizată prin mișcarea sinusoidală $\tilde{x}_1 = x_1 e^{j\omega t}$. Răspunsul sistemului este exprimat prin deplasarea sinusoidală $\tilde{x}_2 = x_2^* e^{j\omega t}$, unde amplitudinea deplasării x_2^* este exprimată sub formă complexă.

Pentru sistemul mecanic prezentat în figura 8.7, excitat cinematic, transmisibilitatea mișcării se definește astfel :

$$T = |x_2^*/x_1|. \tag{8.7}$$

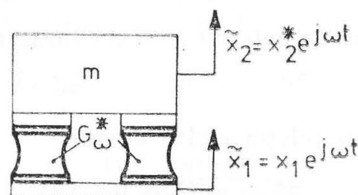


Fig. 8.6. Sistem antivibratil cu elemente de cauciuc excitat cinematic.

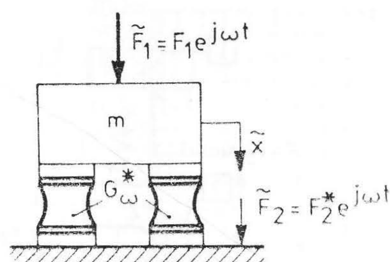


Fig. 8.7. Sistem antivibratil cu elemente de cauciuc excitat cu o forță armonică.

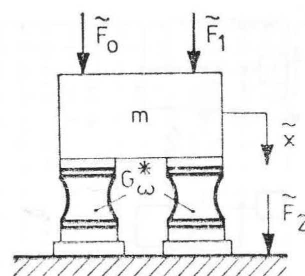


Fig. 8.8. Sistem antivibratil cu elemente de cauciuc cu două forțe armonice defazate.

În figura 8.8, este prezentat sistemul mecanic cu un grad de libertate excitat dinamic de forța sinusoidală $\tilde{F}_1 = F_1 e^{j\omega t}$, care, prin intermediul sistemului elastic, transmite la fundație forța $\tilde{F}_2 = F_2^* e^{j\omega t}$. Pentru un astfel de sistem, transmisibilitatea se definește după cum urmează :

$$T = |F_2^*/F_1|. \tag{8.8}$$

Relațiile (8.7) și (8.8) sînt echivalente.

8.2.1. Sisteme mecanice cu un grad de libertate cu elemente din cauciuc

Excitația cinematică a sistemului

Pentru sistemul mecanic (fig. 8.6) excitat cinematic, ecuația diferențială a mișcării se scrie astfel :

$$m\ddot{\tilde{x}}_2 = k(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) ; \tag{8.9}$$

alegînd soluția de forma $\tilde{x}_2 = x_2^* e^{j\omega t}$ și $\tilde{x}_1 = x_1 e^{j\omega t}$, avem : $-m\omega^2 x_2^* e^{j\omega t} = k(x_1 - x_2^*)e^{j\omega t}$, de unde se obține : $x_2^*/x_1 = k/(k - m\omega^2)$.

Exprimînd constanta elastică k funcție de modulul de elasticitate G^*_ω sub forma : $k = E^*_\omega A/h = (A/h)G^*_\omega(1 + \beta\Phi^2)$, avem : $k = \lambda G^*_\omega$, unde A este aria secțiunii transversale a elementului din cauciuc ; h — înălțimea în stare încărcată a elementului din cauciuc ; $\lambda = (1 + \beta\Phi^2)A/h$ — coeficient de multiplicare.

Ținînd seama de acest rezultat, se poate scrie :

$$x_2^*/x_1 = \lambda G^*/(\lambda G^* - \omega^2 m) = G_\omega(1 + j\delta_{G\omega})/[\lambda G_\omega(1 + j\delta_{G\omega}) - \omega^2 m],$$

sau $x_2^*/x_1 = (1 + j\delta_{G\omega})/[(1 - m\omega^2/\lambda G_\omega) + j\delta_{G\omega}]$. (8.10)

Pentru situația statică de încărcare ($\omega = 0$) cînd $G_\omega = G_0$,

$$\omega_0^2 = \lambda G_0/m.$$

Atunci relația (8.10) devine :

$$x_2^*/x_1 = (1 + j\delta_{G\omega})/[1 - (\omega/\omega_0)^2(G_0/G_\omega) + j\delta^2_{G\omega}] .$$

Transmisibilitatea T definită de relația (8.7) rezultă pe baza calculelor în complex, astfel:

$$T = |x_2^*/x_1| = (1 + \delta_{G\omega}^2)^{1/2}/\{[1 - (\omega/\omega_0)^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta_{G\omega}^2\}^{1/2} \quad (8.11)$$

și unghiul de defazaj θ este:

$$\theta = \text{arc tg}\left[\frac{-\delta_{G\omega}(\omega/\omega_0)^2(G_0/G_\omega)}{\{[1 - (\omega/\omega_0)^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta_{G\omega}^2\}}\right]. \quad (8.12)$$

Excitația sistemului cu două forțe defazate

Pentru excitația sistemului cu două forțe, defazate între ele cu unghiul φ (fig. 8.8), se poate scrie forța totală sub forma:

$\tilde{F}_T = \tilde{F}_0 + \tilde{F}_{1\varphi}$, unde: $\tilde{F}_0 = F_0 e^{j\omega t}$; $\tilde{F}_{1\varphi} = F_1 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$, deci forța totală este: $\tilde{F}_T = F_0 e^{j\omega t} + F_1 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$, (8.13)

care mai poate fi scrisă sub forma: $\tilde{F}_T = (F_0 + F_1)e^{j\omega t} + F_1(e^{j\varphi} - 1)e^{j\omega t}$.

Folosind notația: $\Lambda = F_1/(F_0 + F_1)$, se obține $\tilde{F}_T = (F_0 + F_1)\Phi^* e^{j\omega t}$, în care: $\Phi^* = 1 + \Lambda(e^{j\varphi} - 1) = 1 - \Lambda + \Lambda e^{j\varphi}$, sau $\Phi^* = 1 - \Lambda + \Lambda \cdot (\cos\varphi + j\sin\varphi) = (1 - \Lambda + \Lambda\cos\varphi) + j\Lambda\sin\varphi$.

Ecuația diferențială a mișcării pentru modelul din figura 8.8 este:

$$m\ddot{\tilde{x}} = \tilde{F}_T - \tilde{F}_2, \quad (8.14)$$

unde $\tilde{F}_2$ este forța transmisă la fundație și are expresia

$$\tilde{F}_2 = F_2^* e^{j\omega t} = \lambda G_\omega \tilde{x}.$$

Deplasarea sinusoidală $\tilde{x}$ este: $\tilde{x} = F_2^* e^{j\omega t}/(\lambda G_\omega)$, caz în care ecuația (8.14) devine: $-\omega^2 m F_2^* \cdot e^{j\omega t}/(\lambda G_\omega) = (F_0 + F_1)\Phi^* e^{j\omega t} - F_2^* e^{j\omega t}$ de unde rezultă $F_2^*/(F_0 + F_1) = (1 + j\delta_{G\omega})\Phi^*/\{[1 - \Omega^2(G_0/G_\omega)] + j\,\delta_{G\omega}\}$, unde $\Omega = \omega/\omega_0$

iar în modul avem: $$\frac{F_2^*}{F_0 + F_1} = \frac{(1 + \delta_{G\omega}^2)^{1/2}[(1 - \Lambda + \Lambda\cos\varphi)^2 + \Lambda^2\sin^2\varphi]^{1/2}}{\{[1 - \Omega^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta_{G,\omega}^2\}^{1/2}}. \quad (8.15)$$

Unghiul de defazaj este dat de relația:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{J}{H} = \frac{R\Lambda\sin\varphi + I(1 - \Lambda + \Lambda\cos\varphi)}{R(1 - \Lambda + \Lambda\cos\varphi) - I\Lambda\cos\varphi}, \quad (8.16)$$

unde: $H + jJ = (R + jI)[(1 - \Lambda + \Lambda\cos\varphi) + j\Lambda\sin\varphi]$,

în care $R + jI = (1 + j\delta_{G\omega})[1 - (\omega/\omega_0)^2(G_0/G_\omega) - j\delta_{G\omega}]$.

Efectuînd calculele intermediare în relația (8.15), expresia tramsmisibilității poate fi scrisă sub forma:

$$T = \frac{(1 + \delta_{G,\omega}^2)^{1/2}[1 - 2\Lambda(1 - \Lambda)(1 - \cos\varphi)]^{1/2}}{\{[1 - \Omega^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta_{G,\omega}^2\}^{1/2}}. \quad (8.17)$$

Cazuri particulare :

a) Dacă $F_1 = 0$, atunci $\Lambda = \frac{1}{F_0}$, iar transmisibilitatea are expresia dată de relația (8.11) ;

b) Dacă $F_0 = F_1$, atunci $\Lambda = 0,5\ F_0$, iar transmisibilitatea are expresia :

$$T = \frac{(1 + \delta^2_{G,\omega})^{1/2} \cos(\varphi/2)}{\{[1 - \Omega^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta^2_{G,\omega}\}^{1/2}} \tag{8.18}$$

și unghiul de fază dat de relația : $\operatorname{tg} \theta = \frac{I + R \operatorname{tg}(\varphi/2)}{R - I \operatorname{tg}(\varphi/2)}$; (8.19)

c) Dacă $\varphi = \pi$ și $F_0 = F_1$, rezultă $F_T = 0$ și $T = 0$;

d) Dacă $\varphi = \pi/2$ și $F_0 = F_1$, rezultă $\tilde{F}_T = (F_0 + jF_1)\, e^{j\omega t}$, iar transmisibilitatea are expresia :

$$T = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{(1 + \delta^2_{G,\omega})^{1/2}}{\{[1 - \Omega^2(G_0/G_\omega)]^2 + \delta^2_{G,\omega}\}^{1/2}} . \tag{8.20}$$

8.2.1.1. **Influența parametrilor fizico-mecanici ai cauciucului asupra transmisibilității.** Din categoria materialelor antivibratile frecvent utilizate, cauciucul executat în mai multe variante tehnologice, din punct de vedere al comportării la vibrații, se delimitează în două mari grupe :

a) *cauciuc cu amortizare mică,* la care modulul dinamic și factorul de amortizare variază foarte puțin cu frecvența, considerîndu-se cu suficientă aproximație că acești parametrii sînt constanți în gama de frecvențe pînă la 50 Hz (pentru cauciucul românesc SAB 22 și SAB 31) ;

b) *cauciuc cu amortizare mare,* caracterizat prin variația rapidă în raport cu frecvența a modulului dinamic și factorului de amortizare. Pentru o anumită categorie de amestecuri de cauciuc experimentate, s-a dovedit că, atît modulul dinamic variază proporțional cu frecvența, iar factorul de amortizare variază lent sau se menține constant în raport cu frecvența (categoria cauciucului românesc SAB 9 și SAB 4).

Pentru cauciucul cu amortizare mică, deci în ipoteza independenței modulul dinamic și factorului de amortizare de frecvență, adică $G_0/G_\omega = 1$ și $\delta_{G,\omega} = \delta_G$, se obține :

$$T = (1 + \delta^2_G)^{1/2}/[(1 - \Omega^2)^2 + \delta^2_G]^{1/2} \tag{8.21}$$

$$\text{și } \operatorname{tg} \theta = -\delta_G \Omega^2/(1\ \Omega^2 + \delta^2_G), \tag{8.22}$$

reprezentate în figurile 8.9 și 8.10.

La rezonanță $\Omega = 1$, rezultă : $T_{rez} = (1 + \delta^2_G)^{1/2} / \delta_G$; (8.23)

$$\operatorname{tg} \theta = -1/\delta_G \tag{8.24}$$

Dacă $\delta^2_G \ll 1$, atunci $T_{rez} = \delta_G^{-1}$. Din figura 8.9 se constată că transmisibilitatea este cu atît mai redusă, cu cît Ω este mai mare.

Pentru cauciucul cu amortizare mare, în ipoteza proporționalității modulului dinamic cu frecvența și a independenței factorului de amortizare față de frecvență, adică $G_0/G_\omega = \omega_0/\omega = \Omega^{-1}$ și $\delta_{G,\omega} = \delta_G$, se obține :

$$T = (1 + \delta^2_G)^{1/2}/[(1 - \Omega^2)^2 + \delta^2_G]^{1/2} \tag{8.25}$$

și

$$\operatorname{tg} \theta = -\delta_G \Omega/(1 - \Omega + \delta^2_G), \tag{8.26}$$

reprezentate în figurile 8.11 și 8.12.

8.2.1.2. **Transmisibilitatea sistemelor cu elemente din cauciuc antivibratil considerat ca mediu vîscoelastic.** Se consideră un sistem antivibratil compus din mai multe elemente din cauciuc, caracterizat prin coeficienţi echivalenţi de rigiditate k şi de vîscozitate η. Combinaţia paralel sau mixt a elementelor elastice (tip Hooke) şi vîscoase (tip Newton) modelează mediul vîscoelastic al cauciucului.

Model vîscoelastic tip Voigt-Kelvin. În figura 8.13 se prezintă modelul sistemului antivibratil, pentru care raportul complex de solicitare la deformare $(\sigma/\varepsilon)^*$ are expresia:

$$(\sigma/\varepsilon)^* = (k + j\omega\eta)\lambda^{-1}, \tag{8.27}$$

în care k este coeficientul de rigiditate echivalent al sistemului; η — coeficientul de vîscozitate echivalent al sistemului; λ — coeficientul de multiplicare definit anterior.

Din expresia (8.27), rezultă $\delta = \omega\eta k^{-1}$ şi, prin urmare, transmisibilitatea va fi:

$$T = [1 + (\omega\eta/k)^2]^{1/2}/[(1 - \Omega^2)^2 + (\omega\eta/k)^2]^{1/2} \tag{8.28}$$

şi

$$\operatorname{tg}\theta = -(\omega\eta/k)\Omega^2/[1 - \Omega^2 + (\omega\eta/k)^2]. \tag{8.29}$$

Se introduce raportul de amortizare al întregului sistem definit astfel: $\delta_R = \eta/\eta_c$, unde $\eta_c = 2k/\omega_0$, iar $\omega_0^2 = k/m$.

Prin urmare, avem: $\eta = (2k/\omega_0)\delta_R$, iar: $(\omega/k)\eta = (\omega/k)(2k/\omega_0)\delta_R = 2\Omega\delta_R$.

Rezultă:

$$T = [1 + (2\Omega\delta_R)^2]^{1/2}/[(1 - \Omega^2)^2 + (2\Omega\delta_R)^2]^{1/2} \tag{8.30}$$

şi

$$\operatorname{tg}\theta = (-2\Omega\delta_R)\Omega^2/[1 - \Omega^2 + (2\Omega\delta_R)^2]. \tag{8.31}$$

Model vîscoelastic mixt Hooke-Maxwell. În figura 8.14, se prezintă modelul unui sistem antivibratil pentru care rigiditatea complexă a sistemului este:

$$k_\omega^* = k_1 + \frac{1}{1/k_2 + 1/(j\omega\eta)}, \tag{8.32}$$

sau: $K^* = [k_1k_2 + j(k_1 - k_2)\omega\eta]/[k_2 + j\omega\eta] = K_\omega + j\delta_\omega$,

de unde rezultă:

$$K_\omega = [k_1k_2^2 + (k_1 + k_2)\omega^2\eta^2]/[k_2^2 + \omega^2\eta^2] \tag{8.33}$$

şi:

$$\delta_\omega = \omega\eta k_2^2/[k_0k_2^2 + (k_1 + k_2)\omega^2\eta^2]. \tag{8.34}$$

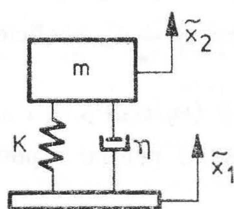


Fig. 8.13. Modelul Voigt-Kelvin pentru cauciuc antivibratil.

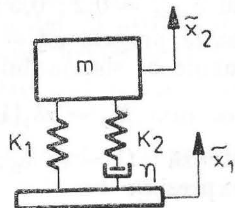


Fig. 8.14. Modelul Hooke-Maxwell pentru cauciuc antivibratil.

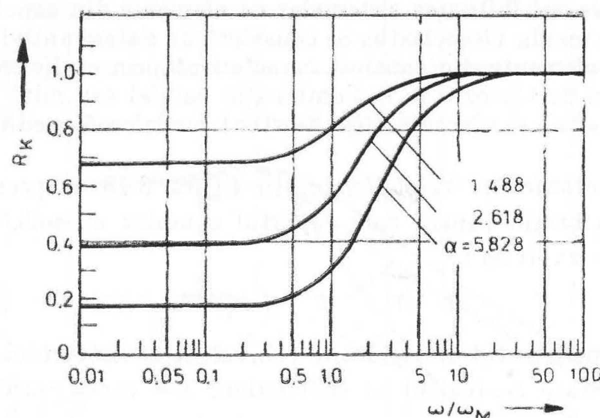


Fig. 8.15. Variația raportului R_k funcție de ω/ω_M.

Valoarea maximă a lui δ_ω se obține din condiția :

$$d\delta_\omega/d\omega = 0,$$

sau : $[k_1k_2^2 + \omega^2\eta^2(k_1 + k_2)]\eta k_2^2 - 2\omega\eta k_2^2\omega\eta^2(k_1 + k_2) = 0,$

de unde : $$\omega_M = k_2/\eta\alpha^{1/2}, \tag{8.35}$$

în care : $$\alpha = (k_1 + k_2)/k_1.$$

Parametrii K_ω și δ_ω se pot exprima, în acest caz, astfel :

$$K_\omega = \alpha k_1[1 + (\omega/\omega_M)^2]/[\alpha + (\omega/\omega_M)^2] ; \tag{8.36}$$

$$\delta_\omega = 2(\omega/\omega_M)\delta_{max}/[1 + (\omega/\omega_M)^2], \tag{8.37}$$

unde : $\delta_{max} = 0{,}5(\alpha - 1)/\alpha^{1/2}$. (8.38)

Coeficientul α se exprimă sub forma :

$$\alpha = 1 + 2\delta_{max}(1 + \delta_{max}^2)^{1/2} + 2\delta_{max}^2. \tag{8.39}$$

Este interesat de reprezentat raportul $K_\omega/\alpha K_1 = R_k$ funcție de raportul ω/ω_M. Astfel, în figura 8.15, este ilustrat modul cum variază R_k funcție de raportul ω/ω_M și în raport cu cele trei valori ale lui $\delta_{max} = 0{,}2$; $0{,}5$; $1{,}0$.

În figura 8.16, se prezintă variația lui δ_ω funcție de ω/ω_M și cele trei valori ale lui $\delta_{max} = 0{,}2$; $0{,}5$; $1{,}0$.

La pulsația proprie $\omega_0^2 = K_0/m$, deci pentru $\omega = \omega_0$, coeficientul de rigiditate dimanic al sistemului este :

$$K_0 = \alpha k_1[1 + (\omega_0/\omega_M)^2]/[\alpha + (\omega_0/\omega_M)^2]. \tag{8.40}$$

Dacă se notează : $\Omega = \omega/\omega_0$; $\nu = \omega_M/\omega_0$, atunci, pentru raportul K_0/K_ω, se obține expresia :

$$K_0/K_\omega = [(\Omega^2 + \alpha\nu^2)(1 + \nu^2)]/[(\Omega^2 + \nu^2)(1 + \alpha\nu^2)], \tag{8.41}$$

iar pentru δ_ω avem : $$\delta_\omega = \frac{2\Omega\nu}{\Omega^2 + \nu^2}\,\delta_{max}. \tag{8.42}$$

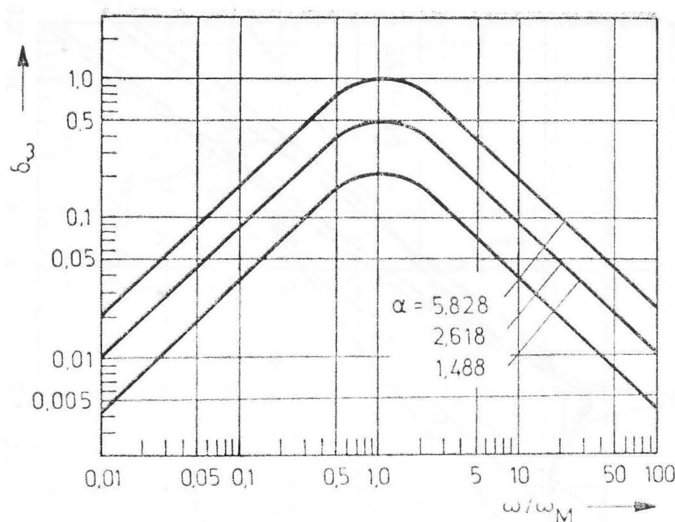


Fig. 8.16. Variația lui δ funcție de ω/ω_M.

Ținînd seama de proporționalitatea dintre K_0/K_ω și G_0/G_ω, precum și de faptul că acest raport depinde direct de ω prin Ω, formula transmisibilității este :

$$T = (1 + \delta_\omega^2)^{1/2}/\{[1 - \Omega^2(K_0/K_\omega)]^2 + \delta_\omega^2\}^{1/2}, \tag{8.43}$$

iar, prin înlocuire a raportului K_0/K_ω și δ_ω, se obține expresia transmisibilității unui sistem antivibratil modelat ca un montaj mixt :

$$T = \frac{[(\Omega^2 + \nu^2)^2 + (2\Omega\nu\delta_{max})^2]^{1/2}}{\{[(\Omega^2 + \nu^2) - \Omega^2(\Omega^2 + \nu^2\alpha)/(1 + \alpha\nu^2)]^2 + (2\Omega\nu\delta_{max})^2\}^{1/2}}. \tag{8.44}$$

În figura 8. 17, se prezintă variația transmisibilității funcție de raportul Ω în situația modificării lui δ_{max} (0,2 ; 0,5 ; 1,0), cînd $\nu = 1,0$ menținut la valoare constantă. În figura 8.18, sînt prezentate curbele de variație a transmisibilității funcție de raportul Ω și variația lui ν (0,25 ; 1,0 ; 4) cînd $\delta_{max} = 1,0$ se menține la aceeași valoare.

Se constată că transmisibilitatea este influențată de variația lui K în raport cu ω și de modificarea parametrilor ν, ω_M și ω_0. Cele mai mici valori ale lui T se obțin pentru $\nu = 0,25$ la valori mai ridicate ale lui Ω.

8.2.2. **Principii de alcătuire a sistemelor antivibratile cu elemente din cauciuc.** Pentru a realiza, în mod corespunzător, un sistem antivibratil cu transmisibilitate mică, pentru un regim de lucru dat al utilajului la o gamă de pulsații $\omega \in (\omega_1, \omega_2)$, este necesar a se impune următoarele :

a) realizarea unui montaj din elemente antivibratile din cauciuc, astfel încît să asigure atenuarea vibrațiilor transmise în domeniul 90%—99% ;

b) pentru trecerea prin rezonanță, sistemul trebuie să asigure un coeficient de amortizare corespunzător, astfel încît să coboare cît mai mult vîrful curbei de transmisibilitate, mai ales cînd durata de baleiere a pulsației ω este mare (trecerea se face lent) ;

c) pentru funcționarea în regim $\Omega \gg 1$, montajul cu elemente din cauciuc trebuie să asigure o scădere rapidă a transmisibilității.

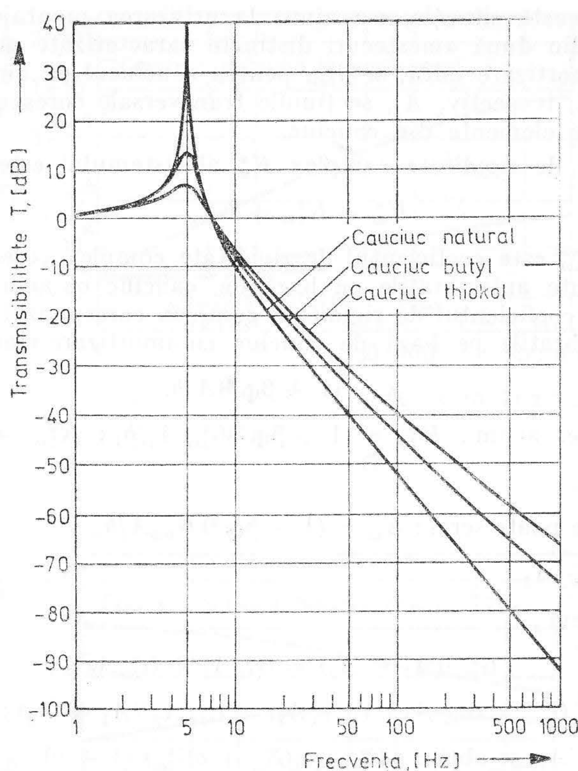


Fig. 8.19. Variaţia transmisibilităţii funcţie de frecvenţă în cazul a trei amestecuri de cauciuc.

În lucrarea [87], se prezintă curbele de variaţie a transmisibilităţii (fig. 8.19) pentru trei amestecuri pe bază de cauciuc natural, cauciuc butyl şi cauciuc thiokol RD. Pentru fiecare din aceste amestecuri, s-a arătat modalitatea în care caracteristicile depind de frecvenţă.

Din această figură, se constată că, la amestecul pe bază de cauciuc natural, transmisibilitatea T descreşte cu creşterea pătratului lui Ω, în timp ce, la amestecurile cu umplutură mai mare, scăderea este mai lentă.

La valori ale lui $\Omega \gg 1$, ecuaţia transmisibilităţii se exprimă astfel :

$$T \cong (1 + \delta_{G,\omega}^2)^{1/2}(G_\omega/G_0)/(\omega/\omega_0)^2. \tag{8.45}$$

Formula este cu atît mai precisă, cu cît G_ω şi $\delta_{G,\omega}$ variază puţin cu ω, deci pentru materialele cu pondere mică la şarjare şi amortizare mică.

8.2.2.1. **Alcătuirea sistemelor antivibratile din elemente de cauciuc în paralel.** Din ceea ce s-a văzut anterior, rezultă că, pentru un sistem antivibratil pe bază de elemente din cauciuc, este necesar să se îmbine două proprietăţi esenţiale şi anume :

a) rezistenţa ridicată a cauciucului cu amortizare mare, dar care conduce la rigiditate mare a sistemului prin utilizarea sa în exclusivitate ;

b) rigiditatea mică a cauciucului cu amortizare şi rezistenţă mică, care uneori nu poate fi utilizat în exclusivitate singur la montajele antivibratile.

Față de această situație, s-a ajuns la utilizarea montajelor în paralel la combinației din două amestecuri distincte caracterizate prin $G_{1\omega}$, pentru cauciucul cu amortizare mică, și $G_{2\omega}$, pentru cauciucul cu amortizare mare. Notăm cu A_1 și, respectiv, A_2, secțiunile transversale corespunzătoare celor două grupuri de elemente din cauciuc.

Coeficientul de rigiditate complex K_ω^* al sistemului este

$$K_\omega^* = K_{1\omega}^* + K_{2\omega}^*, \qquad (8.46)$$

unde $K_{1\omega}^* = \lambda G_{1\omega}^*$ este coeficientul de rigiditate complex corespunzător grupului de elemente antivibratile pe bază de cauciuc cu amortizare mică ; $K_{2\omega}^* = \lambda G_{2\omega}^*$ — coeficientul de rigiditate complex corespunzător grupului de elemente antivibratile pe bază de cauciuc cu amortizare mare,

în care : $$\lambda = (1 + \beta\Phi^2)A/h. \qquad (8.47)$$

Prin urmare, avem : $K_{1\omega}^* = (1 + \beta\Phi^2)G_{1\omega}^* A_1/h_1$; $K_{2\omega}^* = (1 + \beta\Phi^2)G_{2\omega}^* A_2/h_2$,

iar pentru K_ω^*, se poate scrie : $K_\omega^* = (1 + \beta\Phi^2)\, G_{p\omega} A/h$, (8.48)

în care $A = A_1 + A_2$.

În final, avem :

$$G_{p\omega}^* \cdot (A_1 + A_2) = G_{1\omega}^* A_1 + G_{2\omega}^* A_2 \qquad (8.49)$$

sau $$G_{p\omega}^* = G_{2\omega}^* A_1/(A_1 + A_2) + G_{2\omega}^* A_2/(A_1 + A_2) ;$$

notînd : $a = A_2/A_1$, se obține : $G_{p\omega}^* = (G_{1\omega}^* + aG_{2\omega}^*)/(1 + a)$. (8.50)

Această relație mai poate fi scrisă astfel : :

$$G_{p\omega}^* = [G_{1\omega}(1 + j\delta_{1G\omega}) + aG_{2\omega}(1 + j\delta_{2G\omega})]/(1 + a)$$

sau $G_{p\omega}^* = [(G_{1\omega} + aG_{2\omega}) + j(G_{1\omega}\delta_{1G\omega} + aG_{2\omega}\delta_{2G\omega})]/(1 + a)$ (8.51)

de unde rezultă : $$G_{p\omega} = (G_{1\omega} + aG_{2\omega})/(1 + a) ; \qquad (8.52)$$

$$\Delta_{p\omega} = (G_{1\omega}\delta_{1G\omega} + aG_{2\omega}\delta_{2G\omega})/(1 + a). \qquad (8.53)$$

Aceste relații au fost utilizate pentru combinațiile în paralel ale elementelor din cauciuc de secțiune rectangulară, iar în figura 8.20, *a* și *b* se prezintă variația lui $G_{p\omega}$ și $\Delta_{p\omega}$ funcție de frecvență.

Transmisibilitatea montajului în paralel are expresia :

$$T = (1 + \Delta_{p\omega}^2)^{1/2}/\{[1 - (\omega/\omega_0)^2(G_{10} + aG_{20})/(G_{1\omega} + aG_{2\omega})]^2 + \Delta_{p\omega}^2\}^{1/2}, \qquad (8.54)$$

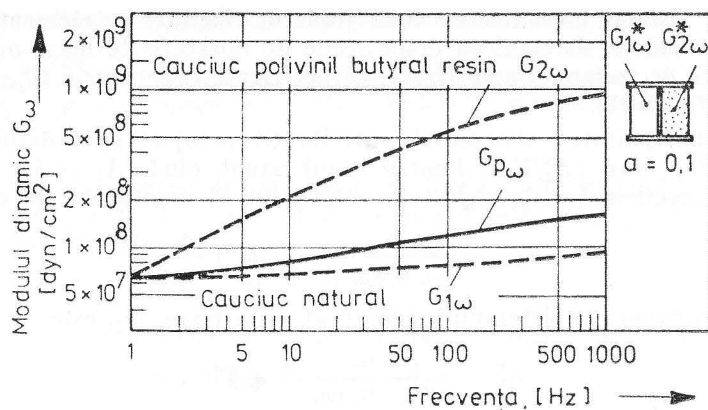
unde : G_{10} și G_{20} reprezintă modulele transversale în regim dinamic pentru $\omega = \omega_0$, iar $\omega_0^2 = K_{p\omega}/m$.

Exprimînd $K_{p\omega}$ funcție de expresiile anterioare, avem :

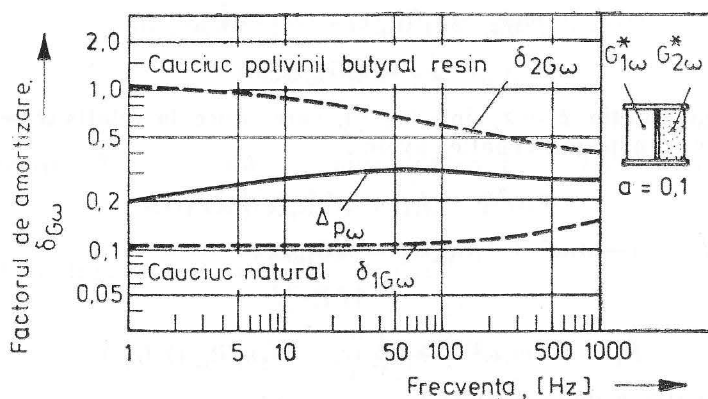
$$K_{p\omega} = (1 + \beta\Phi^2)G_{p\omega}A/h,$$

sau, pentru $\omega = \omega_0$, se obține :

$$K_{p0} = (1 + \beta\Phi^2)\,\frac{A_1 + A_2}{h}\cdot\frac{1}{1 + a}\,(G_{10} + aG_{20}) ;$$



a



b

Fig. 8.20. Variația parametrilor G_ω și Δ_ω pentru un sistem paralel :
a — curba pentru $G_{p\omega}$; b — curba pentru $\Delta_{p\omega}$.

$$K_{p0} = \frac{A_1}{h}\,(1 + a)(1 + \beta\Phi^2)\,\frac{1}{1 + a}\,(G_{10} + aG_{20}),$$

iar în final avem : $K_{p0} = (A_1/h)(G_{10} + aG_{20})(1 + \beta\Phi^2)$, (8.55)

caz în care se poate scrie :

$$\omega_0^2 = \frac{A_1}{mh}\,(G_{10} + aG_{20})(1 + \beta\Phi^2), \tag{8.56}$$

în care A_1 este aria totală transversală a grupului de elemente din cauciucul cu amortizare mică ; h — înălțimea elementelor amortizoare ; m — masa părții mobile ; Φ — coeficientul de formă al sistemului definit ca raportul dintre aria totală încărcată A și aria laterală totală a elementelor amortizoare.

8.2.3. **Sisteme mecanice cu două grade de libertate cu elemente din cauciuc.** Se consideră sistemul cu două grade de libertate de mase m_1 și m_2 cu două trepte de izolare și amortizare, caracterizate fiecare prin $G^*_{1\omega}$ și, respectiv, $G^*_{2\omega}$ (fig 8.21).

Transmisibilitatea sistemului antivibratil „etajat" este definită de raportul $|x^*_2/x_1|$ sau $|F^*_2/F_1|$. Pentru cazul uzual cînd $A_1 = A_2 = A$, $h_1 = h_2 = h$, coeficientul de rigiditate echivalent al montajului în serie este:

$$K_{s\omega} = \frac{G_{1\omega}\ G_{2\omega}}{G_{1\omega} + G_{2\omega}} (1 + \beta\Phi^2) \frac{A}{h}, \qquad (8.57)$$

iar pulsația proprie a sistemului serie în absența masei m_2, este:

$$\omega_0^2 = \frac{AG_{10}G_{20}}{h(G_{10} + G_{20})m_1} (1 + \beta\Phi^2). \qquad (8.58)$$

Pentru sistemul din figura 8.21, ecuațiile diferențiale de mișcare se scriu astfel:

$$m_1\ddot{\tilde{x}}_1 = \tilde{F}_1 - \lambda_1 G^*_{1\omega}(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2);$$

$$m_2\ddot{\tilde{x}}_2 = \lambda_1 G^*_{1\omega}(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) - \tilde{F}_2, \qquad (8.59)$$

unde:

$$\tilde{F}_2 = \lambda_2 G^*_{2\omega}\tilde{x}_2.$$

Se alege soluția $\tilde{x} = x_1 \sin(\omega t + \gamma)$, care duce la relația $\ddot{\tilde{x}}_1 = -\omega^2 x_1$; prin urmare, din prima ecuație, avem:

$$-m_1\omega^2\tilde{x}_1 = \tilde{F}_1 - \lambda_1 G^*_{1\omega}\tilde{x}_1 + \lambda_1 G^*_1\tilde{x}_2,$$

de unde: $\tilde{F}_1 = (-m_1\omega^2 + \lambda_1 G^*_{1\omega})\tilde{x}_1 - \lambda_1 G^*_{1\omega}\tilde{x}_2$;

dar

$$\tilde{x}_2 = \tilde{F}_2/(\lambda_2 G^*_{2\omega}),$$

deci

$$\tilde{F}_1 = (-m_1\omega^2 + \lambda_1 G^*_{2\omega})\tilde{x}_1 - \tilde{F}_2\lambda_1 G^*_{1\omega}/(\lambda_2 G^*_{2\omega}). \qquad (8.60)$$

Din ecuația a doua, rezultă:

$$m_2\omega^2\tilde{F}_2/(\lambda_2 G^*_{2\omega}) + \lambda_1 G^*_{1\omega}\tilde{F}_2/(\lambda_2 G^*_{1\omega}) + \tilde{F}_2 = \lambda_1 G^*_{1\omega}\tilde{x}_1,$$

de unde:

$$\tilde{x}_1 = \frac{-m_2\omega^2 + \lambda_1 G^*_{1\omega} + \lambda_2 G^*_{2\omega}}{\lambda_1\lambda_2 G^*_{1\omega} G^*_{2\omega}} \tilde{F}_2. \qquad (8.61)$$

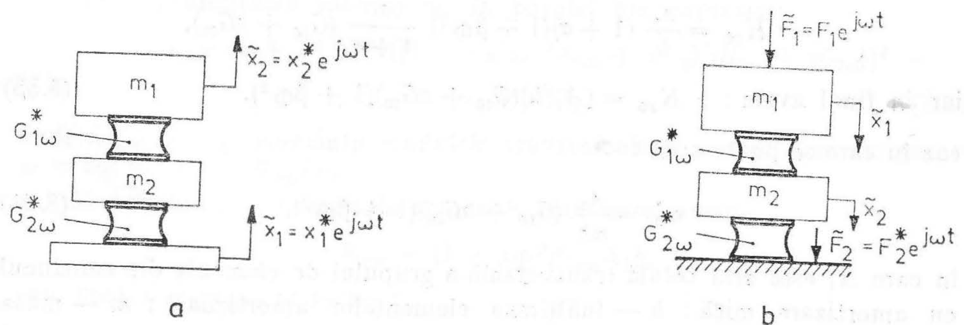


Fig. 8.21. Sistem antivibratil cu două grade de libertate: *a* — excitat cinematic; *b* — excitat dinamic.

Din cele două relații (8.60) și (8.61), rezultă :

$$T^* = \frac{\tilde{F}_2}{\tilde{F}_1} = \frac{F_2^*}{F_1} = \frac{\lambda_1\lambda_2 G_{1\omega}^* G_{2\omega}^*}{[m_1 m_2 \omega^4 - m_1(\lambda_1 G_{1\omega}^* + \lambda_2 G_{2\omega}^*)\omega^2 - m_2\lambda_1 G_{1\omega}^*\omega^2 + \lambda_1\lambda_2 G_{1\omega}G_{2\omega}]}. \tag{8.62}$$

Înlocuind în relația de mai sus modulele complexe $G_{1\omega}^* = G_{1\omega}(1 + j\delta_{2G,\omega})$ și $G_{2\omega}^* = G_{2\omega}(1 + j\delta_{2G,\omega})$ și împărțind prin $\lambda_1\lambda_2 G_{1\omega}^2$, raportul forțelor complexe T^* este :

$$T^* = (R_N + jI_N)/(R_D + jI_D), \tag{8.63}$$

sau $T^* = (R_N R_D + I_N I_D)/(R_D^2 + I_D^2) + j(R_D I_D - R_N I_D)/(R_D^2 + I_N^2)$, (8.64)

în care :

$$R_N = (1 - \delta_{1G\omega}\delta_{2G\omega})(G_{2\omega}/G_{1\omega}) ; \tag{8.65}$$

$$I_N = (\delta_{1G\omega} + \delta_{2G\omega})\cdot(G_{2\omega}/G_{1\omega}) ; \tag{8.66}$$

$$R_D = \{\alpha\mu(G_{20}/G_{10})(G_{10}/G_{1\omega})^2(1 + \alpha)^{-2}\Omega^4 + [(1 + \mu)(G_{20}/G_{10}) + \alpha(G_{2\omega}/G_{1\omega})](G_{10}/G_{1\omega})(1 + \alpha)^{-1}\Omega^2 + (1 - \delta_{1G\omega}\delta_{2G\omega})(G_{2\omega}/G_{1\omega})\} ; \tag{8.67}$$

$$I_D = \{-[(1 + \mu)(G_{20}/G_{10})\delta_{1G\omega} + \alpha(G_{2\omega}/G_{1\omega})\delta_{2G\omega}](G_{10}/G_{1\omega})\cdot(1 + \alpha)^{-1}\Omega^2 + (\delta_{1G\omega} + \delta_{2G\omega})(G_{2\omega}/G_{1\omega})\}, \tag{8.68}$$

iar $\omega/\omega_0 = \Omega$.

Din relația (8.64), rezultă transmisibilitatea $T = |T^*|$ astfel :

$$T = [(R_N^2 + I_N^2)/(R_D^2 + I_D^2)]^{1/2} \tag{8.69}$$

și unghiul de fază $\theta = \text{arc tg}\left(\frac{\text{Im } T^*}{\text{Re } T^*}\right)$, astfel:

$$\theta = \text{arc tg}\,\frac{R_D I_N - R_N I_D}{R_N R_D - R_N I_D}. \tag{8.70}$$

S-au utilizat notațiile α și μ cu următoarea semnificație :

$$\alpha = (\lambda_2 G_{20})/(\lambda_1 G_{10}) ; \quad \mu = m_2/m_1.$$

8.2.3.1. **Influența sistemului antivibratil „etajat", cu două grade de libertate, asupra transmisibilității vibrațiilor.** Pentru sistemele antivibratile „etajate", concepute să lucreze la frecvență înaltă, avem :

$$T_{etaj} = \frac{(1 + \alpha)^2}{\alpha\mu} \cdot \frac{G_{1\omega}}{G_{10}} \cdot \frac{G_{2\omega}}{G_{20}} \cdot \frac{[(1 - \delta_{1G\omega}\cdot\delta_{2G\omega})^2 + (\delta_{1G\omega} + \delta_{2G\omega})^2]^{1/2}}{\Omega^4}, \tag{8.71}$$

iar pentru sistemele antivibratile cu o singură treaptă, avem :

$$T_{simplu} = \frac{G_\omega}{G_0} \cdot \frac{(1 + \delta_{G\omega}^2)^{1/2}}{\Omega^2}. \tag{8.72}$$

În ipoteza că modulul dinamic G_ω și factorul de amortizare $\delta_{G\omega}$ sînt independenți de frecvență, se constată că, în regim de postrezonanță $\omega > \omega_{0z}$, transmisibilitatea T_{simplu} la sistemul cu o treaptă descrește cu creșterea lui Ω^2, în timp ce la sistemul cu două trepte „etajat" T_{etaj} descrește cu Ω^4.

La sistemul etajat există două zone de rezonanță, dintre care prima, cea mai joasă, poate fi în afara domeniului de lucru, în timp ce a doua zonă de rezonanță uneori nu poate fi evitată. Pentru aceasta, se caută, de regulă, valoarea optimă a lui α astfel încît T_{etaj} să fie minim, în ipoteza că $G_{1\omega}$ și $G_{2\omega}$ sînt independente de pulsația ω, iar factorul de amortizare este atît de mic încît se poate neglija.

Expresia transmisibilității dată de relația (8.69), în acest caz, poate fi scrisă sub forma :

$$T_{etaj} = \left[\frac{\alpha\mu}{(1+\alpha)^2}\Omega^4 - \frac{1+\alpha+\mu}{1+\alpha}\Omega^2 + 1\right]^{-1}. \tag{8.73}$$

Pulsațiile proprii p_1 și p_2 sînt rădăcinile ecuației :

$$\alpha\mu\Omega^4 - (1+\alpha)(1+\alpha+\mu)\Omega^2 + (1+\alpha)^2 = 0,$$

de unde : $p_{1,2}^2 = \omega_0^2\left(\frac{1+\alpha}{2\alpha\mu}\right)\{(1+\alpha+\mu) \pm [(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}\}$,

$$\text{iar } \frac{p_2^2}{p_1^2} = \frac{(1+\alpha+\mu) + [(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}}{(1+\alpha+\mu) - [(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}}, \tag{8.74}$$

$$\text{de unde: } \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha\mu}}\{(1+\alpha+\mu) + [(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}\}. \tag{8.75}$$

Valoarea optimă a raportului α_{opt} rezultă din condiția :

$$\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 0,$$

care duce la: $2\alpha\{1 + (1+\alpha+\mu)[(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}\} = \{(1+\alpha+\mu) +$

$$+ [(1+\alpha+\mu)^2 - 4\alpha\mu]^{1/2}\}, \tag{8.76}$$

de unde :

$$\alpha_{opt} = 1 + \mu. \tag{8.77}$$

Pentru această valoare, rezultă raportul pulsațiilor proprii :

$$p_2/p_1 = (1 + \sqrt{1+\mu})/\sqrt{\mu}. \tag{8.78}$$

Se constată că poziția rezonanței secundare depinde de raportul maselor μ, iar, la frecvențe înalte de lucru, transmisibilitatea va descrește rapid pentru un raport $\mu = m_2/m_1$, la valori mari. Deci este avantajos a se alege masa m_2 mai mare comparativ cu m_1.

Pentru α_{optim} și utilizînd notațiile : $\gamma = (1+\mu)/(2+\mu)$; (8.79)

$$\Gamma_\omega = (G_{10}/G_{20})\Omega^2, \tag{8.80}$$

expresiile R_N, I_N, R_D, I_D vor fi :

$$R_N = (1 - \delta_{1G\omega}\delta_{2G\omega})(G_{2\omega}/G_{1\omega}) ; \tag{8.81}$$

$$I_N = (\delta_{1G\omega} + \delta_{2G\omega})(G_{2\omega}/G_{1\omega}) ; \tag{8.82}$$

$$R_D = \frac{\mu\gamma}{2+\mu}\left(\frac{G_{20}}{G_{10}}\right)\Gamma_\omega^2 - \gamma\left[\left(\frac{G_{20}}{G_{10}}\right) + \left(\frac{G_{2\omega}}{G_{1\omega}}\right)\right]\Gamma_\omega + \left(\frac{G_{2\omega}}{G_{1\omega}}\right)(1 - \delta_{1G\omega}\delta_{2G\omega}) ; \tag{8.83}$$

$$I_D = -\gamma\left[\left(\frac{G_{20}}{G_{10}}\right)\delta_{1G\omega} + \left(\frac{G_{2\omega}}{G_{1\omega}}\right)\delta_{2G\omega}\right]\Gamma_\omega + \left(\frac{G_{2\omega}}{G_{1\omega}}\right)(\delta_{1G\omega} + \delta_{2G\omega}). \tag{8.84}$$

Remarcă

a) Dacă ambele trepte sînt identice constructiv și din aceleași materiale antivibratile, atunci $G_{1\omega} = G_{2\omega}$; $G_{10} = G_{20}$; $\delta_{1G\omega} = G_{2G\omega}$ și rezultă :

$$R_N = 1 - \delta_{G\omega}^2 ; \tag{8.85}$$

$$I_N = 2\delta_{G\omega} ; \tag{8.86}$$

$$R_D = \mu\gamma(2 + \mu)^{-1}\Omega^4 - 2\gamma\Omega^2 + (1 - \delta_{G\omega}^2) ; \tag{8.87}$$

$$I_D = -2\gamma\delta_{G\omega}\Omega^2 + 2\delta_{G\omega}. \tag{8.88}$$

b) În situația cauciucului antivibrabil, utilizat la sistemele de izolare, ale cărui caracteristici G_ω și $\delta_{G,\omega}$ sînt independente de pulsația ω în domeniul frecvențelor de lucru, se poate scrie :

$$G_{10}/G_{1\omega} = 1 \; ; \; G_{2\omega}/G_{1\omega} = G_2/G_1 \; ; \; \delta_{1G\omega} = \delta_{1G} \text{ și } \delta_{2G\omega} = \delta_{2G}.$$

Cu aceste ipoteze și pentru α_{optim}, expresiile transmisibilității și fazei vor fi :

$$T = (1 + \delta_G^2)/\{[\mu\gamma\Omega^4(2 + \mu)^{-1} - 2\gamma\Omega^2 + 1 - \delta_G^2]^2 + (2\delta_G)^2(1 - \gamma\Omega^2)^2\}^{1/2} ; \tag{8.89}$$

$$\theta = \text{arc tg}\left\{\frac{-2\gamma\delta_G\Omega^2[1 + \delta_G^2 - \mu\Omega^2(2 + \mu)^{-1}]}{(1 - \delta_G^2)\mu\gamma\Omega^4(2 + \mu)^{-1} - 2\gamma(1 + \delta_G^2)\Omega^2 + (1 + \delta_G^2)^2}\right\}. \tag{8.90}$$

În figura 8.22, sînt prezentate curbele de variație ale transmisibilității funcție de raportul Ω pentru $\delta_G = 0{,}1$ și $\mu = 0{,}1$; $0{,}2$; $1{,}0$ la α_{opt}. Se constată că transmisibilitatea la sistemele cu două trepte (etajate) scade mai puternic decît la sistemele cu o treaptă (simple) pentru valori ale lui $\mu > 1{,}0$ și $\Omega > 2$. Curbele de variație în raport cu Ω a unghiului de fază θ, pentru aceleași variante, sînt prezentate în figura 8.23.

9. Calculul și proiectarea elementelor antivibratile din cauciuc

Prezentul capitol prezintă, sub formă tabelară, principalele caracteristici mecanice ale cauciucului, utilizat în executarea elementelor antivibratile, precum și metodologia de calcul în vederea proiectării.

Ipoteza de bază care s-a avut în vedere constă în faptul că elementele din cauciuc lucrează la deformații mici și în domeniu liniar, fapt confirmat de cercetările experimentale efectuate pe un lot numeros și o mare varietate de elemente antivibratile.

9.1. Caracteristici mecanice ale cauciucului antivibratil

Parametrii caracteristici care determină sau influențează rezultatele calculate față de cele determinate experimental sînt următorii : modulul de elasticitate longitudinal și transversal, rezistența admisibilă la compresiune și forfecare, deformațiile specifice admisibile, coeficientul de multiplicare dinamic, factorul de pierdere internă a energiei.

9.1.1. **Modulul de elasticitate.** În vederea dimensionării, verificării sau alegerii elementelor antivibratile din cauciuc, valorile modulului de elasticitate sînt prezentate, funcție de duritatea cauciucului și a coeficientului de formă, în tabelul 9.1.

Tabelul 9.1

Modulul de elasticitate longitudinal E_{st}, la solicitare statică, daN/cm²

Coeficientul de formă, Φ	Duritate cauciuc [°Sh (A)]								
	30	40	45	50	55	60	65	70	75
0,25	10	16	20	26	36	42	54	70	82
0,50	14	23	31	36	43	54	70	82	104
0,75	20	36	44	53	63	81	100	138	150
1,00	30	45	58	73	82	110	138	147	198

Astfel, modulul de elasticitate longitudinal depinde atît de coeficientul de formă Φ, cît și de duritatea cauciucului exprimată în grade de duritate Shore pe scara A. În general, pentru cauciuc antivibrabil, în tabelul 9.1 se prezintă valorile modulului de elasticitate longitudinal în regim static E_{st}. Valorile prezentate în tabel au fost preluate, în mod creator, din literatura de specialitate, o parte dintre acestea fiind verificate experimental. Utili-

Tabelul 9.2

Modulul de elasticitate transversal G_{st}, la solicitare statică, daN/cm²

Duritate cauciuc [°Sh (A)]	G_{st} [daN/cm²]
30	3,20
40	4,60
45	5,40
50	6,50
55	8,00
60	9,40
65	11,60
70	16,00
75	21,00

zarea acestor valori, în practica de proiectare, a oferit o bună concordanță între calcule și experimente.

Modulul de elasticitate transversal în regim static G_{st} depinde numai de duritatea cauciucului exprimată în grade Shore A, așa cum rezultă și din tabelul 9.2.

Pentru cauciucul antivibrabil românesc, valorile lui E_{st} și G_{st} sînt prezentate în capitolul 7.

9.1.2. **Rezistența admisibilă la compresiune.** Valorile rezistenței admisibile la compresiune σ_a sînt prezentate în tabelul 9.3, unde au fost inserate și unele valori determinate experimental la INCERC pentru solicitarea statică și dinamică de lungă durată. Cea mai mare parte din valorile prezentate în tabel au fost utilizate de autor la proiectarea, încercarea și exploatarea unei game variate de elemente antivibratile.

Tabelul 9.3

Rezistența admisibilă la compresiune σ_a daN/cm²

Nr. crt.	Caracterul solicitări	Coeficientul de formă, Φ	Duritatea cauciuclui [°Sh (A)]						
			30	40	45	50	60	65	70
1	Statică	0,25	5	6	7	8	10	12	13
		0,50	7	8	9	10	12	13	15
		0,75	9	10	11	12	15	16	18
		1,00	11	12	13	15	18	20	22
2	Dinamică cu șocuri de scurtă durată	0,25	4	5	5,5	6	8	10	11
		0,50	5	6	7	8	10	11	12
		0,75	7	8	19	10	13	14	16
		1,00	9	10	11	12	15	16	18
3	Dinamică de lungă durată	0,25	2	2,5	2,7	4,5	6	7	7,5
		0,50	4	4,5	5,3	6	7,5	8	9,5
		0,75	5,5	6	6,5	7,5	9	10	11
		1,00	7,2	7,5	10	12	13,5	14,5	15

Sensul noțiunii de rezistență „admisibilă“ se aplică prin aceea că, depășindu-se valorile din tabel, apar amorse de rupere, fie în interiorul elementului de cauciuc, fie la exteriorul acestuia, durabilitatea scăzînd cel puțin la jumătate din timpul normat de serviciu. Încercările efectuate au fost realizate în regim dinamic, determinîndu-se treptele de încărcare, pînă la apariția ruperilor superficiale la suprafața laterală, iar numărul limită de cicluri fiind de $N_c = 2\ 000$ mil.

Valorile rezistenței admisibile la forfecare (lunecare) τ_a, funcție de caracterul solicitării și de duritatea cauciucului, sînt prezentate în tabelul 9.4.

9.1.3. **Deformații specifice admisibile.** Funcție de solicitare, caracterul solicitări în timp și duritatea cauciucului, în tabelul 9.5 se prezintă valorile admisibile ale deformației specifice.

Tabelul 9.4

Rezistența admisibilă la forfecare, τ_a, daN/cm²

Nr. crt.	Caracterul solicitării	Duritatea cauciucului [°Sh (A)]						
		30	40	45	50	60	65	70
1	Statică	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5,3
2	Dinamică cu șocuri de scurtă durată	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5
3	Dinamică de lungă durată	1	1,2	1,7	2	2,3	3,0	3,5

Tabelul 9.5

Deformații specifice admisibile, %

Nr. crt.	Solicitarea	Caracterul solicitării	Duritatea cauciucului [°Sh (A)]						
			30	40	45	50	60	65	70
1	Forfecare	Statică	65	60	56	50	45	40	35
		Dinamică cu șocuri de scurtă durată	45	43	40	38	30	25	20
		Dinamică de lungă durată	20	17	15	13	12	11	10
2	Compresiune	Statică	15–20						
		Dinamică cu șocuri de scurtă durată	10–15						
		Dinamică de lungă durată	5–10						

Pentru o durabilitate ridicată, se recomandă ca elementele antivibratile din cauciuc să lucreze în domeniul elastic, în acest sens pe lîngă condiția rezistenței admisibile se impune și condiția ca deformația specifică să fie limitată la valorile cuprinse în tabelul 9.5. În acest caz, se recomandă ca funcție de σ_a să nu se depășească σ_a^{max} din diagrama dată în figura 9.1.

9.1.4. **Coeficienți de proiectare pentru regimul dinamic de solicitare.** Experimental s-a arătat că răspunsul cauciucului în regim dinamic este diferit de cel dat de regimul static, acesta reflectîndu-se în existența a două valori diferite ale modulului de elasticiatate. În tabelul 9.6 se prezintă valorile raportului $E_{din}/E_{st} = G_{din}/G_{st} = \varphi_d$, denumit coeficient de multplicare dinamic, funcție de duritatea cauciucului. Valorile prezentate în tabelul 9.6 sînt preluate din literatura de specialitate, unde s-au introdus și unele valori determinate experimental. Se menționează că pentru proiectare, aceste valori s-au dovedit a fi acoperitoare. Pentru cauciucul de fabricație românească, în tabelul 9.6 se prezintă valorile φ_d determinate experimental.

Factorul de pierdere internă a energiei δ funcție de duritatea cauciucului este prezentat în tableul 9.7. Se menționează că valorile cuprinse în tabelul 9.7 sînt determinate în condițiile încercării unui element antivibratil cu masa de cauciuc de 2 kg și coeficientul de formă $\Phi = 0,75$. În cazul utilizării unui element antivibratil cu alte caracteristici geometrice și masice, se impune determinarea pe cale experimentală a factorului de pierdere δ.

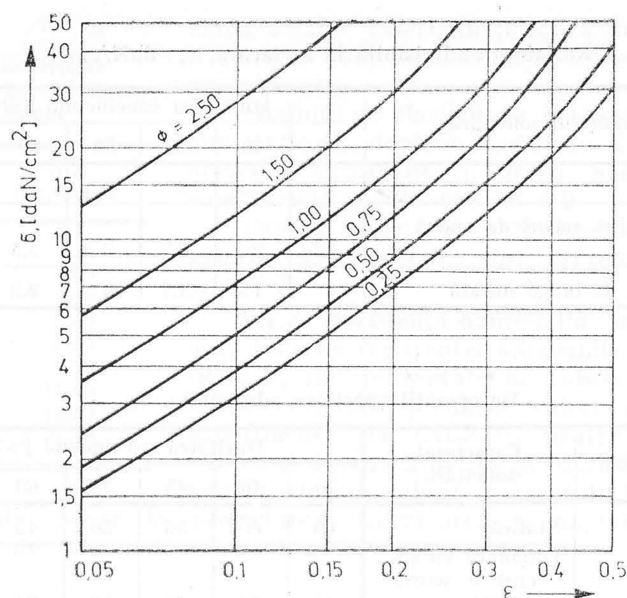


Fig. 9.1. Diagrama corelației tensiunii σ cu deformația specifică ε funcție de coeficientul de formă Φ.

Tabelul 9.6

Coeficientul de multiplicare dinamic

$\varphi_d = E_{din}/E_{st} = G_{din}/G_{st}$

Duritate cauciuc, [°Sh (A)]	φ_d
30	1,00
40	1,05
45	1,15
50	1,25
55	1,35
60	1,50
65	1,75
70	2,00
75	2,50

Tabelul 9.7

Factorul de pierdere internă a energiei, δ*

Duritate cauciuc [°Sh (A)]	δ
30	0,020
40	0,035
45	0,045
50	0,095
60	0,150
65	0,200
70	0,300
75	0,400

* Valori determinate pentru un element antivibratil avînd masa de cauciuc $m = 2$ kg și coeficientul de formă, $\Phi = 0,75$

9.2. Calculul și proiectarea elementelor antivibratile din cauciuc

Funcție de rolul și destinația funcțională pe care-l au elementele antivibratile din cauciuc, utilizate la mașini și utilaje, acestea au diverse forme constructive ; majoritatea sînt prevăzute cu armături metalice legate de cauciuc prin vulcanizare.

Pentru calcul se aplică formulele pentru solicitări simple, afectate de anumiţi coeficienţi de corelaţie, care ţin seama, atît de proprietăţile cauciucului, cît şi de legătura metal-cauciuc ce determină efectul „marginal".

9.2.1. Elemente antivibratile de formă cilindrică (cu secţiune circulară plină)

A. Solicitare la compresiune centrică

Fie elementul antivibratil din cauciuc cu secţiune circulară plină, de înălţime h_0 şi diametru d în planul median transversal pentru starea nedeformată. Asupra elementului din cauciuc acţionează centric forţa axială P care produce deformaţia x (fig. 9.2).

Relaţia dintre forţa P şi deformaţia x pentru elementul antivibratil este de forma:

$$P = \beta_1 E_{st} Sx/h_0, \tag{9.1}$$

în care E_{st} este modulul de elasticitate longitudinal care se determină din tabelul 9.1; S — aria secţiunii transversale a cilindrului „echivalent" cu elementul antivibratil; β_1 — coeficientul de corelaţie ţinînd seama de rigidizarea suplimentară datorită efectului „marginal" la legătura prin vulcanizare metal-cauciuc.

Coeficientul de corecţie β_1 are următoarea expresie:

$$\beta_1 = (2/3) + (1/2)(r/h_0)^2, \tag{9.2}$$

unde $r = d/2$ este raza cilindrică echivalentă a elementului din cauciuc.

Ţinînd seama de coeficientul de formă $\Phi = d/4h_0$, relaţia (9.2) devine:

$$\beta_1 = 2/3 + 2\Phi^2. \tag{9.3}$$

Forţa capabilă pentru un element antivibratil de formă constructivă cunoscută (d, Φ), amestec, de cauciuc cunoscut (E_{st}) şi deformaţia axială maximă x_{max}, se determină cu ajutorul relaţiilor (9.1) şi (9.3) astfel:

$$P_{cap}^{st} = \pi d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]x_{max}^{st}, \tag{9.4}$$

pentru solicitarea în regim static,

$$P_{cap}^{din} = \pi d \varphi_a E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]\, x_{max}^{din}, \tag{9.5}$$

pentru solicitarea în regim dinamic.

În acest caz, coeficientul de rigiditate axial k_x se calculează astfel:

$$k_x^{st} = \pi d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3] \tag{9.6}$$

în cazul solicitării statice,

$$k_x^{din} = \pi d \varphi_a E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3], \tag{9.7}$$

în cazul solicitării dinamice.

Verificarea la rezistenţă se face cu ajutorul formulelor de calcul, astfel:

$$\sigma^{st} = [4x_{max}E_{st}/d][(2/3)\Phi + 2\Phi^3] \leqslant \sigma_a^{st}, \tag{9.8}$$

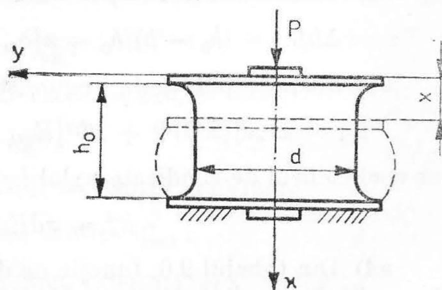


Fig. 9.2. Schema de calcul la solicitarea de compresiune centrică.

pentru solicitarea în regim static,

$$\sigma^{din} = [4x_{max}\varphi_a E_{st}/d][(2/3)\Phi + 2\Phi^3] \leqslant \sigma_a^{din}, \tag{9.9}$$

pentru solicitarea în regim dinamic.

Verificarea la deformabilitate se face cu ajutorul relației :

$$x^{st} = \frac{P}{\pi d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]} \leqslant h_0 \varepsilon_a, \tag{9.10}$$

în regim static,

$$x^{din} = \frac{P}{\pi d \varphi_a E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]} \leqslant h_0 \varepsilon_a, \tag{9.11}$$

în regim dinamic.

Dimensionarea unui element antivibratil din cauciuc de secțiune circulară plină se face cu ajutorul relațiilor :

$$d = \frac{P}{\pi x_{max} E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]}; \tag{9.12}$$

$$h_0 = d/4\Phi, \tag{9.13}$$

unde Φ se alege între valorile 0,25...1,0.

Pentru elementul antivibratil cu dimensiunile geometrice găsite și cauciucul caracterizat de E_{st} sau E_{din}, se face verificarea la rezistență admisibilă și deformație admisibilă.

A.1. Aplicații la calculul elementelor antivibratile din cauciuc solicitate la compresiune centrică

a. Calculul de verificare ale elementelor antivibratile

Pentru un element antivibratil se cunosc următoarele : d — diametrul cilindrului echivalent ; h_0 — înălțimea inițială a cilindrului echivalent ; ε_a — deformația specifică impusă la compresiune ; duritatea cauciucului în grade Shore A.

Se cere să se determine în regim static și dinamic : forța capabilă P_{cap}; coeficientul de rigiditate axial k_x.

Modul de lucru

a1) Din tabelul 9.1, funcție de coeficientul de formă $\Phi = d/4h_0$ calculat și de duritatea cauciucului cunoscută, se determină valoarea modulului de elasticiatate static E_{st}.

a2) Valoarea deformației admisibile x_a se determină astfel :

$$\varepsilon = \Delta h/h_0 = (h_0 - h)/h_0 = x/h_0, \text{ sau } \varepsilon = x/h \leqslant \varepsilon_a \rightarrow x = x_a = h_0\varepsilon_a.$$

a3) Forța capabilă în regim static de solicitare :

$$P^{st}_{cap} = \pi x_a d[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]E_{st}, \text{ sau } P^{st}_{cap} = \pi h_0 d[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]E_{st}\varepsilon_a,$$

iar coeficientul de rigiditate axial k_x în regim static va fi :

$$k^{st}_x = \pi d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3].$$

a4) Din tabelul 9.6, funcție de duritatea cauciucului, se alege coeficientul de multiplicare dinamică φ_d. În acest caz, se obține :

$$P^{din}_{cap} = \pi h_0 d \varepsilon_a \varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\,\Phi^3]\,;\; K^{din}_x = \pi d \varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3].$$

a5) Efortul unitar normal σ la valoarea maximă, în regim static, va fi :

$$\sigma_{max}^{st} = [4h_0\varepsilon_a E_{st}/d][(2/3)\Phi + 2\Phi^3] \leqslant \sigma_a^{st}.$$

Valoarea lui σ_a^{st} se alege din tabelul 9.3 nr. crt. 1, funcție de duritatea cauciucului și coeficientul de formă.

a6) În cazul solicitării dinamice efortul unitar normal la compresiune σ_{max}^{din} va fi :

$$\sigma_{max}^{din} = 4\, h_0\varepsilon_a E_{st}\varphi_d[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](1/d) \leqslant \sigma_a^{din}$$

Valoarea lui σ_a^{din} se alege din tabelul 9.3, nr. crt. 2, 3, funcție de duritatea cauciucului și de coeficientul de formă, dar nu trebuie să depășească valoarea maximă ce rezultă din figura 9.1, determinată în mod corespunzător funcție de ε_a și Φ.

Exemplu de calcul

Pentru un element antivibratil din cauciuc se cunosc : diametrul cilindrului echivalent $d = 5$ cm, înălțimea în stare nedeformată $h_0 = 5$ cm, $\varepsilon_a = 15\%$ și duritatea cauciucului de 65° ShA. Se cere să se calculeze forța capabilă la compresiune centrică și coeficientul de rigiditate k_x, atît în regim static, cît și în regim dinamic.

a1) Coeficientul de formă Φ se calculează astfel :

$$\Phi = d/(4h_0) = 5/(4\cdot 5) = 0{,}25.$$

Din tabelul 9.1, se alege $E_{st} = 54$ daN/cm², funcție de duritatea cauciucului de 65° Sh A și de coeficientul de formă $\Phi = 0{,}25$.

a2) Deformația axială admisibilă x_a :

$$x_a = h_0\varepsilon_a = 5\cdot 0{,}15 = 0{,}75 \text{ cm}.$$

a3) Forța capabilă în regim static :

$$P_{cap}^{st} = \pi x_a E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]d\,;$$

$$P_{cap}^{st} = 3{,}14\cdot 0{,}75\cdot 54[(2/3)0{,}25 + 2\cdot 0{,}25^3]\cdot 5 = 125{,}9 \text{ daN}.$$

Coeficientul de rigiditate în regim dinamic k_x^{st} :

$$k_x^{st} = \pi E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]d\,;$$

$$k_x^{st} = 3{,}14\cdot 54[(2/3)0{,}25 + 2\cdot 0{,}25^3]\cdot 5 = 167{,}87 \text{ daN/cm}.$$

a4) Din tabelul 9.6, se alege $\varphi_d = 1{,}75$, funcție de duritatea cauciucului de 65° Sh A.

Forța capabilă în regim dinamic P_{cap}^{din} :

$$P_{cap} = \varphi_d P_{cap}^{st} = 1{,}75\cdot 125{,}9 = 220{,}32 \text{ daN}.$$

Coeficientul de rigiditate dinamic k_x^{din} :

$$k_x^{din} = \varphi_d k_x^{st} = 1{,}75\cdot 167{,}87 = 293{,}77 \text{ daN/cm}.$$

a5) Efortul unitar normal în regim static σ_{max}^{st} :

$$\sigma_{max}^{st} = 4\, h_0\varepsilon_a E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](1/d)\,;$$

$$\sigma_{max}^{st} = 4\cdot 5\cdot 0{,}15\cdot 54[(2/3)\cdot 0{,}25 + 2\cdot 0{,}25^3](1/5) = 6{,}15 \text{ daN/cm}^2.$$

Din tabelul 9.3, nr. crt. 1, se alege $\sigma_a^{st} = 12$ daN/cm^2 funcție de duritatea 65° Sh A și coeficientul de formă $\Phi = 0{,}25$.

Se compară valorile obținute

$$\sigma_{max}^{st} : \sigma_a^{st} \text{ și se obține } 6{,}15 < 12.$$

a6) Efortul unitar în regim dinamic σ_{max}^{din} :

$$\sigma_{max}^{din} = \varphi_a \sigma_{max}^{st} ; \ \sigma_{max}^{din} = 1{,}75 \cdot 6{,}15 = 10{,}76 \text{ daN/cm}^2.$$

Din tabelul 9.3, nr. crt. 3, rezultă $\sigma_a^{din} = 7$ daN/cm^2, iar din diagrama $\sigma - \varepsilon$ (fig. 9.1), pentru $\varepsilon_a = 0{,}15$ și $\Phi = 0{,}25$, rezultă $\sigma_a^{max} = 5$ daN/cm^2. Rezistența admisibilă în regim dinamic se determină astfel :

$$\sigma_a = \min(\sigma_a^{din} ; \sigma_a^{max}) = \min(5 ; 7) = 5 \text{ daN/cm}^2.$$

Se constată că elementul din cauciuc nu verifică condiția de rezistență admisibilă impusă pentru un regim dinamic de lungă durată ($\sigma_{max}^{din} < \sigma_a^{max}$).

Elementul din cauciuc verifică, la limită, pentru condiția solicitării dinamice cu șocuri de scurtă durată $\sigma_a = 10$ daN/cm^2 (din tabelul 9.3, nr. crt. 2).

b. Calculul de dimensionare

Un element antivibratil din cauciuc este încărcat cu forța axială P la compresiune centrică care produce o deformație maximă x_{max} ; cunoscînd duritatea cauciucului, se cere să se dimensioneze, știind că regimul de lucru este încadrat în „dinamic de lungă durată".

Mod de lucru

b1) Se alege Φ astfel încît să aibă una din valorile cuprinse în șirul 0,25 ; 0,50 ; 0,75 ; 1,00.

b2) Din tabelul 9.1 se determină valoarea lui E_{st}

b3) Se calculează d

$$d = [P/(\pi x_{max} E_{st})][(2/3)\Phi + 2\Phi^3]^{-1}.$$

b4) Se calculează h_0

$$h_0 = d/(4\Phi).$$

b5) Se verifică la rezistența admisibilă

$$\sigma_{max} = [4x_{max}\varphi_a E_{st}/d][(2/3)\Phi + 2\Phi^3] \leqslant \sigma_a^{din}.$$

b6) Se verifică la deformația specifică admisibilă

$$\varepsilon = x_{max}/h_0 = 4x_{max}\Phi/d \leqslant \varepsilon_a.$$

Exemplu de calcul

Un element antivibratil trebuie să aibă următoarele caracteristici : forța axială de încărcare la compresiune centrică, $P = 500$ daN ; deformația (corespunzătoare forței) $x_{max} = 1$ cm ; duritatea cauciucului de 40° Sh A.

Să se dimensioneze elementul din cauciuc

b1) Se alege $\Phi = 0{,}5$.

b2) Din tabelul 9.1, se alege $E_{st} = 23$ daN/cm^2.

b3) Se calculează diametrul d:

$$d = [500/(3{,}14 \cdot 1 \cdot 23)][(2/3) \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}5^3]^{-1} = 11{,}86 \text{ cm}; \text{ Se adoptă } d = 12 \text{ cm}.$$

b4) Se calculează h_0:

$$h_0 = d/(4\Phi) = 12/(4 \cdot 0{,}5) = 6 \text{ cm}.$$

b5) Se calculează σ_{max}:

$$\sigma_{max} = [4 \cdot 1 \cdot 1{,}05 \cdot 23/12][(2/3) \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}5^3] = 4{,}69 \text{ daN/cm}^2.$$

Din tabelul 9.1, nr. crt. 3, rezultă $\sigma_a^{din} = 4{,}5$ daN/cm², iar din figura 9.1 pentru $\Phi = 0{,}5$ și $\varepsilon = x_{max}/h_0 = 1/6 = 0{,}17$, rezultă $\sigma_a^{max} = 7{,}5$ daN/cm². Astfel că σ_a este $\sigma_a = \min(\sigma_a^{din}; \sigma_a^{max})$; $\sigma_a = \min(4{,}5; 7{,}5) = 4{,}5$ daN/cm². Se constată că $\sigma_{max} \cong \sigma_a$ se poate considera condiția de rezistență admisibilă că este verificată la limită.

b6) Se calculează ε:

$$\varepsilon_{max} = x_{max}/h_0 = 1/6 = 0{,}17; \quad \varepsilon_a = 10\% = 0{,}10 \text{ din tabelul 9.5.}$$

Această condiție nu este verificată, ceea ce implică modificarea lui h_0 și reluarea calculelor anterioare.

B. **Solicitare la forfecare (lunecare radială)**

Dacă planul armăturii superioare a elementului antivibratil din figura 9.2 acționează cu forță F, atunci aceasta se va deplasa orizontal cu cantitatea y (în ipoteza micilor deformații). Relația de legătură dintre elementele geometrice, mecanice și încărcarea radială este:

$$F = G_{st} S\, y/h_0,$$

în care G_{st} este modulul de elasticitate transversal în regim static; y — deformația la lunecare radială.

Forța capabilă la forfecare (lunecare radială) în regim static este:

$$F_{cap}^{st} = G_{st} S y_{max}/h_0, \tag{9.14}$$

iar în regim dinamic are expresia:

$$F_{cap}^{din} = \varphi_d G_{st}\, y_{max}/h_0. \tag{9.15}$$

Verificarea la rezistență se efectuează astfel:

$$\tau_{st} = F/S = G_{st}\, y_{max}/h_0 \leqslant \tau_a^{st}, \tag{9.16}$$

unde τ_{st} este efortul unitar (tensiunea) efectiv în regim static; τ_a^{st} — efortul unitar (tensiunea) admisibil în regim static (din tabelul 9.4).

Verificarea la deformație se efectuează astfel:

$$\operatorname{tg} \gamma = y_{max}/h_0 \leqslant (\operatorname{tg} \gamma)_a, \tag{9.17}$$

unde $\operatorname{tg} \gamma = \varepsilon_f$ este deformația specifică la forfecare (lunecare radială) efectivă; $(\operatorname{tg} \gamma)_a = \varepsilon_{fa}$ — deformația specifică admisibilă (din tabelul 9.5).

Dimensionarea la forfecare (lucrare radială) conduce la relațiile :

$$d = 2\sqrt{K_y h_0 / G_{st}}, \text{ unde } h_0 = y_{max}/(\text{tg}\,\gamma)_a \; ; \tag{9.18}$$

$$d \geqslant 2\sqrt{F/(\pi\tau_a)}. \tag{9.19}$$

Pentru calculul în regim dinamic, relațiile vor fi afectate de coeficientul de multiplicare dinamică φ_d.

B.1. Aplicații la calculul elementelor antivibratile din cauciuc solicitate la forfecare (lunecare radială)

a. Calculul de portanță

Un element antivibratil din cauciuc are următoarele caracteristici: diametrul d; înălțimea în stare nedeformată h_0; duritatea cauciucului; solicitare dinamică de lungă durată.

Se cere forța capabilă și coeficientul de rigiditate transversal k_y.

Mod de lucru

a1) Se determină G_{st} din tabelul 9.2 funcție de duritatea cauciucului.

a2) Se calculează $S = \pi d^2/4$.

a3) Se calculează y_{max} :

$$y_{max} = h_0(\text{tg}\,\gamma)_a,$$

unde : $(\text{tg}\,\gamma)_a$ se scoate din tabelul 9.5 nr. crt. 1.

a4) Se calculează F_{cap}^{din} :

$$F_{cap}^{din} = \varphi_d G_{st} S\, x_{max}/h_0.$$

a5) Se verifică la rezistență

$$\tau = F_{cap}^{din}/S \leqslant \tau_a^{din},$$

unde τ_a^{din} se extrage din tabelul 9.4, nr. crt. 3.

a6) Se calculează $k_y = G_{st}\, S/h_0$.

Exemplu de calcul

Un element antivibratil are următoarele caracteristici: $d = 10$ cm, $h_0 = 6$ cm, duritatea cauciucului de 45° Sh A, solicitare dinamică de lungă durată. Se cere forța capabilă și coeficientul de rigiditate transversal k_y.

a1) Din tabelul 9.2 se determină $G_{st} = 5{,}4$ daN/cm².

a2) Se calculează aria secțiunii transversale S :

$$S = \pi \cdot 10^2/4 = 78{,}53 \text{ cm}^2.$$

a3) Se calculează y_{max} :

$$y_{max} = 6 \cdot 0{,}15 = 0{,}9 \text{ cm},$$

unde $(\text{tg}\,\gamma)_a = 0{,}15$, funcție de duritatea cauciucului de 45° Sh, din tabelul 9.5, nr. crt. 1.

a4) Se determină $\varphi_d = 1{,}15$ din tabelul 9.6 și se calculează F_{cap}^{din} în regim dinamic :

$$F_{cap}^{din} = 1{,}15 \cdot 5{,}4 \cdot 78{,}53 \cdot 0{,}9/6 = 73{,}15 \text{ daN}.$$

a5) Se calculează τ_{ef} :

$$\tau_{ef} = F_{cap}^{din}/S = 73{,}15/78{,}53 = 0{,}93 \text{ daN/cm}^2.$$

Din tabelul 9.4 nr. crt. 3, se extrage valoarea lui $\tau_a = 1,7$ daN/cm² și rezultă că $\tau_{ef} < \tau_a$, deci este verificată condiția de rezistență.

a6) Se calculează k_y:

$$k_y^{din} = \varphi_d G_{st}\, S/h_0 = 1,15 \cdot 5,4 \cdot 78,53/6 = 81,27 \text{ daN/cm}.$$

b. **Calculul de dimensionare**

Un element antivibratil, solicitat la forfecare (lunecare radială) cu forța F care produce o deformare y_{max}, este din cauciuc cu duritatea cunoscută. Să se dimensioneze.

Mod de lucru

b1) Din tabelul 9.4 se extrage τ_a, funcție de duritatea cauciucului și de caracterul solicitării.

b2) Din tabelul 9.5, nr. crt. 1, se extrage $(\text{tg}\ \gamma)_a$, funcție de duritatea cauciucului.

b3) Din tabelul 9.2 se extrage valoarea lui G_{st} pentru duritatea dată a cauciucului.

b4) Se calculează d:

$$d \geqslant 2\sqrt{F/(\pi\tau_a)}.$$

b5) Se calculează h_0:

$$h_0 = y_{max}/(\text{tg}\ \gamma)_a.$$

b6) Se calculează k_y:

$$k_y = \varphi_d G_{st}\, \pi d^2/(4\, h_0).$$

Exemplu de calcul

Un element antivibratil cu secțiunea circulară plină are următoarele elemente caracteristice: forța de lunecare radială $F = 100$ daN, $y_{max} = 1$ cm, iar cauciucul are duritatea 60° Sh A. Să se dimensioneze elementul antivibratil la un regim de solicitare dinamic de lungă durată.

b1) Din tabelul 9.4 se extrage $\tau_a = 2,3$ daN/cm².

b2) Din tabelul 9.5, nr. crt. 1, se extrage $(\text{tg}\ \gamma)_a = 0,12$.

b3) Din tabelul 9.12 se extrage valoarea:

$$G_{st} = 9,4 \text{ daN/cm}^2.$$

b4) Se calculează d:

$$d = 2\sqrt{100/(3,14 \cdot 2,3)} = 7,4 \text{ cm}; \text{ Se adoptă } d = 8 \text{ cm}.$$

b5) Se calculează h_0:

$$h_0 = 1/0,12 = 8,33 \text{ cm}; \text{ Se adoptă } h_0 = 8,5 \text{ cm}.$$

b6) Se calculează k_y:

$$k_y^{din} = 1,5 \cdot 9,4 \cdot 3,14 \cdot 8^2/(4 \cdot 8,5) = 83,38 \text{ daN/cm}.$$

9.2.1.1. **Proiectarea formei elementelor antivibratile din cauciuc cu secțiune rotundă.** Forma armăturii metalice și a suprafeței laterale ale elementului amortizor influențează condițiile de aderență a cauciucului vulcanizat pe armătură, complexitatea procesului tehnologic de execuție, caracteristica forță-

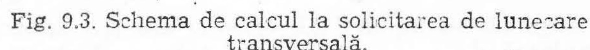


Fig. 9.3. Schema de calcul la solicitarea de lunecare transversală.

deformaţie a elementului, precum şi durabilitatea acestuia în exploatare la solicitarea dinamică. Astfel, se realizează elemente din cauciuc, amortizoare cu durităţi cuprinse în gama (45—75)° Sh şi forme variate, cilindrice şi cu suprafaţa laterală profilată.

Trebuie subliniat că, atît forma elementului real constitutiv (amortizorul în mărimea naturală), cît şi duritatea determină caracteristicile de rigiditate şi amortizare. Aceşti parametri sînt în funcţie de coeficientul de formă, motiv pentru care în etapa de proiectare este foarte importantă evaluarea precisă a acestuia. Coeficientul de formă ϕ se defineşte ca raportul dintre aria de încărcare la compresiune şi aria liberă (laterală). Prin urmare acesta va fi în funcţie de forma suprafeţei libere determinată de dimensiunile părţii de cauciuc, rezultate din calculul de rezistenţă.

a. Proiectarea formei unui amortizor de cauciuc cu secţiunea rotundă şi armătura tronconică

În figura 9.3 se dă un exemplu de amortizor, la care se observă că armătura are partea care intră în contact cu cauciucul de formă tronconică, iar suprafaţa laterală a elementului este generată prin mişcarea de rotaţie în jurul axei de simetrie a unei curbe care profilează elementul.

Pentru calculul coeficientului de formă ϕ, este necesar să exprimăm, în funcţie de elementele geometrice ale amortizorului (fig. 9.4), aria de încărcare A_i şi aria liberă A_l.

Element de cauciuc cu armătură tronconică şi cu aria laterală generată de curba Γ.

În figura 9.4 se observă că aria laterală este dată de curba simetrică Γ faţă de axa Ox prin rotirea acesteia în raport cu axa Oy. Această curbă se compune din trei segmente de cerc racordate astfel : un segment de cerc cu raza ρ şi două segmente de cerc cu raza ρ'.

Aria laterală a elementului amortizor se calculează cu ajutorul teoremei Guldin-Pappus, astfel :

$$A_l = 2\pi l x_c, \tag{9.20}$$

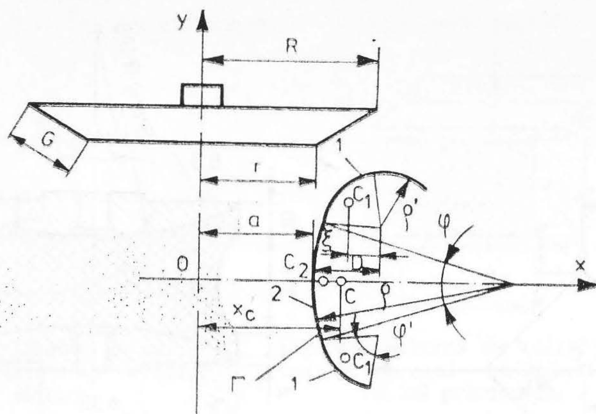


Fig. 9.4. Element antivibratil cu armătură tronconică și arie laterală generată de curba Γ :
a — formă constructivă ; *b* — schemă de calcul.

unde l este lungimea arcului de curbă ; x_c — raza cercului descris de centrul de masă al arcului de curbă.

Lungimea arcului de curbă este dată de relația :

$$l = 2\rho'\varphi + \rho\varphi. \tag{9.21}$$

Abscisa centrului de masă pentru arcul de curbă *1* cu raza ρ' este :

$$x_1 = a + b - 2\rho'[\sin(\varphi'/2)/\varphi']\cos(\varphi/2),$$

$$\text{sau } x_1 = a + b - \rho' \sin \varphi'/\varphi'. \tag{9.22}$$

Abscisa centrului de masă pentru arcul de curbă *2* de rază ρ este :

$$x_2 = a + \rho - 2\rho \sin(\varphi/2)/\varphi. \tag{9.23}$$

Pentru determinarea centrului de masă a curbei se va aplica teorema momentelor statice sub forma :

$$x_c = \sum x_i l_i / \sum l_i = (2x_1 l_1 + x_2 l_2)/l\ ; \tag{9.24}$$

introducînd relațiile (9.21), (9.22), (8.23) în (9.24), avem :

$$x_c = \frac{2(a + b)\rho'\varphi' + (a + \rho)\rho\varphi - 2\rho'^2\sin\varphi' - 2\rho^2\sin(\varphi/2)}{2\rho\varphi' + \rho\varphi}, \tag{9.25}$$

care, inlocuită în (9.20), se ajunge la relația :

$$A_l = 2\pi[2(a + \text{b})\rho'\varphi' + (a + \rho)\rho\varphi - 2\rho'^2 \sin \varphi - 2\rho^3 \sin(\varphi/2)]. \tag{9.26}$$

Aria totală a armăturii în contact cu cauciucul este :

$$A_t = \pi G(R + e) + \pi r^2, \tag{9.27}$$

unde G este generatoarea trunchiului de con ; R — raza bazei mari ; r — raza bazei mici.

Ținînd cont de relațiile (9.26) și (9.27), expresia coeficientului de formă Φ se poate scrie sub forma :

$$\Phi = \frac{G(R + r) + r^2}{4(a + b)\rho'\varphi' + 2(a + \rho)\rho\varphi - 4\rho'^2 \sin \varphi - 4\rho^2 \sin(\varphi/2)}. \tag{9.28}$$

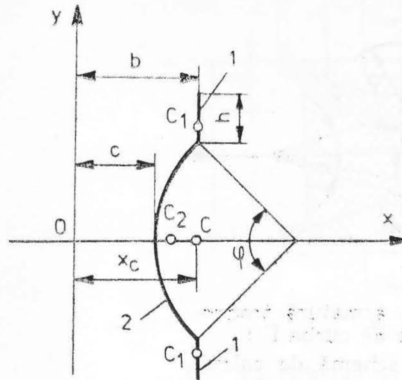


Fig. 9.5. Schemă de calcul pentru aria laterală generată de curba Ω .

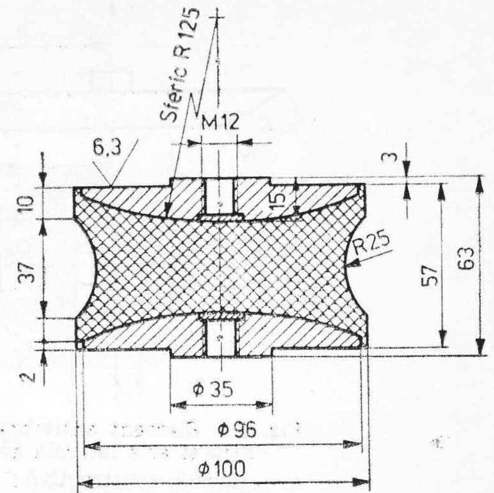


Fig. 9.6. Element antivibratil cu armătură sferică şi arie laterală generată de curba Ω .

b. Proiectarea unui element cu armătură tronconică şi cu aria laterală generată de curba Ω

Curba denumită Ω este compusă dintr-un arc de cerc care are la extremităţi două linii drepte (fig. 9.5).

Abscisele centrelor de masă pentru elementele curbei sînt :

$$x_1 = b\ ;\ x_2 = a + \rho - 2\rho \sin(\varphi/2)/\varphi.$$

Centrul de masă al curbei Ω este dat de relaţia :

$$x_c = [2bh + (a + \rho)\rho\varphi - 2\rho^2 \sin(\varphi/2)]/l, \qquad (9.29)$$

iar aria laterală, în acest caz, este :

$$A_l = 2\pi[2bh + (a + \rho)\rho\varphi - 2\rho^2 \sin \varphi]. \qquad (9.30)$$

Coeficientul de formă are expresia :

$$\Phi = \frac{G(R + r) + r^2}{4bh + 2(a + \rho)\rho\varphi - 4\rho^2 \sin(\varphi/2)}. \qquad (9.31)$$

c. Proiectarea unui element cu armătură sferică şi suprafaţa laterală generată de curba Ω

În figura 9.6 este prezentat un element amortizor de acest tip, pentru care avem :

$$A_l = 2\pi Rh, \qquad (9.32)$$

cu ajutorul căreia rezultă

$$\Phi = \frac{Rh}{2bh + (a + \rho)\rho\varphi - 2\delta^2 \sin(\varphi/2)}. \qquad (9.33)$$

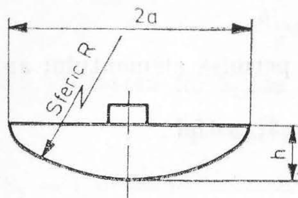


Fig. 9.7. Schemă de calcul pentru aria de contact sferică.

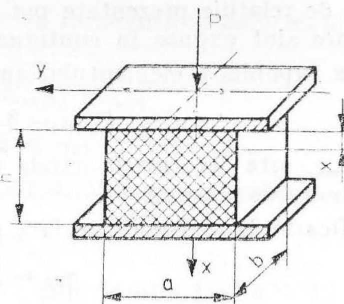


Fig. 9.8. Schemă de calcul pentru un element antivibratil de formă prismatică.

d. **Proiectarea unui element cu armătură sferică și suprafață laterală generată de curba Γ**

Pe baza relațiilor (9.26) și (9.32) și a fig. 9.7, se obține :

$$\Phi = Rh/[a(a + b)\rho' + (a + \rho)\rho\varphi - 2\rho'^2 \sin\varphi' - 2\rho^2 \sin(\varphi/2)]. \qquad (9.34)$$

9.2.2. Elemente antivibratile de formă prismatică (cu secțiune rectangulară plină)

Se consideră un element antivibratil din cauciuc cu dimensiunile $a \times b \times h$ ca în figura 9.8. Armăturile metalice sînt prinse de cauciuc prin vulcanizare. Elementul din cauciuc este solicitat numai în domeniul micilor deformații ($\varepsilon < 0,2$).

A. **Solicitare axială la compresiune centrică**

Relația de legătură dintre parametrii geometrici, mărimile mecanice și elementele solicitării are următoarea formă :

$$P = \beta_2 E_{st} S\, x/h_0, \qquad (9.35)$$

unde β_2 este coeficientul de corecție ce ține seama de rigidizarea elementului datorită „efectului marginal" de prindere a cauciucului prin vulcanizare de armăturile metalice.

Notînd raportul dintre dimensiunile a, b, h_0 sub forma :

$$u = \frac{a}{h}\,;\; v = \frac{b}{h}\,, \qquad (9.36)$$

expresia coeficientului β_2 este exprimată astfel :

$$\beta_2 = 1 + \frac{1}{3}v^2 - (2 + v^2)^2/[3(4 + u^2 + v^2)]. \qquad (9.37)$$

Coeficientul de formă al elementului antivibratil prismatic (fig. 9.8) are expresia :

$$\Phi = ab/[2(a + b)h], \qquad (9.38)$$

iar funcție de mărimile adimensionale u, v, se scrie astfel :

$$\Phi = (1/2)uv/(u + v). \qquad (9.38')$$

Față de relațiile prezentate pot fi rezolvate curent trei categorii de probleme, care sînt expuse în continuare.

Forța capabilă a elementului antivibratil se va determina astfel:

$$P_{cap} = \beta_2 E_{st} S x_{max}/h_0, \tag{9.39}$$

în care x_{max} este deformația axială maximă permisă elementului antivibratil pînă la limita de elasticitate.

Verificarea la rezistență se face pe două căi, astfel:

a) $$\sigma_{ef} = P/S \leqslant \sigma_a, \tag{9.40}$$

atunci cînd se cunoaște forța P și nu se cunoaște cauciucul.

b) $$\sigma_{ef} = \beta_2 E_{st} x/h_0 \leqslant \sigma_a, \tag{9.41}$$

atunci cînd se cunosc cauciucul și condițiile de deformabilitate și nu se cunoaște forța.

Dimensionarea preliminară se face după criteriul de rezistență cu verificarea criteriului deformabilității admise. Astfel, avem:

$$S \geqslant P/\sigma_a, \tag{9.42}$$

unde S este aria secțiunii transversale, avînd următoarea expresie, în funcție de dimensiuni și coeficientul de formă Φ:

$$S = 2(a + b)h\Phi. \tag{9.43}$$

Din cele două relații (9.42) și (9.43), rezultă:

$$a + b \geqslant P/(ah_0\Phi\sigma_a). \tag{9.44}$$

Pe baza tipodimensiunilor existente, în acest sens, se desprind cîteva cazuri particulare de forme constructive, în care raportul a/b are diverse valori, după cum urmează:

a) *Cazul elementelor antivibratile pentru care* $a = b$ duce la următoarea relație de dimensionare:

$$a \geqslant P\varepsilon_a/(4\Phi x\sigma_a), \tag{9.45}$$

iar funcție de coeficientul de rigiditate k_x, se obține:

$$a \geqslant k_x/(4\Phi\sigma_a). \tag{9.46}$$

b) *Cazul elementelor antivibratile pentru care* $a = 1{,}5\,b$, duce la următoarele relații de calcul:

$$b \geqslant P\varepsilon_a/(5\Phi x\sigma_a), \tag{9.47}$$

iar funcție de coeficientul de rigiditate k_x avem:

$$b \geqslant k_x\varepsilon_a/(5\Phi\sigma_a). \tag{9.48}$$

Pe baza relațiilor (9.47) sau (9.37), se obține înălțimea h_0 a elementului din cauciuc, astfel:

$$h_0 = ab/[2(a + b)\Phi]. \tag{9.49}$$

Dimensionarea definitivă se face pe baza relației (9.35) scrisă sub forma:

$$P = \beta_2 E_{st} S\varepsilon, \tag{9.50}$$

de unde se impun condițiile de verificare la rezistență și deformabilitate admisă, astfel:

$$\varepsilon = P/(\beta_2 E_{st} S) \leqslant \varepsilon_a, \quad (9.51)$$

$$\sigma = \beta_2 E_{st} \varepsilon \leqslant \sigma_a. \quad (9.52)$$

Pentru utilizarea lui β_2, se recomandă următoarele expresii:

$$\beta_2 = 1, \text{ pentru } u < 1 \text{ și } v < 1;$$

$$\beta_2 = 1 + \frac{1}{3} v^2 - \frac{(2 + v^2)^2}{3(4 + u^2 + v^2)}, \text{ pentru } u > 1 \text{ și } v > 1;$$

$$\beta_2 = 2/3 + (1/6)u^2, \text{ pentru } u = v;$$

$$\beta_2 = 1 + (1/3)u^3, \text{ pentru } u > v.$$

Dacă pe baza calculului de predimensionare nu se verifică relațiile (9.52), atunci, prin tatonări, se trece la redimensionare, reluîndu-se ciclul pînă la verificarea completă a relațiilor impuse.

A.1. **Aplicații la calculul de capacitate portantă a elementelor antivibratile prismatice**

Exemplu de calcul

Un element antivibratil din cauciuc cu duritatea 65° ShA, avînd impus $\varepsilon_a = 0{,}15$, are dimensiunile $a = 20$ cm, $b = 15$ cm, iar $h_0 = 9$ cm. Să se determine forța portantă a elementului la solicitare dinamică.

a1) Se calculează coeficientul de formă Φ:

$$\Phi = ab/[2(a + b)h] = 20 \cdot 15/[2(20 + 15)9] = 0{,}475 = 0{,}5.$$

a2) Din tabelul 9.1 se determină $E_{st} = 70$ daN/cm², funcție de coeficientul de formă $\Phi = 0{,}5$ și duritatea cauciucului de 65° ShA, iar din tabelul 9.6, se extrage valoarea lui $\varphi_d = 1{,}75$.

a3) Se calculează S:

$$S = ab = 20 \cdot 15 = 300 \text{ cm}^2.$$

a4) Se calculează β_2 pe baza relației:

$$\beta_2 = 1 + \frac{1}{3} v^2 - \frac{(2 + v^2)^2}{3(4 + u^2 + v^2)},$$

corespunzătoare valorilor $u = 2{,}22$ și $v = 1{,}66$;

$$\beta_2 = 1 + \frac{1}{3} \cdot 1{,}66^2 - \frac{(2 + 1{,}66^2)^2}{3(4 + 2{,}22^2 + 1{,}66^2)} = 1{,}273.$$

a5) Se calculează P_{cap}^{din} din condiția de deformabilitate impusă:

$$P_{cap}^{din} = \beta_2 \varphi_d E_{st} S \varepsilon_a; \; P_{cap}^{din} = 1{,}273 \cdot 1{,}75 \cdot 70 \cdot 300 \cdot 0{,}15 = 7\,017 \text{ daN}.$$

a6) Se verifică la rezistență:

$$\sigma = P_{cap}/S = 7\,017/300 = 23{,}39 \text{ daN/cm}^2.$$

a7) Din diagrama $\sigma - \varepsilon$, figura 9.1, se extrage valoarea $\sigma_a^{max} = 5$ daN/cm², iar din tabelul 9.3, nr. crt. 3, rezultă $\sigma_a^{din} = 8$ daN/cm².

a8) Se constată că $\sigma_{ef} \geqslant \sigma_a = \min(\sigma_a^{max}, \sigma_a^{din})$, deci rezultă că elementul antivibratil nu poate fi utilizat la o sarcină echivalentă cu forța capabilă rezultată din condiția de deformabilitate impusă.

a9) Din condiția de rezistență admisibilă rezultă :

$$P_{cap} = S\sigma_a = 300 \cdot 5 = 1\,500 \text{ daN},$$

valoare la care se verifică și condiția deformației specifice admisibile.

A.2. Aplicație la calculul de dimensionare a elementelor antivibratile de formă prismatică

Exemplu de calcul

Să se dimensioneze un element antivibratil din cauciuc cu duritatea 65°Sh A, astfel încît să nu depășească $\varepsilon_a = 0{,}15$. Sarcina $P = 500$ daN acționează axial la compresiune centrică, deformația axială avînd valoarea $x = 1$ cm. Se cere ca secțiunea $(a \times b)$ transversală să fie dreptunghiulară cu $a > b$.

a1) Se adoptă coeficientul de formă $\Phi = 0{,}25$.

a2) Din diagrama $\sigma - \varepsilon$ (fig. 9.1), pe baza coeficientului de formă $\Phi = 0{,}25$ și $\varepsilon_a = 0{,}15$, se determină $\sigma_a^{max} = 5$ daN/cm², iar din tabelul 9.3, nr. crt. 3, pe baza coeficientului de formă $\Phi = 0{,}25$ și a durității cauciucului de 65° ShA, se determină valoarea $\sigma_a^{din} = 7$ daN/cm². Se adoptă $\sigma_a = \min(\sigma_a^{max}, \sigma_a^{din}) = \min(5,7) = 5$ daN/cm².

a3) Se aplică relația (9.47), de unde rezultă lățimea b :

$$b \geqslant P\varepsilon_a/(5\Phi x\sigma_a) = 500 \cdot 0{,}15/(5 \cdot 0{,}25 \cdot 1 \cdot 5) = 12 \text{ cm}.$$

a4) Se calculează lungimea a :

$$a = 1{,}5\, b = 1{,}5 \cdot 12 = 18 \text{ cm}.$$

a5) Se calculează h_0 cu formula (9.49), astfel :

$$h_0 = ab/[2(a + b)\Phi] = 18 \cdot 12/[2(18 + 12) \cdot 0{,}25] = 14{,}4 \text{ cm};$$

se adoptă $h_0 = 14$ cm.

a6) Se corectează calculul ținînd seama de coeficientul de rigidizare β_2 din cauza prezenței legăturii prin vulcanizare a cauciucului cu armăturile metalice :

— se calculează u și v :

$$u = a/h = 18/14 = 1{,}28\,; \quad v = b/h = 12/14 = 0{,}85\,;$$

— se compară u cu v :

$$u > v\,;$$

— se adoptă expresia coeficientului de rigidizare β_2 sub forma :

$$\beta_2 = 1 + (1/3)u^2 = 1 + 0{,}546 = 1{,}546\,;$$

— se verifică condiția de deformabilitate :

$$\varepsilon = P/(\beta_2\varphi_a E_{st} S) = 500/(1{,}546 \cdot 1{,}75 \cdot 54 \cdot 12 \cdot 18) = 0{,}015 < 0{,}15\,;$$

— se verifică condiția de rezistență :

$$\sigma = \beta_2\varphi_a E_{st}\varepsilon = 1{,}546 \cdot 1{,}75 \cdot 54 \cdot 0{,}015 = 2{,}19 < 5 \text{ daN/cm}^2.$$

a 7) Se calculează coeficientul de rigiditate axial k_x la compresiune centrică:

$$k_x^{din} = \beta_2\varphi_d E_{st} S/h_0 = 1{,}546\cdot 1{,}75\cdot 54\cdot 12\cdot 18/14 = 2245{,}25 \text{ daN/cm};$$

$$k_x^{st} = \beta_2 E_{st} S/h_0 = 1{,}546\cdot 54\cdot 12\cdot 18/14 = 1\,283 \text{ daN/cm}.$$

B. **Solicitarea la forfecare (lunecare transversală)**

Relația de legătură dintre sarcina transversală F conținută în planul armăturii metalice și deformația y corespunzătoare, este exprimată astfel:

$$F = G_{st} S \frac{y}{h_0}, \tag{9.53}$$

în care G_{st} este modulul de elasticitate transversal static; h_0 — înălțimea elementului de cauciuc în stare nedeformată; S — aria secțiunii transversale.

Verificarea la rezistență se face astfel:

$$\tau = F/S \leqslant \tau_a, \tag{9.54}$$

$$\text{sau } \tau = G_{st} y/h_0 \leqslant \tau_a. \tag{9.55}$$

Pentru calculul în regim dinamic, relațiile vor fi corectate cu ajutorul coeficientului de multiplicare dinamic φ_d.

Verificarea la deformație se realizează cu formulele

$$\tau = y/h_0 \leqslant \tau_a, \tag{9.56}$$

$$\text{sau } \varepsilon = \tau/G_{st} \leqslant \varepsilon_a.$$

Dimensionarea se face ținînd seama de raportul a/b și relația (9.54):

$$S \geqslant F/\tau_a, \tag{9.57}$$

de unde rezultă a, b, iar pentru h_0, avem:

$$h_0 \geqslant y/\varepsilon_a. \tag{9.58}$$

9.2.3. Elemente antivibratile cu secțiune inelară

A. **Solicitare la lunecare axială**

1. **Forma constructivă I**

Se consideră elementul antivibratil din figura 9.9, acționat axial de forța P care produce deformația axială x, corespunzătoare unghiului γ. Funcție de raportul dintre dimensiunile l și D, se disting mai multe modalități de calcul.

a) *Cazul în care* $l \gg D$

Pentru un element antivibratil din această categorie sînt valabile următoarele formule de calcul:

$$P = \frac{2\pi x G l}{\ln(D/d)}; \tag{9.59}$$

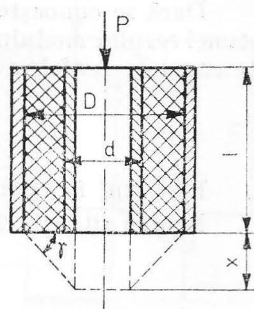


Fig. 9.9. Schemă de calcul pentru un element antivibratil de secțiune inelară solicitat la lunecare axială.

$$k_x = \frac{2\pi Gl}{\ln(D/d)} ; \qquad (9.60)$$

$$\text{sau } P = 2{,}7318 \frac{xGl}{\lg(D/d)} ; \qquad (9.61)$$

$$k_x = 2{,}7318 \frac{Gl}{\lg(D/d)} . \qquad (6.92)$$

Forța capabilă pentru un element antivibratil dat și cu restricții la deformare axială $x = x_a$, este :

$$P_{cap} = \frac{2\pi Gl}{\ln(D/d)} x_a ; \qquad (9.63)$$

$$\text{sau } P_{cap} = 2{,}7318 \frac{Gl}{\lg(D/d)} . \qquad (9.64)$$

Verificarea la rezistență maximă se realizează cu formula :

$$\tau_{max} = P_{cap}/(\pi dl) \leqslant \tau_a . \qquad (9.65)$$

Verificarea la deformație

$$\frac{P}{2\pi(D-d)lG} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \leqslant (\operatorname{tg}\gamma)_a . \qquad (9.66)$$

Dimensionarea

Dacă se cunoaște mărimea raportului D/d, coeficientul de rigiditate k_x și amestecul de cauciuc cu duritatea în grade Sh, atunci rezultă :

$$l = \frac{k_x \ln(D/d)}{2\pi G} < D. \qquad (9.67)$$

Se constată că funcție de modulul de elasticitate transversal G, deci de amestecul de cauciuc, se modifică lungimea elementului din cauciuc.

Dacă se cunoaște coeficientul de rigiditate k_x, raportul D/d și modulul de elasticitate G (amestecul de cauciuc), atunci rezultă :

$$D/d = \exp(2\pi Gl/k_x). \qquad (9.68)$$

Dacă se cunoaște coeficientul de rigiditate k_x, lungimea l și raportul D/d, atunci rezultă modulul de elasticitate G, pe baza căruia se poate alege amestecul de cauciuc. Astfel, avem :

$$G = \frac{k_x \ln(D/d)}{2\pi l} . \qquad (9.69)$$

b) *Cazul în care* $D > l$

Pentru situația în care $D > l$, sînt valabile următoarele formule :

$$P = \frac{2\pi x Gl}{\beta_3 \ln(D/d)} ; \qquad (9.70)$$

$$k_x = \frac{2\pi Gl}{\beta_3 \ln(D/d)} \qquad (9.71)$$

$$\text{unde } \beta_3 = 1 + \alpha(D/l)^2. \qquad (9.72)$$

Coeficientul α se alege funcție de raportul d/D, astfel :

d/D	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
α	0,035	0,03	0,02	0,01	0,0025

Forța capabilă se determină funcție de deformația admisibilă x_a :

$$P_{cap} = \frac{2\pi G l x_a}{\beta_3 \ln(D/d)}. \quad (9.73)$$

Pentru aplicarea acestei formule, este necesar a se cunoaște amestecul de cauciuc prin modulul său de elasticitate G, mărimile geometrice l, D, d și deformația specifică admisibilă.

Verificarea la rezistență :

$$\tau_{max} = \frac{P}{\pi d l} \leqslant \tau_a. \quad (9.74)$$

Verificarea la deformație :

$$\frac{\beta_3 P \ln(D/d)}{2\pi(D-d)Gl} \leqslant (\operatorname{tg}\gamma)_a. \quad (9.75)$$

Dimensionarea se face ca și în cazul anterior, ținînd seama de coeficientul de corelație β_3.

2. Forma constructivă II

În figura 9.10 este prezentat elementul antivibratil din cauciuc cu săgeată inițială. Față de notațiile din figură, pot fi scrise următoarele relații de calcul :

$$P = \frac{2\pi G(l_1 D - l_2 d)x}{(D-d)\ln\left(\frac{l_1 D}{l_2 d}\right)}. \quad (9.76)$$

Cazuri particulare :

a) Dacă $l_1 = l_2 = l$, se obține :

$$P = \frac{2\pi l G x}{\ln(D/d)}; \quad (9.77)$$

$$k_x = \frac{2\pi l G}{\ln(D/d)}. \quad (9.78)$$

3. Forma constructivă III

În figura 9.11, este prezentat elementul antivibratil din cauciuc, la care suprafața exterioară de legătură dintre armături este de formă hiperbolică, fiind îndeplinită condiția geometrică $h_1 r_1 = h_2 r_2 = \text{const.}$

Formulele de calcul pentru elementul antivibratil din figura 9.11 sînt :

$$P = x 2\pi r_2 h_2 G/(r_2 - r_1); \quad (9.79)$$

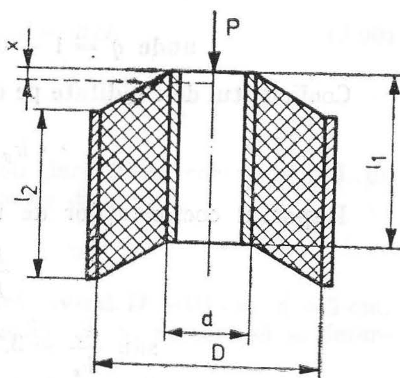


Fig. 9.10. Shcemă de calcul pentru un element antivibratil de secțiune inelară cu săgeată inițială solicitat la lunecare axială.

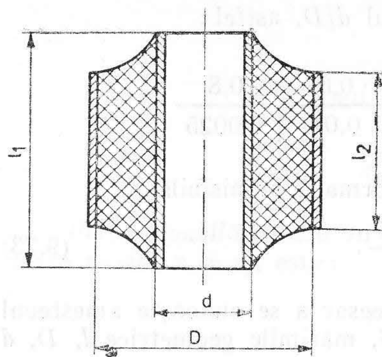


Fig. 9.11. Schemă de calcul pentru un element antivibratil de secțiune inelară și suprafață exterioară curbă (după o hiperbolă în secțiune longitudinală).

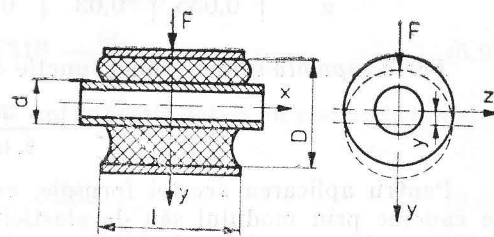


Fig. 9.12. Schemă de calcul pentru un element antivibratil de secțiune inelară solicitat radial.

$$k_x = 2\pi r_2 h_2 G/(r_2 - r_1). \tag{9.80}$$

Verificarea la rezistență, la deformabilitate, dimensionarea se fac în mod analog ca la forma constructivă I.

B. Solicitare radială

În figura 9.12 se prezintă schema unui element antivibratil din cauciuc solicitat pe direcția radială.

Relația de legătură dintre forța F, care acționează radial, asupra elementului din cauciuc, și elementele geometrice l, d, D, caracteristicile fizico-mecanice E_y, G_x, este :

$$F = y \frac{\pi l}{\ln (D/d)} (E_y + G_x), \tag{9.81}$$

în care se introduce factorul de formă q și relația de legătură $E = 6{,}5\, G$. Astfel se obține :

$$F = y \frac{7{,}5 \pi G l}{\ln (D/d)} q, \tag{9.82}$$

$$\text{unde } q = 1 + 0{,}0097\, (l/s)^3 ;\ s = (D - d)/2 ;$$

Coeficientul de rigiditate pe direcția radială k_y se exprimă astfel :

$$k_y = \frac{7{,}5 \pi G l}{\ln (D/d)} q. \tag{9.83}$$

Raportul coeficienților de rigiditate radială/axială este :

$$\frac{k_y}{k_x} = 3{,}75\, q, \tag{9.84}$$

$$\text{sau } \frac{k_y}{k_x} = 3{,}75[1 + 0{,}0776 l^3/(D - d)^3] \tag{9.85}$$

Pentru proiectare se disting două cazuri și anume :

a) *Raportul* $\frac{D}{l} \leqslant 1$

În acest caz, avem următoarele relații de calcul:

$$F = yGl\beta_4, \tag{9.86}$$

unde β_4 este un coeficient de corecție dat, funcție de raportul $u = d/D$, în tabelul 9.8.

Tabelul 9.8

Valorile coeficienților de corecție β_4 și β_5 funcție de raportul u=d/D

$u = d/D$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
β_4	18,30	34,00	66,00	135,00	310,00	900	3 400	32 000
β_5	7,90	11,10	15,30	21,00	30,00	44	70	150
q*	1,25	1,73	2,56	3,97	6,72	13,62	32	143

* Valorile lui q se aleg funcție de raportul adimensional u numai atunci cînd nu se cunosc elementele geometrice definitorii (l, D, d)

Coeficientul de rigiditate radial este dat de relația:

$$k_y = Gl\beta_4. \tag{9.87}$$

Dacă se cunoaște amestecul de cauciuc, deci modulul de elasticitate G, coeficientul de rigiditate k_y, precum și lungimea elementului din cauciuc l, atunci rezultă coeficientul β_4:

$$\beta_4 = k_y/(Gl). \tag{9.88}$$

Din tabelul 9.8, funcție de valoarea lui β_4, se determină u și q. Pe baza relațiilor de calcul anterioare, rezultă grosimea elementului de cauciuc, astfel:

$$s = l\left(\frac{q-1}{0,0097}\right)^{-1/3} \tag{9.89}$$

De asemenea, rezultă și celelalte dimensiuni:

$$D = \frac{2l}{1-u}\left(\frac{q-1}{0,0097}\right)^{-1/3}; \quad d = uD. \tag{9.90}$$

b) *Raportul* $\frac{D}{l} > 1$

Sînt valabile aceleași relații de calcul, cu deosebirea coeficientului de corecție β_5 care se află dat în tabelul 9.8, funcție de u și q.

Exemplu de calcul

Un element antivibratil cu secțiune inelară avînd D =10 cm, d =5 cm, l = 20 cm, y = 1 cm, duritatea cauciucului de 55° Sh A. Se cere să se determine forța radială capabilă.

a 1) Se analizează cazul D/l și se obține 10/20 < 1, deci se aplică formulele și coeficientul de corecție corespunzător cazului a).

a 2) Funcție de duritatea cauciucului de 55° Sh A, din tabelul 9.2, se extrage valoarea lui G = 8 daN/cm².

a 3) Se calculează u :

$$u = d/D = 5/10 = 0,5.$$

a 4) Din tabelul 9.8, funcție de raportul $u = 0,5$, se extrage valoarea $\beta_4 = 135$.

a 5) Se calculează F_{cap} :

$$F_{cap} = \beta_4 l G y_{max} ; \quad F_{cap} = 135 \cdot 20 \cdot 8 \cdot 1 = 21\,600 \text{ daN}.$$

Exemplu de calcul

Un element inelar din cauciuc este acționat radial de forța $F = 10\,880$ daN la o deformație radială $y = 2$ cm, lungimea elementului este $l = 10$ cm, iar cauciucul utilizat are duritatea de 70° Sh A. Se cere dimensionarea, astfel ca $D/l > 1$.

a 1) Din tabelul 9.2, se extrage valoarea modulului de elasticitate $G_{st} = 16$ daN/cm².

a 2) Se calculează coeficientul β_4 :

$$\beta_4 = F/(yGl) = 10\,880/(2 \cdot 16 \cdot 10) = 34.$$

a 3) Din tabelul 9.8, se extrage valoarea lui $u = 0,3$ și valoarea lui $q = 1,73$.

a 4) Se calculează D :

$$D = \frac{2l}{1 - u}\left(\frac{q-1}{0,0097}\right)^{-1/3},$$

deci avem :

$$D = \frac{2 \cdot 10}{1 - 0,3}\left(\frac{(1,73-1)}{0,0097}\right)^{-1/3} = 6,76 \text{ cm} ;$$

$$d = uD = 0,3 \cdot 6,76 = 2,03 \text{ cm}.$$

Exemplu de calcul

Un element antivibratil de secțiune inelară are lungimea $l = 10$ cm, coeficientul de rigiditate $k_y = 63\,000$ daN/cm, iar cauciucul are duritatea de 75° Sh A. Se cere să se dimensioneze.

a 1) Din tabelul 9.2, funcție de duritatea cauciucului de 75° Sh A, se obține $G_{st} = 21$ daN/cm².

a 2) Se calculează coeficientul β_5 ;

$$\beta_5 = k_y/(Gl) = 63\,000/(21 \cdot 10) = 300.$$

a 3) Din tabelul 9.8, se extrage valoarea raportului $u = 0,6$ și a factorului $q = 6,72$

a 4) Se calculează D :

$$D = \frac{2l}{1 - u}\left(\frac{q-1}{0,0097}\right)^{-1/3} ; \quad D = \frac{2 \cdot 10}{1 - 0,6}\left(\frac{6,72-1}{0,0097}\right)^{-1/3} = 5,96 = 6 \text{ cm} ;$$

$$d = uD = 0,6 \cdot 6,00 = 3,6 \text{ cm}.$$

Exemplu de calcul

Un element antivibratil are $D = 20$ cm, $d = 10$ cm, $l = 15$ cm și duritatea cauciucului de 45° Sh A. Se cere coeficientul de rigiditate radial k_y și cel axial k_x.

b 1) Modulul $G_{st} = 5{,}4$ daN/cm², din tabelul 9.2.

b 2) Se calculează $u = d/D = 10/20 = 0{,}5$.

b 3) Raportul $D/l = 20/15 > 1$.

b 4) Se alege $\beta_5 = 21$, din tabelul 9.8.

b 5) Se calculează k_y:

$$k_y = \beta_5 lG = 21 \cdot 15 \cdot 5{,}4 = 1\,701 \text{ daN/cm}.$$

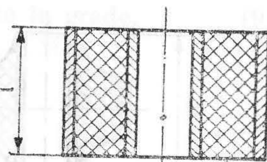
b 6) Se calculează raportul

$$k_y/k_x = 3{,}75\ q,$$

unde factorul de formă q se calculează astfel:

$$q = 1 + 0{,}0776 l^3/(D - d)^3 = 1 +$$
$$+ 0{,}0776 \cdot 15^3/(20 - 10)^3 = 1{,}26;$$

$$k_x = \frac{k_k}{3{,}75 q} = \frac{1\,701}{3{,}75 \cdot 1{,}26} = 359{,}45 \text{ daN/cm}.$$



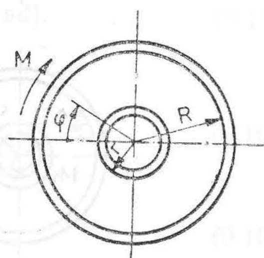


Fig. 9.13. Schemă de calcul pentru un element antivibratil drept de secțiune inelară, solicitat la răsucire prin suprafețele cilindrice (interior și exterior).

C. Solicitarea la răsucire

1. Forma constructivă I

Pentru elementul antivibratil solicitat la răsucire (fig. 9.13), sînt valabile relațiile:

Relația dintre momentul M și deformația unghiului este:

$$M = \varphi \frac{4\pi lG}{1/r^2 - 1/R^2}, \tag{9.91}$$

unde φ se introduce în radiani,

$$\text{sau } M = \varphi^\circ \frac{0{,}22 lG}{1/r^2 - 1/R^2}, \tag{9.92}$$

unde φ se introduce în grade.

Coeficientul de rigiditate la răsucire k_φ este:

$$k_\varphi = \frac{4\pi lG}{1/r^2 - 1/R^2} \text{ [daN·cm/grad]}, \tag{9.93}$$

$$\text{sau } k_\varphi = \frac{0{,}22 lG}{1/r^2 - 1/R^2} \text{ [daN·cm/grad]}. \tag{9.94}$$

Verificarea la rezistență:

$$\tau_{ef}^{max} = M/(2\pi r^2 l) \leqslant \tau_a. \tag{9.95}$$

Verificarea la deformabilitate:

$$\varphi_{ef} = \frac{M}{lG}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2}\right)\frac{45^\circ}{\pi^2} \leqslant \varphi_a = 40^\circ. \tag{9.96}$$

2. Forma constructivă II

Elementul antivibratil din cauciuc solicitat la răsucire, cu aria laterală profilată (hiperbolică) după legea $r_1^2 l_1 = r_2^2 l_2 = \text{const.}$ (fig. 9.14), se calculează cu formulele date mai jos.

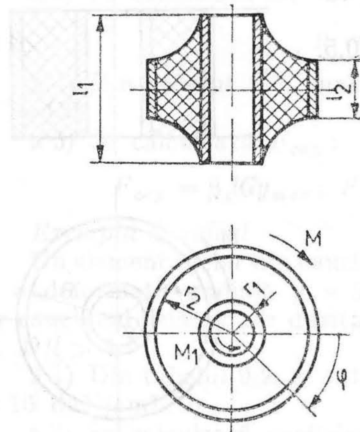


Fig. 9.14. Schemă de calcul pentru un element antivibratil cu suprafaţă curbă (hiperbolă în secţiune longitudinală) solicitat la răsucire prin suprafeţele cilindrice (interior şi exterior).

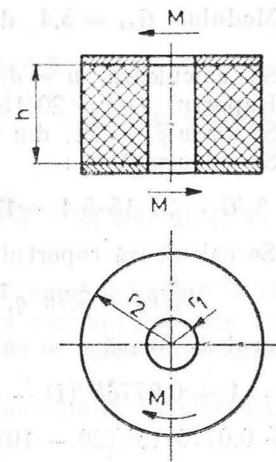


Fig. 9.15. Schemă de calcul pentru un element antivibratil inelar cu armături plane solicitat la răsucire prin feţele frontale.

Momentul aplicat M produce deformaţia unghiulară la răsucire astfel încît are loc relaţia :

$$M = \varphi \frac{2\pi r_2^2 l_2 G}{\ln(r_2/r_1)}, \text{ unde } \varphi \text{ este în radiani,} \quad (9.97)$$

$$\text{sau } M = \varphi^\circ \frac{\pi^2 r_2^2 l_2 G}{90^\circ \ln(r_2/r_1)}, \text{ unde } \varphi \text{ este în grade.} \quad (9.98)$$

Coeficientul de rigiditate la răsucire k_φ este :

$$k_\varphi = \frac{2\pi r_2^2 l_2 G}{\ln(r_2/r_1)} \text{ [daN·cm/rad],} \quad (9.99)$$

$$\text{sau } k_\varphi = \frac{\pi^2 r_2^2 l_2 G}{90^\circ \ln(r_2/r_1)} \text{ [daN·cm/grad].} \quad (9.100)$$

Condiţia de rezistenţă admisă :

$$\tau_{ef} = M/(2\pi r_1^2 l_1) = M/(2\pi r_2^2 l_2) \leqslant \tau_a. \quad (9.101)$$

Condiţia de deformabilitate admisă :

$$\varphi = 90^\circ \frac{M}{\pi^2 r_2^2 l_2 G} \ln(r_2/r_1) \leqslant \varphi_a = 40^\circ. \quad (9.102)$$

3. Forma constructivă III

Pentru elementul antivibratil la răsucire, în formă de disc, cu armături metalice plane ca în figura 9.15, sînt valabile relaţiile :

Momentul aplicat se află în următoarea relaţie cu deformaţia :

$$M = \varphi \frac{\pi G(r_2^4 - r_1^4)}{2h}, \text{ unde } \varphi \text{ este în radiani,} \quad (9.103)$$

$$\text{sau } M = \varphi^\circ \frac{\pi^2 G(r_2^4 - r_1^4)}{360^\circ h}, \text{ unde } \varphi \text{ este în grade.} \tag{9.104}$$

Coeficientul de rigiditate la răsucire k_φ este :

$$k_\varphi = \frac{G(r_2^4 - r_1^4)}{2h} \text{ [daN·cm/rad]}, \tag{9.105}$$

$$\text{sau } k_\varphi = \frac{\pi^2 G(r_2^4 - r_1^4)}{360^\circ h} \text{ [daN·cm/grad]}. \tag{9.106}$$

Condiția de rezistență admisă :

$$\tau_{max} = (r_2/h)G\varphi_{max} \leqslant \tau_a. \tag{9.107}$$

Condiția de deformabilitate admisă :

$$\text{tg}\,\gamma_{max} = (r_2/r_1)\varphi_{max} \leqslant (\text{tg}\,\gamma)_a. \tag{9.108}$$

4. Forma constructivă IV

Elementul antivibratil în formă de disc cu armături metalice conice (fig. 9.16) se caracterizează prin relația $h_1/r_1 = h_2/r_2 = \text{const.}$

Relația dintre momentul aplicat și deformația unghiulară rezultată este de forma :

$$M = \varphi \frac{2\pi r_2 G}{3h_2}(r_2^3 - r_1^3), \text{ unde } \varphi \text{ este în radiani,} \tag{9.109}$$

$$\text{sau } M = \varphi^\circ \frac{\pi^2 r^2 G(r_2^3 - r_1^3)}{720 h_2}, \text{ unde } \varphi \text{ este în grade.} \tag{9.110}$$

Coeficientul de rigiditate la răsucire k_φ este :

$$k_\varphi = \frac{2\pi r_2 G(r_2^3 - r_1^3)}{3h_2} \text{ [daN·cm/rad]}, \tag{9.111}$$

$$\text{sau } k_\varphi = \frac{\pi^2 r_2 G(r_2^3 - r_1^3)}{720^\circ h_2} \text{ [daN·cm/grad]}. \tag{9.112}$$

Condiția de rezistență admisă :

$$\tau_{max} = \varphi(r/h)_{max}G \leqslant \tau_a. \tag{9.113}$$

Condiția de deformabilitate admisă :

$$\text{tg}\,\gamma_{max} = \varphi(r/h)_{max} \leqslant (\text{tg}\,\gamma)_a, \tag{9.114}$$

unde $(r/h)_{max} = \max(r_1/h_1,\ r_2/h_2)$.

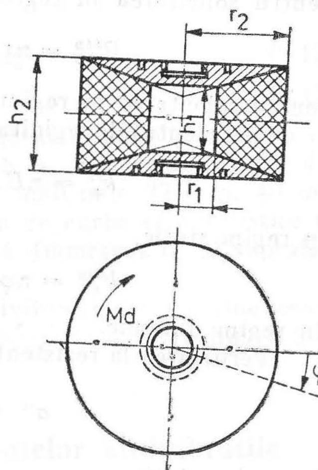


Fig. 9.16. Schemă de calcul pentru un element antivibratil inelar cu armături conice solicitat la răsucire prin fețele frontale.

D. Solicitare la compresiune centrică

În figura 9.17, se prezintă schema constructivă a unui element antivibratil solicitat la compresiune centrică, încărcat axial cu forța P.

1. Element antivibratil cu armături metalice

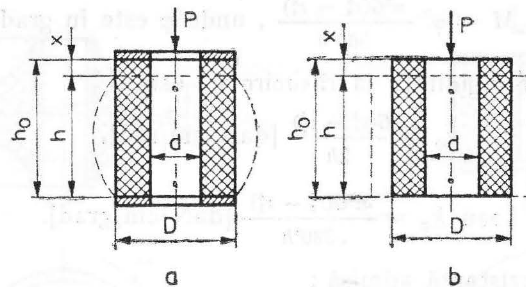


Fig. 9.17. Schemă de calcul pentru un element inelar solicitat la compresiune centrică : *a* — cu armături metalice ; *b* — fără armături.

Relaţia dintre forţa P şi deformaţia x a elementului este de forma :

$$P = \beta_1 E_{st} \frac{\pi}{4h_0} (D^2 - d^2)x. \quad (9.115)$$

Ţinînd seama de faptul că $\beta_1 = (2/3) + 2\Phi^2$ şi de expresia coeficientului de formă pentru acest element, care este $\Phi = (D + d)/4\,h_0$, atunci relaţia (9.115) va fi :

$$P = \pi x E_{st}\left(\frac{2}{3}\,\Phi + 2\,\Phi^3\right)(D - d). \quad (9.116)$$

Forţa capabilă pentru elementul antivibratil dat (d, D, Φ) şi amestec de cauciuc cunoscut (E_{st}), la deformaţia axială x_{max}, se determină astfel :

$$P^{st}_{cap} = \pi x_{max} E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d), \quad (9.117)$$

pentru solicitarea în regim static, şi

$$P^{din}_{cap} = \pi x_{max} \varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d), \quad (9.118)$$

pentru solicitarea în regim dinamic.

Coeficientul de rigiditate axial k_x se determină cu formulele :

$$k^{st}_x = \pi E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d), \quad (9.119)$$

în regim static,

$$k^{din}_x = \pi \varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d), \quad (9.120)$$

în regim dinamic.

Verificarea la rezistenţă se realizează cu ajutorul formulelor :

$$\sigma^{st} = \frac{4x_{max}E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]}{D + d} \leqslant \sigma^{st}_a, \quad (9.121)$$

în regim static,

$$\sigma^{din} = \frac{4x_{max}\varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]}{D + d} \leqslant \sigma^{din}_a, \quad (9.122)$$

în regim dinamic.

Verificarea la deformabilitate se face cu ajutorul relațiilor:

$$x^{st} = \frac{P}{\pi E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d)} \leqslant h_0\varepsilon_a, \qquad (9.123)$$

în regim static,

$$x^{din} = \frac{P}{\pi\varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3](D - d)} \leqslant h_0\varepsilon_a, \qquad (9.124)$$

în regim dinamic.

Dimensionarea se realizează pe baza relațiilor:

$$D - d = \frac{P}{\pi x_{max} E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]}; \qquad (9.125)$$

$$D + d = 4h_0\Phi, \qquad (9.126)$$

unde Φ se alege între valorile 0,25...1,0.

2. Element antivibratil fără armături

Relația forță-deformație este de forma:

$$P = \pi x E_{st}\Phi(D - d), \qquad (9.127)$$

pe baza căreia rezultă următoarele formule de calcul:

$$P_{cap}^{st} = \pi x_{max} E_{st}\Phi(D - d); \qquad (9.128)$$

$$P_{cap}^{din} = \varphi_d P_{cap}^{st}; \qquad (9.129)$$

$$k_x^{st} = \pi E_{st}\Phi(D - d); \qquad (9.130)$$

$$k_x^{din} = \varphi k_x^{st}. \qquad (9.131)$$

Verificarea la rezistență se face cu formula:

$$\sigma^{st} = 4x_{max}E_{st}\Phi/(D + d)] \leqslant \sigma_a^{st}; \qquad (9.132)$$

$$\sigma^{din} = \varphi_d\sigma^{st} \leqslant \sigma_a^{din} \qquad (9.133)$$

Deformabilitatea se verifică cu formulele:

$$x^{st} = P/[\pi E_{st}\Phi(D - d)] \leqslant h_0\varepsilon_a^{st}; \qquad (9.134)$$

$$x^{din} = x^{st}/\varphi_d \leqslant h_0\varepsilon_a^{din}. \qquad (9.135)$$

În figura 9.18, se prezintă caracteristica forță-deformație pentru un element antivibratil din cauciuc cu duritate 68° Sh A, diametru interior d = = 20,5 mm, diametru exterior D = 100 mm și înălțimile 32 mm, 40 mm, 50 mm, 63 mm, 80 mm, 100 și 125 mm. Familia de curbe caracteristice are limita dată de $\varepsilon = 40\%$. Liniile întrerupte indică diametrul D' al suprafeței bombate în exterior.

Pentru a evita flambajul elementului antivibratil, se va ține seama de corelația dintre raportul h_0/D și deformația axială x, dată în figura 9.19, unde se va evita zona hașurată.

9.3. Verificarea la încălzire a elementelor antivibratile

Datorită pierderilor mecanice interne, în regim dinamic, se dezvoltă căldură, care duce la degradarea elementului de cauciuc. Ca urmare a determinărilor experimentale [17], s-a constatat că, atît amortizarea internă pro-

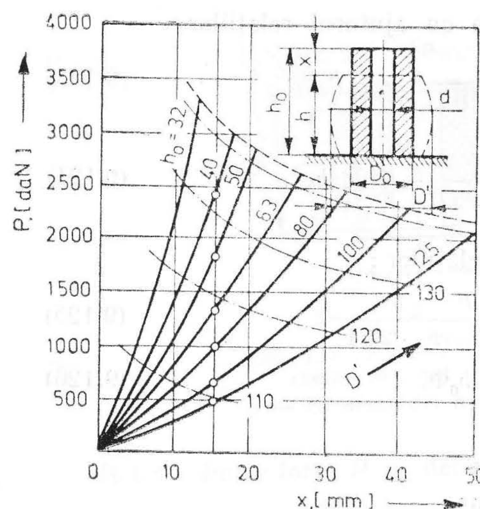


Fig. 9.18. Caracteristica forță-deformație pentru un element antivibratil inelar nearmat.

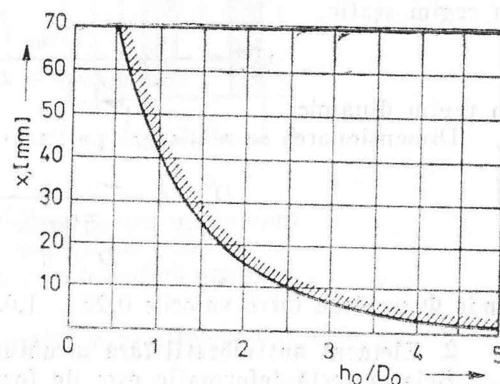


Fig. 9.19. Curba limită de flambaj.

centuală $\mathcal{D}$, cît și tensiunea la forfecare, ce apare ca urmare a alunecării relative a straturilor de cauciuc, influențează considerabil și în mod direct proporțional căldura degajată.

În figura 9.20 se ilustrează modalitatea de apariție a tensiunii de forfecare la lunecarea straturilor de cauciuc, atît la solicitarea globală de compresiune, cît și la solicitarea de forfecare.

Pentru calculul temperaturii elementelor antivibratile din cauciuc de formă paralelipipedică, solicitate dinamic, se prezintă într-o formă adaptată metoda lui H. Türk [41]. Astfel, se consideră un element de cauciuc cu armături metalice, de formă paralelipipedică, avînd suprafața armăturii S și înălțimea totală $h_0 + 2\,h_1$, unde h_0 este înălțimea stratului de cauciuc, iar h_1 este grosimea unei armături metalice (fig. 9.21).

Fluxul termic specific este definit sub forma:

$$\Phi = q^*/V, \tag{9.136}$$

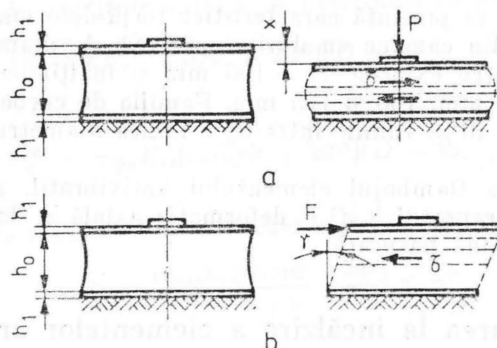


Fig. 9.20. Schematizarea apariției tensiunii la lunecarea straturilor de cauciuc: a — solicitare la compresiune; b — solicitare la forfecare.

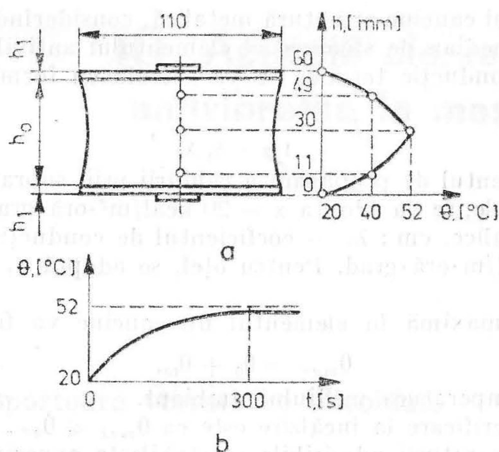


Fig. 9.21. Distribuția temperaturii la un element antivibratil din cauciuc solicitat în regim dinamic la compresiune :

a — distribuția temperaturii în punctele caracteristice ; *b* — evoluția temperaturii în timp.

unde q^* este fluxul termic din interiorul elementului antivibratil ; V — volumul elementului antivibratil.

Ținînd seama de proprietățile de disipare internă a energiei mecanice și de mărimea solicitării la lunecare transversală, fluxul termic specific are expresia :

$$\Phi = \frac{\omega \tau^2 \mathcal{D}}{35\,600 G} \text{ [kcal/oră·cm}^3\text{]}, \tag{9.137}$$

în care ω este pulsația mișcării forțate, oscil/min ; τ — tensiunea la forfecare, daN/cm² ; G — modulul de elasticitate transversal, daN/cm² ; $\mathcal{D}$ — amortizarea procentuală, %.

În tabelul 9.9, se prezintă valorile amortizării procentuale funcție de duritatea cauciucului.

Tabelul 9.9

Amortizarea procentuală

Duritate cauciuc, [°Sh (A)]	40	45	50	55	60	65	70	75
$\mathcal{D}$ [%]	6	8	10	12	15	19	24	31

Temperatura maximă, numai datorită efectului solicitării dinamice, notată cu θ_ω are expresia :

$$\theta_\omega = \frac{\Phi}{2\lambda_0}\left(\frac{h_0}{2}\right)^2 + \frac{\Phi}{k}\cdot\frac{h_0}{2} \text{[°C]}, \tag{9.138}$$

unde h_0 este grosimea (înălțimea) stratului de cauciuc, cm ; λ_0 — coeficientul de conducție termică a cauciucului, kcal/m·oră·grad. Pentru cauciuc antivibratil, se adoptă valoarea $\lambda_0 = 0{,}15$ kcal/m·oră·grad ; k — coeficientul specific total de transfer termic, kcal/m²·oră·grad.

Pentru sistemul cauciuc-armătură metalică, considerînd că izvorul termic se află în planul median de simetrie al elementului antivibratil, coeficientul specific total de conducție termică se va calcula cu formula :

$$k = \frac{1}{1/\alpha + h_1/\lambda_1}, \qquad (9.139)$$

unde α este coeficientul de propagare a căldurii prin suprafață, kcal/m²·oră·grad. Pentru calcule, se va adopta $\alpha = 20$ kcal/m²·oră·grad ; h_1 — grosimea unei armături metalice, cm ; λ_1 — coeficientul de conducție termică a armăturii metalice, kcal/m·oră·grad. Pentru oțel, se adoptă $\lambda_1 = 45$ kcal/m·oră·grad.

Temperatura maximă în elementul de cauciuc va fi dată de relația :

$$\theta_{max} = \theta_0 + \theta_\omega, \qquad (9.140)$$

în care θ_0 este temperatura mediului ambiant.

Condiția de verificare la încălzire este ca $\theta_{max} \leqslant \theta_{adm}$.

Valoarea temperaturii admisibile se stabilește experimental, funcție de cauciuc și de configurația geometrică a elementului antivibratil. De regulă, se adoptă valoarea $\theta_{adm} = 60°C$.

Exemplu de calcul

Să se verifice la încălzire elementul antivibratil cu înălțimea stratului de cauciuc $h_0 = 6{,}5$ cm, grosimea armăturii din oțel $h_1 = 0{,}8$ cm, care este supus unui regim dinamic, caracterizat prin pulsația $\omega = 660$ oscil/min și cu amplitudinea $A = y_{max} = 0{,}7$ cm, la forfecare. Se cunoaște duritatea cauciucului de 45° Sh A.

Mod de lucru

Se stabilesc constantele fizico-mecanice, astfel : amortizarea procentuală, $\mathcal{D} = 8\%$; modulul de elasticitate transversal, $G = 5{,}5$ daN/cm² ; coeficienții de conducție termică ($\lambda_0 = 0{,}5$ kcal/m·oră·grad ; $\lambda_1 = 45$ kcal/m·oră·grad) ; coeficientul de propagare a căldurii prin suprafață ($\alpha = 20$ kcal/m²·oră·grad). Se stabilește $\theta_0 = 20°C$, temperatura mediului ambiant.

a) Se calculează coeficientul specific total de transfer termic k, cu formula (9.139), astfel :

$$k = \frac{1}{1/20 + 0{,}008/45} = 19{,}92 \text{ kcal/m}^2\cdot\text{oră}\cdot\text{grad}.$$

b) Se stabilește înălțimea totală a elementului antivibratil h :

$$h = h_0 + 2h_1 ; \; h = 6{,}5 + 2\cdot 0{,}8 = 8{,}1 \text{ cm}.$$

c) Se calculează tensiunea maximă la forfecare :

$$\tau = G y_{max}/h ; \; \tau = 5{,}5(0{,}7/8{,}1) = 0{,}475 \text{ daN/cm}^2.$$

d) Se calculează fluxul termic specific cu formula (9.137), astfel :

$$\Phi = 660\cdot 0{,}475^2\cdot 8/(35\,600\cdot 5{,}5) = 6\,084\cdot 10^{-6} \text{ kcal/oră}\cdot\text{cm}^3 \text{ sau } \Phi = 6\,084 \text{ kcal/oră}\cdot\text{m}^3.$$

e) Se calculează temperatura θ_ω datorită regimului dinamic, prin aplicarea formulei (9.138) :

$$\theta_\omega = \frac{6\,084 \text{ kcal/oră}\cdot\text{m}^3}{2\cdot 0{,}15 \text{ kcal/m}\cdot\text{oră}\cdot\text{grad}}\left(\frac{0{,}065}{2^2}\right)^2 \text{m}^2 + \frac{6\,084 \text{ kcal/oră}\cdot\text{m}^3}{19{,}92 \text{ kcal/m}^2\cdot\text{oră}\cdot\text{grad}}\cdot\frac{0{,}065 \text{ m}}{2};$$

$$\theta_\omega = 21{,}42 + 9{,}92 = 31{,}34°C.$$

f) Temperatura maximă θ_{max} se determină cu formula (9.140), astfel :

$$\theta_{max} = 20 + 31{,}34 = 51{,}34°C < 60°C.$$

Se constată că elementul antivibratil se verifică la condiția de încălzire.

10. Aplicații ale teoriei izolării antivibrații la mașini și utilaje

10.1. Transportoare vibratoare elicoidale

Transportoarele vibratoare elicoidale sînt destinate pentru realizarea procesului tehnologic de ridicare pe verticală a sarcinilor individuale sau a materialelor vărsate. Deoarece se pretează la tehnologiile automatizate, transportoarele devin utilaje de neînlocuit în industriile de proces cu flux continuu de producție. Astfel, în industria constructoare de mașini, acestea sînt folosite ca alimentatoare pentru ordonarea și poziționarea pieselor în vederea menținerii fluxului la parametri impuși de mașinile sau sistemele automate de prelucrare. De asemenea, în cazul materialelor pulverulente sau granulare, transportoarele vibratoare elicoidale realizează, odată cu ridicarea materialului, și prelucrarea tehnologică a acestuia (încălzire, uscare, umezire etc.).

10.1.1. **Soluția constructivă.** Utilajul se compune (fig. 10.1) dintr-un tub central portant vertical *1*, pe exteriorul căruia se află fixat un jgheab elicoidal de transport *2*. Unghiul de înclinare a spirei jgheabului este cuprins între 2° și 10°. Mișcarea vibratorie a utilajului este realizat cu ajutorul a două vibroexcitatoare inerțiale *3* plasate, de regulă, la partea inferioară a transportorului. Rezemarea transportorului, la partea inferioară, se face printr-un set de elemente elastice de cauciuc *4*.

10.1.2. **Parametrii dinamici funcționali.** Pentru a realiza corelarea parametrilor dinamici funcționali cu cei constructivi și tehnologici, este necesară adaptarea unui model capabil să reflecte cît mai fidel rezultatele teoretice cu cele experimentale. Astfel, la transportoarele vibratoare elicoidale, efectul de avans al materialului pe jgheab are loc ca urmare a generării a două mișcări simultane și anume: una pe verticală și cealaltă în plan orizontal. Cele două mișcări sînt întreținute datorită existenței unei forțe perturbatoare armonice verticale și a unui cuplu de moment armonic, ambele fiind defazateîn cvadratură. Modelul dinamic poate fi schematizat ca un sistem cu două grade de libertate z și φ, mișcările de vibrare fiind cuplate. Pentru anumite condiții con-

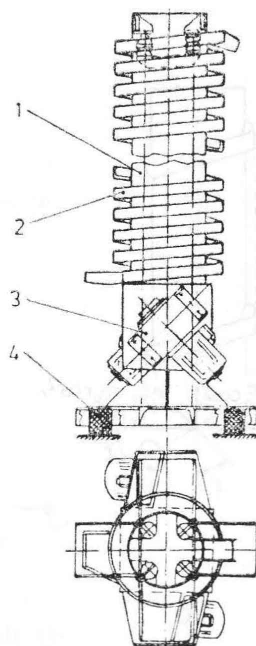


Fig. 10.1. Transportor vibrator elicoidal.

structive impuse în alcătuirea utilajului, se poate realiza decuplarea modurilor de vibrare după coordonatele z și φ, tratîndu-se separat fiecare mișcare în parte.

Pentru mișcarea pe verticală, avem ecuația diferențială sub forma:

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + p^2 z = (F_0/m) \sin \omega t, \tag{10.1}$$

cu soluția:
$$z = \left(\frac{F_0}{mp^2}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2/p^2)^2 + 4\omega^2 n^2/p^4}} \sin(\omega t - \theta), \tag{10.2}$$

în care
$$A_z = \frac{F_0}{mp^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2/p^2)^2 + 4\omega^2 n^2/p^4}}; \tag{10.3}$$

A_z este amplitudinea mișcării pe verticală.

Pentru mișcarea vibratorie, în plan orizontal, se determină torsorul perturbator, redat în figura 10.2. Astfel, vom avea:

$$F_z = 2m_0 r\omega^2 \cos \gamma \sin \omega t; \tag{10.4}$$

$$M_{0z} = 2m_0 r\omega^2 a \sin \gamma \sin \omega t. \tag{10.5}$$

Ecuația diferențială a mișcării vibratorii în plan orizontal, neglijînd amortizarea, este:

$$J\ddot{\varphi} = M_{0y}, \tag{10.6}$$

cu soluția
$$\varphi = (2m_0 ra/J) \sin \gamma \sin \omega t, \tag{10.7}$$

în care J este momentul de inerție al mașinii față de axa verticală de simetrie; φ — deplasarea unghiulară în plan orizontal; $m_0 r$ — momentul static total al

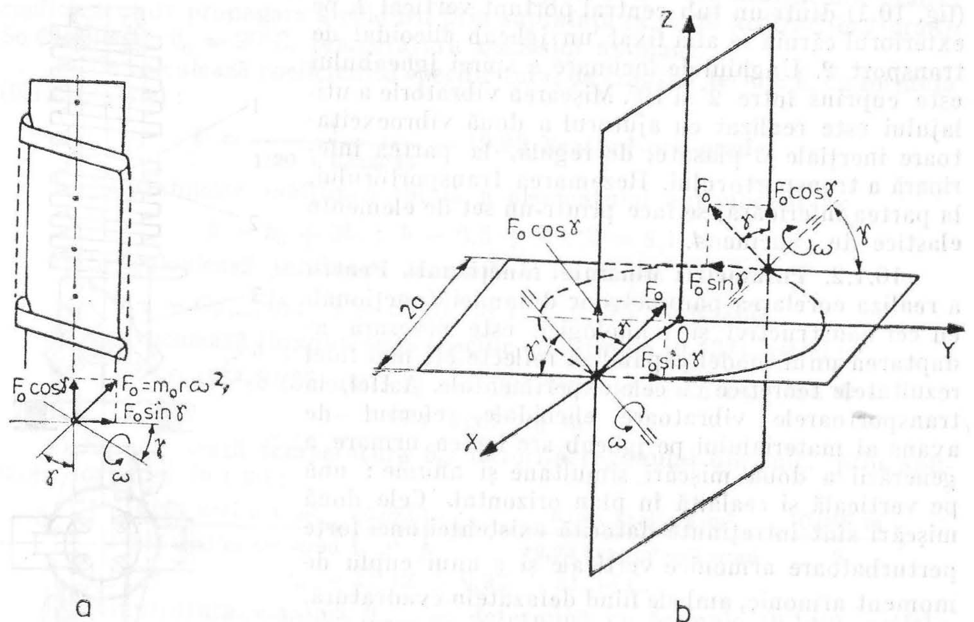


Fig. 10.2. Schema forțelor inerțiale de excitație:
a — localizarea forțelor; b — sistemul de forțe localizat la un refențial triortogonal.

maselor excentrice de dezechilibrare ale vibratoarelor ; γ — unghiul format de axa vibratoarelor cu planul orizontal (fig. 10.3) ; $2a$ — distanţa dintre axele vibratoarelor (fig. 10.3).

Deplasarea x în plan orizontal a unui punct situat pe un cerc de rază R a jgheabului elicoidal este :

$$x = R\varphi = (2m_0raR/J) \sin \gamma \sin \omega t. \quad 10.8)$$

Unghiul de aruncare β corespunzător razei R a jgheabului este dat de

$$\operatorname{tg} \beta = z/x, \quad (10.9)$$

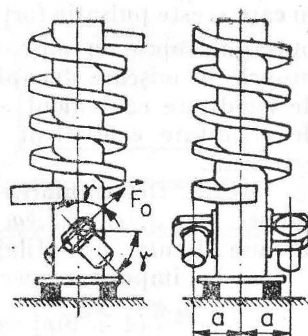


Fig. 10.3. Schema de poziţionare a vibratoarelor.

unde $z = (2m_0r/m) \cos \gamma \sin \omega t$ pentru situaţia generală a funcţionării maşinii în postrezonanţă ($\omega > p$). Se menţionează că deoarece regimul de funcţionare se află în postrezonanţă (fig. 10.4), amplitudinile corespunzătoare celor două mişcări sînt :

$$A_z = (2m_0r/m) \cos \gamma ;$$
$$A_\varphi = (2m_0ra/J) \sin \gamma. \quad (10.10)$$

Relaţiile sînt valabile numai pentru condiţia

$$\omega = (2 \div 3)p_z ; \ \omega = (2 \div 9)p_\varphi, \quad (10.11)$$

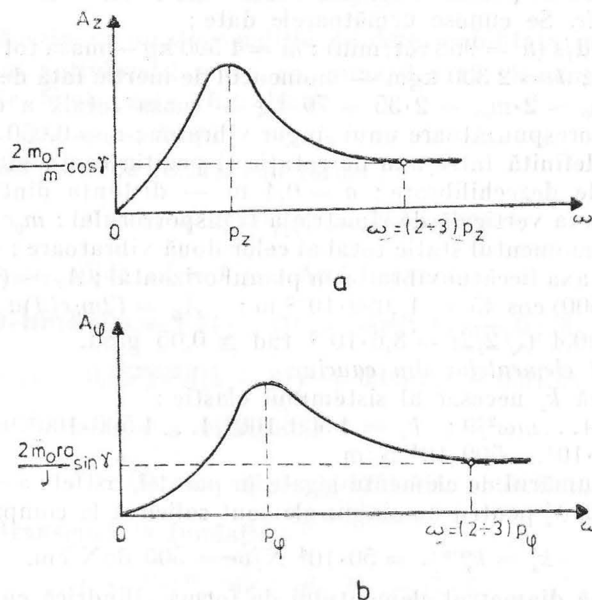


Fig. 10.4. Curbele de variaţie a amplitudinii vibraţiilor decuplate funcţie de pulsaţia excitatoare : *a* — vibraţii de translaţie verticale ; *b* — vibraţii unghiulare.

în care ω este pulsaţia forţei perturbatoare în regim tehnologic ; $p_z = \sqrt{k_z/m}$ — pulsaţia proprie în mişcarea decuplată pe verticală ; $p_\varphi = \sqrt{k_\varphi/J}$ — pulsaţia proprie în mişcare decuplată de vibrare în plan orizontal ; k_z — coeficientul de rigiditate echivalent al întregului sistem după axa z ; k_φ — coeficientul de rigiditate echivalent al întregului sistem la vibraţii torsionale în plan orizontal.

10.1.3. **Determinarea caracteristicilor sistemului elastic de rezemare.** Se cunosc : m, J, ω, m_0r, a, γ. Elementele din cauciuc sînt de formă cilindrică dispuse circular sub utilaj şi sînt solicitate la compresiune şi forfecare.

a) Se impune respectarea condiţiei (10.11) din care avem :

$$\omega^2 = (4 \div 9)p_z^2 \text{ sau } \omega^2 = (4 \div 9)\ k_z/m\ ;\ \omega^2 = (4 \div 81)k_\varphi/J,$$

de unde se obţine : $k_z = m\omega^2/(4 \div 9)$; $k_\varphi = J\omega^2/(4 \div 81)$.

b) Coeficienţii de rigiditate la compresiune k_z' şi forfecare k_φ', pentru un element din cauciuc, sînt :

$$k_z' = (1/s)k_z\ ;\ k_\varphi' = (1/s)k_\varphi.$$

unde s este numărul elementelor identice din cauciuc legate în paralel.

c) Încărcarea statică pentru un singur element este dată de relaţia

$$P = (1/s)mg.$$

d) Încărcarea dinamică ce revine unui singur element este

$$P_{din} = k_z'A_z, \text{ la compresiune ;}$$

$$F_{din} = k_\varphi'A_\varphi, \text{ la forfecare.}$$

10.1.4. **Calculul parametrilor sistemului antivibratil**

Date iniţiale. Se cunosc următoarele date :

$\omega = 100$ rad/s ($n = 955$ rot/min) ; $m = 4\,500$ kg — masa totală a transportului în sarcină ; $J = 2\,300$ kgm — momentul de inerţie faţă de axa verticală de simetrie ; $m_0 = 2 \cdot m_{01} = 2 \cdot 35 = 70$ kg — masa totală a elementelor de dezechilibrare corespunzătoare unui singur vibrator ; $r = 0{,}050$ m — mărimea excentricităţii definită între axa de rotaţie şi poziţia centrului de greutate a unui element de dezechilibrare ; $a = 0{,}4$ m — distanţa dintre planul axei vibratorului şi axa verticală de simetrie a transportorului ; $m_0r = 70 \cdot 0{,}050 = 3{,}5$ kg m — momentul static total al celor două vibratoare ; $\gamma = 45°$ — unghiul format de axa fiecărui vibrator în planul orizontal ; $A_z = (2m_0r/m)\cos\gamma$; $A_z = (2 \cdot 3{,}5/4\,500)\cos 45 = 1{,}099 \cdot 10^{-3}$ m ; $A_\varphi = (2m_0r/J)a \sin\gamma$; $A = (2 \cdot 3{,}5/2\,300)0{,}4\ (\sqrt{2/2}) = 8{,}6 \cdot 10^{-3}$ rad $\cong 0{,}05$ grad.

a) *Calculul elementelor din cauciuc*

— Se calculează k_z necesar al sistemului elastic :

$k_z = m\omega^2/4 \ldots m\omega^2/9$; $k_z = 4\,500 \cdot 100^2/4 \ldots 4\,500 \cdot 100^2/9$; $k_z = 1\,125 \cdot 10^4 \ldots 500 \cdot 10^4$ N/m.

— Se adoptă numărul de elemente legate în paralel, astfel : $s = 10$ buc.

— Se calculează k_z' pentru un singur element solicitat la compresiune :

$$k_z' = k_z^{min}/s = 50 \cdot 10^4 \text{ N/m} = 500 \text{ daN/cm}.$$

— Se determină diametrul elementului de formă cilindrică cu secţiune plină (cu formula (9.12)) :

$$d = \frac{k_z'}{\pi E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]} = \frac{500}{3{,}14 \cdot 23[(2/3) \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}5^3]} = 11{,}93\ ;\ d = 12 \text{ cm}.$$

— Înălţimea elementului h_0, pentru $\Phi = 0,5$, va fi :

$$h_0 = d/(4\Phi) = 12/(4 \cdot 0,5) = 6 \text{ cm.}$$

— Se verifică elementul de rezistenţă :

$\sigma = 4mg/(\pi d^2 s) \leqslant \sigma_a$, unde $\sigma_a = 4,5$ daN/cm² din tabelul 9.3 ;

$\sigma = 4 \cdot 4\,500/(\pi \cdot 12^2 \cdot 10) = 3,98$ daN/cm² $< 4,5$ daN/cm².

— Se verifică elementul la deformaţia maximă :

$$x_{din} = \frac{P_1'}{\pi \varphi_a d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]} \leqslant$$

$\leqslant h_0 \varepsilon_a$, unde $\varepsilon_a = 10\%$;

$$x_{din} = \frac{450}{3,14 \cdot 1,05 \cdot 12 \cdot 23[(2/3)0,5 + 2 \cdot 0,5^3]} >$$

$> 6 \cdot 0,1 \Leftrightarrow 0,855 > 0,6$; nu verifică condiţia.

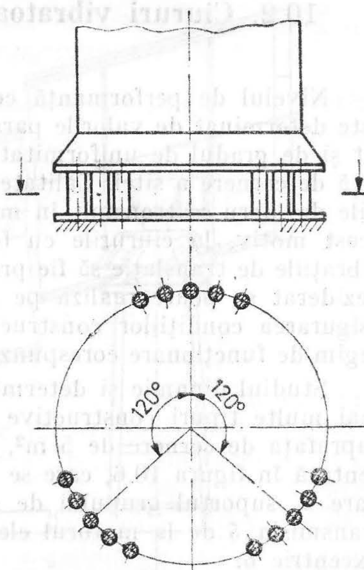


Fig. 10.5. Schema de amplasare a elementelor antivibratile în sistemul de rezemare.

— Se măreşte numărul de elemente $s = 15$ buc :

$$x_{din} = \frac{300}{3,14 \cdot 1,05 \cdot 12 \cdot 23[(2/3)0,5 + 2 \cdot 0,5^3)]} < 0,6 \text{ ; } 0,57 < 0,6.$$

Rezultă că este verificată condiţia de deformabilitate impusă.

— Sistemul antivibratil se va compune din 15 elemente dispuse în 3 grupuri de cîte 5 elemente (fig. 10.5).

b) *Calculul transmisibilităţii*

— Se aplică formula (8.21), sub forma :

$$T = (1 + \delta_G^2)^{1/2}/[(1 - \Omega^2)^2 + \delta_G^2]^{1/2},$$

în care $\Omega = \omega/\omega_0$, unde $\omega_0^2 = k_z/m$. Astfel, avem :

$\omega_0^2 = 500 \cdot 10^4/4\,500 = 1\,111$; $\Omega^2 = 100^2/1\,111 = 9$; $\delta_G = 0,05$, din tabelul 9.7 ; $T = (1 + 0,05^2)^{1/2}/[(1 - 81)^2 + 0,05^2]^{1/2} = 0,0125$.

— Gradul de izolare a vibraţiilor :

$$I = (1 - T) \cdot 100 \text{ ; } I = (1 - 0,0125) \cdot 100 = 98,75\%.$$

— Forţa transmisă la fundaţie :

$$T = F_T/F_0, \text{ de unde } F_T = F_0 \cdot T,$$

în care
$$F_0 = 2m_0 r \omega^2.$$

Deci vom avea :

$$F_T = 2m_0 r \omega^2 T, \text{ sau } F_T = 2 \cdot 3,5 \cdot 100^2 \cdot 0,0125 = 875 \text{ N.}$$

10.2. Ciururi vibratoare inerţiale

Nivelul de performanţă ce caracterizează ciururile vibratoare inerţiale este determinat de valorile parametrilor de vibrare (amplitudine, frecvenţă), cît şi de gradul de uniformitate a transmiterii vibraţiilor pe întreaga suprafaţă de cernere a sitei. Calitatea cernerii este cu atît mai bună, cu cît vibraţiile de lucru se transmit în mod uniform pe întreaga suprafaţă a sitei. Din acest motiv, la ciururile cu forţă perturbatoare rotitoare, este necesar ca vibraţiile de translaţie să fie predominante în raport cu cele de rotaţie. Acest deziderat se poate realiza pe baza calculului parametrilor dinamici pentru asigurarea condiţiilor constructive şi funcţionale capabile să determine un regim de funcţionare corespunzător.

Studiul dinamic şi determinările experimentale au fost efectuate pentru mai multe tipuri constructive de ciururi inerţiale cu forţă rotitoare, avînd suprafaţa de cernere de 5 m², 10 m² şi 12 m². Soluţia constructivă este prezentată în figura 10.6, care se compune din cutia cu site *1*, grupul de acţionare *2*, suportul grupului de acţionare *3*, sistemul de rezemare elastică *4*, transmisia *5* de la motorul electric la arborele ciurului şi volantul cu masa excentric *6*.

10.2.1. **Modelul dinamic.** Pentru ciururile inerţiale cu forţă perturbatoare rotitoare, s-a adoptat schematizarea din figura 10.7, caracterizată prin următoarele particularităţi :

— ciurul este considerat corp solid rigid cu două plane de simetrice XCY şi YCZ.

— rezemarea este realizată cu elemente elastice ortogonale, caracterizate prin coeficienţii de rigiditate k_x şi k_y ;

— excitaţia de tip inerţial prin forţa rotitoare de modul P_0 ;

— axa de rotaţie a forţei rotitoare este paralelă cu axa CY, iar poziţia punctului O este definită prin coordonatele x_0 şi z_0 ;

— forţele şi cuplurile ce acţionează asupra corpului sînt :

$$F_x = P_0 \cos \omega t ; \qquad M_{CX} = 0 ;$$
$$F_y = 0 ; \qquad M_{CY} = P_0(z_0 \cos \omega t - x_0 \sin \omega t) ;$$
$$F_z = P_0 \sin \omega t ; \qquad M_{CZ} = 0.$$

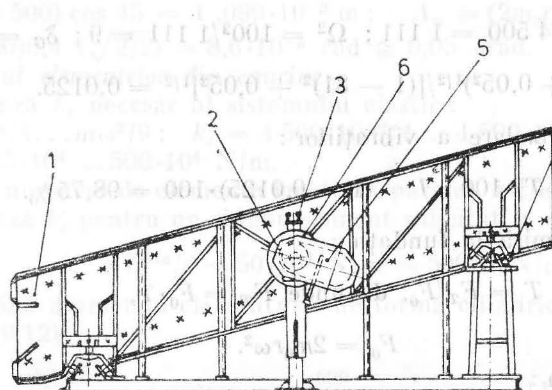
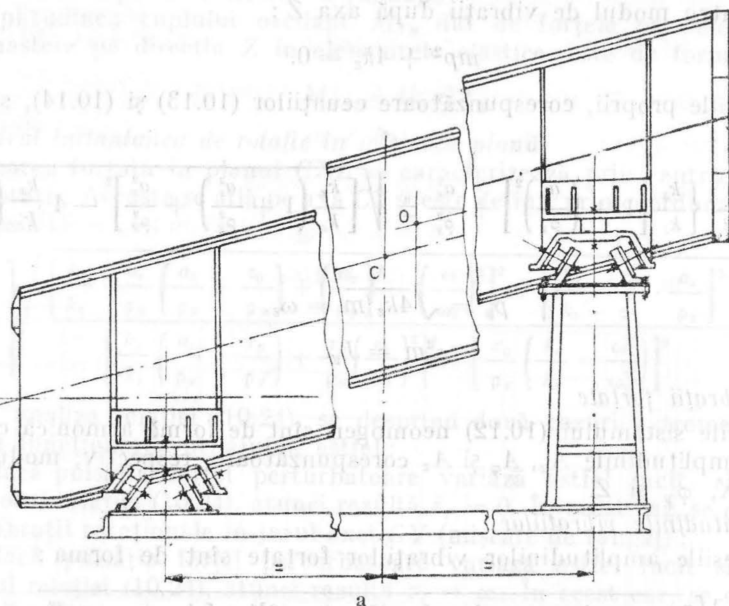


Fig. 10.6. Ciur vibrator inerţial.



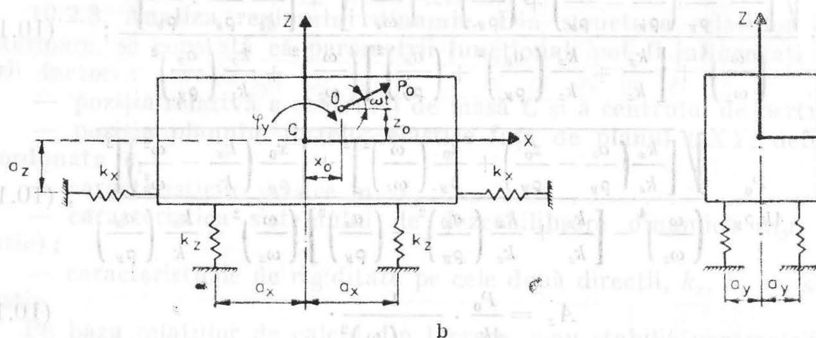


Fig. 10.7. Schema de calcul :
a — schematizarea ciurului vibrator ; *b* — modelul dinamic.

10.2.2. **Ecuațiile diferențiale de mișcare.** Deoarece sînt excitate numai modurile de vibrație după direcțiile X, Z și φ_y, ținînd seama de relațiile (5.42...5.44), ecuațiile diferențiale de mișcare pot fi scrise sub forma :

$$m\ddot{X} + 4k_xX + 4a_z\,k_x\varphi_y = P_0 \cos \omega t\,;$$

$$J_y\ddot{\varphi}_y + 4\varphi_y(k_z a_z^2 + k_x a_z^2) + 4k_x a_z X = P_0 l \sin(\omega t - \alpha)\,; \qquad (10.12)$$

$$m\ddot{Z} + 4k_z Z = P_0 \sin \omega t, \text{ unde } M_{CY} = M_0 \sin(\omega t - \alpha)\,;\; l = \sqrt{x_0^2 + z_0^2}\,;$$

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg}(z_0/x_0).$$

a) *Vibrații libere*

Pe baza relațiilor (5.51), se obține ecuația pulsațiilor proprii, astfel :

— pentru modurile de vibrații cuplate X și φ_y :

$$\left(\frac{p}{\omega_z}\right)^4 - \left[\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z}\right]\left(\frac{p}{\omega_z}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 = 0\,; \qquad (10.13)$$

— pentru modul de vibrații după axa Z:

$$mp^2 + 4k_z = 0. \qquad (10.14)$$

Pulsațiile proprii, corespunzătoare ecuațiilor (10.13) și (10.14), sînt date de relațiile:

$$\frac{p^2_{x,\varphi_y}}{\omega_z^2} = \frac{1}{2}\left\{\frac{k_x}{k_z}\left[1 + \left(\frac{a_z}{\rho_y}\right)^2\right] + \frac{a_x^2}{\rho_y^2} \pm \sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z}\left(1 + \frac{a_z^2}{\rho_y^2}\right) + \frac{a_x^2}{\rho_y^2}\right]^2 - 4\,\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2}\right\}; \qquad (10.15)$$

$$p_z = \sqrt{4k_z/m} = \omega_z, \qquad (10.16)$$

unde $\rho_y^2 m = J_y$.

b) *Vibrații forțate*

Soluțiile sistemului (10.12) neomogen sînt de formă armonică cu pulsația ω și amplitudinile A_x, A_φ și A_z corespunzătoare, respectiv, modurilor de vibrație X, φ_y și Z.

Amplitudinile vibrațiilor

Expresiile amplitudinilor vibrațiilor forțate sînt de forma:

$$A_x = \frac{P_0}{4k_z}\cdot\frac{\sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z}\,\frac{a_z}{\rho_y}\left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{z_0}{\rho_y}\right) + \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2\right]^2 + \left[\frac{k_x}{k_z}\,\frac{x_0}{\rho_y}\cdot\frac{a_0}{\rho_y}\right]^2}}{\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^4 + \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_z}{\rho_y}\right)^2 + \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2\right]\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2 + \frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2}; \qquad (10.17)$$

$$A_\varphi = \frac{P_0}{4k_z\rho_y}\cdot\frac{\sqrt{\left[\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{z_0}{\rho_y}\right) + \frac{z_0}{\rho_y}\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2\right]^2 + \left[\frac{x_0}{\rho_y}\left(\frac{k_x}{k_z} - \frac{\omega^2}{\omega_z^2}\right)\right]^2}}{\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^4 - \left[\frac{k_x}{k_z} + \frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_z}{\rho_y}\right)^2 - \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2\right]\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2 + \frac{k_x}{k}\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2}; \qquad (10.18)$$

$$A_z = \frac{P_0}{4k_z}\cdot\frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2}. \qquad (10.19)$$

Forța transmisă la fundație

Expresia amplitudinii forței totale F_{tx} (pentru cele patru reazeme), care se transmite la fundație prin intermediul elementelor elastice pe direcția X, este de forma:

$$F_{tx} = 4k_x\sqrt{A_x^2 - 2a_z A_x A_\varphi \cos(\psi_x - \psi_\varphi) + a_z^2 A_\varphi^2}; \qquad (10.20)$$

în care

$$\operatorname{tg}\psi_x = \frac{\frac{k_x}{k_z}\,\frac{a_z}{\rho_y}\left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{z_0}{\rho_y}\right) + \left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2}{\frac{k_x}{k_z}\cdot\frac{a_z}{\rho_y}\cdot\frac{x_0}{\rho_y}}; \qquad (10.21)$$

$$\operatorname{tg}\psi_\varphi = \frac{\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_z}{\rho_y} - \frac{z_0}{\rho_y}\right) + \frac{z_0}{\rho_y}\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2}{\frac{x_0}{\rho_y}\left[\frac{k_x}{k_z} - \left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2\right]}. \qquad (10.22)$$

Momentul cuplului transmis la fundație

Amplitudinea cuplului oscilant M_{ty} dat de forțele paralele și opuse, ce iau naștere pe direcția Z în elementele elastice, este de forma:

$$M_{ty} = 4k_z a_x^2 A_\varphi. \quad (10.23)$$

Centrul instantaneu de rotație în mișcarea plană

Mișcarea forțată în planul CXZ se caracterizează prin centrul instantaneu de rotație. Aceasta se află pe axa CZ și este definit prin coordonata z_I dată de expresia:

$$Z_I = \rho_y \sqrt{\frac{\left[\frac{k_x}{k_z}\cdot\frac{a_z}{\rho_y}\left(\frac{a_z}{\rho_y}+\frac{z_0}{\rho_y}\right)+\left(\frac{a_x}{\rho_y}\right)^2-\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2\right]^2+\left[\frac{k_x}{k_z}\cdot\frac{x_0}{\rho_y}\cdot\frac{a_z}{\rho_y}\right]^2}{\left[\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{a_z}{\rho_y}-\frac{x_0}{\rho_y}\right)+\frac{x_0}{\rho_y}\left(\frac{\omega}{\omega_z}\right)^2\right]^2+\left[\frac{x_0}{\rho_y}\left(\frac{k_x}{k_z}-\frac{\omega^2}{\omega_z^2}\right)\right]^2}}. \quad (10.24)$$

Din analiza relației (10.24), se desprind două cazuri extreme care pot influența funcționarea utilajului, astfel:

a) dacă pulsația forței perturbatoare variază astfel încît să anuleze numărătorul relației (10.24), atunci rezultă $z_I = 0$. În acest caz, se efectuează numai vibrații rotaționale în jurul axei CY (mișcare de tangaj);

b) dacă pulsația forței perturbatoare variază astfel încît să anuleze numitorul relației (10.24), atunci rezultă $z_I \to \infty$. În acest caz, se efectuează numai vibrații de translație pe direcția CX.

10.2.3. **Analiza regimului dinamic.** Din structura relațiilor de calcul anterioare, se constată că parametrii funcționali pot fi influențați de următorii factori:

— poziția relativă a centrului de masă C și a centrului de perturbare O;

— poziția planului forțelor elastice față de planul CXY, definită prin coordonata a_z;

— caracteristicile masice m, J_y;

— caracteristica sistemului de dezechilibrare dinamică m_0r (moment static);

— caracteristicile de rigiditate pe cele două direcții, k_x, k_z ale sistemului elastic.

Pe baza relațiilor de calcul din lucrare, s-au stabilit parametrii funcționali pentru ciururile de 12 m² și 5 m².

La ciurul de 12 m² principalii parametri sînt următorii:

$k_x = 1\,220\cdot10^3$ N/m; $k_z = 104\cdot10^4$ N/m; $J_y = 36\,800$ kg m²;

$m = 6\,500$ kg; $\rho_y = 2{,}38$ m;

$a_x = 2{,}17$ m; $a_z = 0{,}6$ m; $x_0 = 0{,}03$ m; $z_0 = 0{,}01$ m;

$m_0r = 26$ kg m; $\omega = 0\ldots120$ rad/s.

Pe baza valorilor și a modificărilor pulsației ω în intervalul indicat, au fost trasate curbele de variație a amplitudinilor A_x și A_φ funcție de pulsație (fig. 10.8). Se remarcă faptul că, pentru $\omega = 84$ rad/s, valoarea pulsației de funcționare a utilajului, regimul dinamic este stabil și predomină vibrațiile de translație comparativ cu cele de rotație. Pentru $\omega = 84$ rad/s, s-au obținut următorii parametri:

$A_x = 4\cdot10^{-3}$ m; $A_\varphi = 25\cdot10^{-6}$ rad; $A_z = 4\cdot10^{-3}$ m;

$F_{tx} = 1\,951$ N; $M_{ty} = 124$ N·m; $z_I = 160$ m.

Pe baza valorilor și a modificării pulsației ω în intervalul indicat, au fost trasate curbele de variație a amplitudinilor A_x și A_φ funcție de pulsație (fig. 10.8). Se remarcă faptul că, pentru $\omega = 69$ rad/s, valoarea pulsației de funcționare a utilajului, regimul dinamic este stabil și predomină vibrațiile de translație comparativ cu cele de rotație. Pentru $\omega = 69$ rad/s s-au obținut următorii parametrii :

$$A_x = 3\cdot10^{-3}\ \text{m}; \quad A_\varphi = 59\cdot10^{-5}\ \text{rad}; \quad A_z = 3\cdot10^{-3}\ \text{m};$$

$$F_{tx} = 3\,354\ \text{N}; \quad M_{ty} = 149\ \text{N/m}; \quad z_t = 6{,}26\ \text{m}.$$



Pulsațiile proprii sînt date de valorile :

$$p_x = 26 \text{ rad/s}; \quad p_{\varphi_y} = 12{,}4 \text{ rad/s}; \quad \omega_z = 15{,}68 \text{ rad/s}.$$

10.2.4. **Calculul sistemului de izolare antivibratilă.** După stabilirea parametrilor inerțiali (masa și momentul de inerție față de axa transversală ce trece prin centrul de greutate C), se determină parametrii elastici k_x, k_z din condițiile :

$$\omega/p_x \in [2{,}5;\ 10];\ \omega/p_{\varphi_y} \in [5,\ 12];\ \omega/\omega_z \in [4,\ 10].$$

În relația (10.15) au fost modificați parametrii k_x, k_z, prin tatonare, pînă cînd s-au obținut valorile pulsațiilor proprii p_x, p_{φ_y} și ω_z în intervalele prescrise.

De exemplu, la ciurul de 12 m², prevăzut cu patru grupuri de rezemare, fiecare grup cu cîte două elemente de cauciuc înclinate, calculul decurge astfel :

a) Se stabilește coeficientul de rigiditate pe cele două dircții O_{1z} și O_{1x} pentru un singur grup de rezemare, astfel :

$$k_{z1} = n(k_c \cos^2\alpha + k_f \sin^2\alpha) = k_z/4,$$

$$k_{x1} = n(k_c \cos^2\beta + k_f \sin^2\beta) = k_x/4,$$

în care k_c este coeficientul de rigiditate la compresiune pentru un element antivibratil, după axa On ; k_f — coeficientul de rigiditate la forfecare pentru același element antivibratil la forfecare, după axa Ot (fig. 10.9) ; n — numărul de elemente identice, din componența unui grup de rezemare, legate în paralel.

Din relațiile de mai sus, rezultă :

$$k_c \cos^2\alpha + k_f \sin^2\alpha = (1/4n)k_z;\ k_c \cos^2\beta + k_f \sin^2\beta = (1/4n)k_x.$$

De regulă, se adoptă unghiurile $\alpha = 60°$ și $\beta = 30°$ pentru o bună durabilitate, așa încît avem ·

$$(1/4)k_c + (3/4)k_f = (1/8)k_z;\ (3/4)k_c + (1/4)k_f = (1/8)k_x,$$

de unde rezultă : $k_c = [1/(8n)](3k_x - k_z)$; $k_f = [1/(8n)](3k_z - k_x)$.

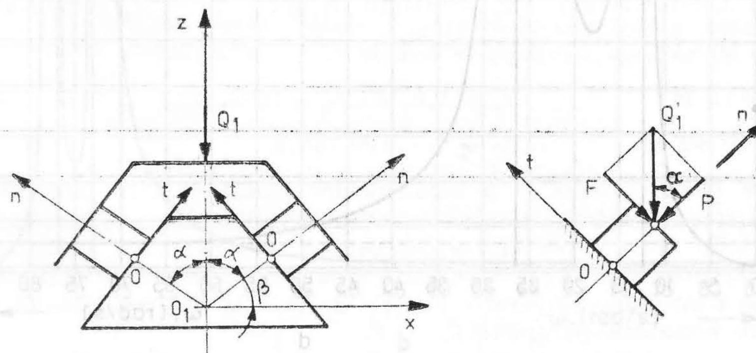


Fig. 10.9. Schema forțelor la un element din cauciuc montat înclinat față de direcția de solicitare.

Soluţiile sînt posibile pentru $k_c > 0$ şi $k_f > 0$, adică atunci cînd este îndeplinită condiţia :

$$k_{z/3} < k_x < 3k_z.$$

Pentru ciurul vibrator de 12 cm², din tatonări, a rezultat $k_x = 122 \cdot 10^4$ N/m şi $k_z = 104 \cdot 10^4$ N/m şi se constată că relaţia anterioară este satisfăcută

$$(104/3)10^4 < 122 \cdot 10^4 < 3 \cdot 104 \cdot 10^4.$$

b) Coeficienţii k_c şi k_f pentru un element antivibratil sînt :

$$k_c = [1/(8 \cdot 4)](3 \cdot 122 - 104)10^4 = 8{,}18 \cdot 10^4 \text{ N/m} ;$$

$$k_f = [1/(8 \cdot 4)](3 \cdot 104 - 122)10^4 = 5{,}93 \cdot 10^4 \text{ N/m}.$$

c) Se adoptă un element antivibratil de secţiune circulară plină, pentru care se ia $\Phi = 0{,}25$.

d) Forţele care-l solicită :

— la compresiune $P = \frac{G}{4 \cdot n} \cos \alpha$ sau, înlocuind, avem $P = \frac{6\,500}{4 \cdot 4} \cos 60 = 203$ daN;

— la forfecare $F = \frac{G}{4 \cdot n} \sin \alpha$ sau, înlocuind, avem $F = \frac{6\,500}{4 \cdot 4} \sin 60 = 350$ daN.

e) Dimensionarea se face cu formula (9.9) :

$$d = \frac{4x_{max}\varphi_d E_{st}[(2/3)\Phi + 2\Phi^3]}{\sigma_a},$$

unde $\varphi_d = 1{,}15$ din tabelul 9.2 ; $E_{st} = 20$ daN/cm² din tabelul 9.1, pentru cauciuc 45° ShA ; $\Phi = 0{,}25$ se adoptă constructiv ; $\sigma_a = 5{,}5$ daN/cm², pentru regim dinamic cu şocuri de scurtă durată din tabelul 9.3 pentru cauciuc 45° ShA ; $x_{max} = 2{,}5$ cm, săgeata statică la compresiune.

Înlocuind, avem :

$$d = \frac{4 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}15 \cdot 20[(2/3)0{,}25 + 2 \cdot 0{,}25^3]}{5{,}5} = 6{,}69 = 7 \text{ cm}.$$

Se adoptă, $d = 70$ mm.

f) Înălţimea elementului este dată de relaţia :

$$h_0 = d/(4\Phi) ; \; h_0 = 70/(4 \cdot 0{,}25) = 70 \text{ mm}.$$

g) Se verifică deformaţia specifică la compresiune :

$$\varepsilon = x_{max}/h_0 \leqslant \varepsilon_a,$$

unde $\varepsilon_a = 0{,}15$, dinamică cu şocuri de scurtă durată, tabelul 9.5.

Înlocuind avem $\varepsilon = 2{,}5/7 = 0{,}35 > \varepsilon_a$; nu se verifică condiţia de deformabilitate.

Se determină $h_0 \geqslant x_{max}/\varepsilon_a = 2{,}5/0{,}15 = 16{,}66$ cm ; se adoptă $h_0 = 17$ cm.

Rezultă $d = 4h_0\Phi$ sau $d = 4 \cdot 17 \cdot 0{,}25 = 17$ cm.

h) Verificarea la forfecare :

— tensiunea τ este dată de relația (9.16) :

$$\tau = 4F/(\pi d^2) \leqslant \tau_a,$$

unde $\tau_a = 2{,}5$ daN/cm² din tabelul 9.4 pentru solicitare dinamică cu șocuri de scurtă durată. $\tau = 4\,350/(\pi \cdot 17^2) = 1{,}54$ daN/cm² < 2,5 daN/cm² ;

— deformația maximă y_{max} se calculează cu formula (9.17), astfel :

$$y_{max} = h_0(\text{tg}\,\gamma)_a,$$

unde $(\text{tg}\,\gamma)_a = 40\%$ din tabelul 9.5.

Avem, $y_{max} = 17 \cdot 0{,}40 = 6{,}80$ cm.

i) Se verifică realizarea rigidităților :

$$k_c = P/x_{max} = 203/2{,}5 = 81{,}2 \text{ daN/cm} = 8{,}20 \cdot 10^4 \text{ N/m} ;$$

$$k_f = F/y_{max} = 350/6{,}80 = 51{,}47 \text{ daN/cm} = 5{,}14 \cdot 10^4 \text{ N/m}.$$

Sistemul de izolare se compune din patru grupuri de rezemare elastică, fiecare fiind alcătuit din cîte 4 elemente antivibratile identice montate înclinat cu unghiul $\alpha = 60°$.

Caracteristicile elementului antivibratil, de formă cilindrică, sînt :

— diametrul	$d = 170$ mm ;
— înălțimea	$h = 170$ mm ;
— coeficientul de formă	$\Phi = 0{,}25$;
— coeficientul de rigiditate	
• la compresiune	$k_c = 8{,}2 \cdot 10^4$ N/m ;
• la forfecare	$k_f = 5{,}1 \cdot 10^4$ N/m ;
— deformația maximă admisă	
• la compresiune	$x_{max} = 2{,}5$ cm ;
• la forfecare	$y_{max} = 6{,}8$ cm ;
— forțele maxime de încărcare	
• la compresiune	$P = 203$ daN ;
• la forfecare	$F = 350$ daN ;
— cauciuc	
• duritate	45° ShA ;
• modul de elasticitate transversal	$G_{st} = 5{,}4$ daN/cm².

10.3. Ciururi vibratoare cu funcționare în rezonanță

10.3.1. **Soluția tehnică constructivă și funcțională.** Soluția tehnică adoptată pentru ciurul vibrator cu funcționare în rezonanță este prezentată în figura 10.10. În principal, acest utilaj se compune din următoarele părți : cadru superior *1*, cadru inferior *2*, balansier *3*, grup elastic al bielei de acționare *4*, arbore de antrenare *5*, grup elastic de legătură *6*, suport *7*. În cadrul stabilirii soluției tehnice, s-a ținut seama de următoarele condiții constructive și funcționale :

— realizarea regimului de vibrații corespunzător unei clasări de calitate a materialului granular ;

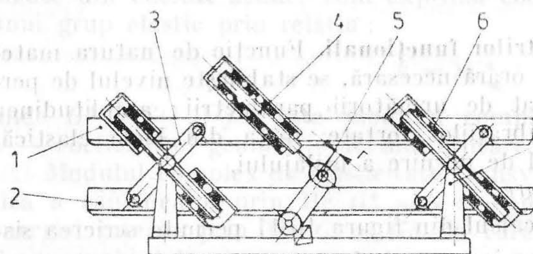


Fig. 10.10. Ciur vibrator cu funcţionare în rezonanţă.

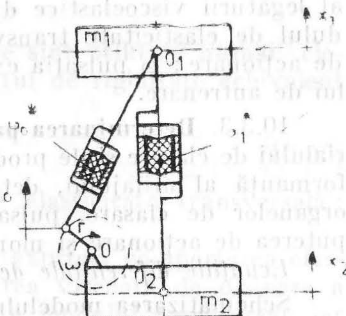


Fig. 10.11. Modelul dinamic de calcul.

— reducerea consumului de metal cu cca 40 % faţă de soluţiile existente ale ciururilor clasice, la aceeaşi capacitate de producţie ;

— reducerea consumului de energie cu 75% faţă de utilajele clasice cu aceeaşi capacitate de prelucrare.

Funcţionarea utilajului se caracterizează prin deplasarea unidirecţională în regim de vibrare a cadrului superior *1* şi cadrului inferior *2*, ambele fiind pertubate de sistemul arbore de antrenare *5* şi grup elastic al bielei *4*. Perturbarea se obţine cu ajutorul unei bucşe excentrice, montată între capătul bielei elastice. Balansierele *3* sînt montate articulat prin intermediul unor silentblocuri pe suporturile *7*. Întreaga greutate, proprie şi a materialului, este preluată de sistemul balansier-suporturi. Se menţionează că, atît pe cadrul superior, cît şi pe cadrul inferior se află montate organele de clasare.

10.3.2. **Modelul dinamic.** Pentru soluţia tehnică din figura 10.10 s-a adoptat modelul schematizat în figura 10.11. Se precizează că organele de clasare au fost modelate prin masele m_1 şi m_2, mediul vîscoelastic de legătură dintre cele două elemente este caracterizat de corficientul de rigidizare complex k_1^*, iar mediul vîscoelastic al bielei este caracterizat prin coeficientul de rigiditate complex k_0^*.

Deoarece raportul dintre amplitudinea vibraţiilor şi lungimea balansierelor este neglijabil, se poate adopta ipoteza că organele de sortare au numai mişcare de translaţie după direcţia unghiului de atac, mişcarea fiind caracterizată prin vibraţii unidirecţionale.

Datorită faptului că mecanismul cu excentric al bielei este fixat pe unul din organele de sortare, iar extremitatea bielei este prinsă de celălalt organ de sortare, rezultă că sistemul este perturbat interior. În acest caz, sistemul mecanic are proprietatea că centrul maselor rămîne fix dacă organele de clasare şi cadrul de prindere al acestora sînt identice geometric şi masic, iar materialul granular este uniform distribuit pe suprafaţa de clasare. În caz contrar, fie datorită aglomerării locale de material, fie realizării disproporţiilor dintre organele de clasare, centrul de masă al sistemului îşi schimbă poziţia, fapt ce duce la apariţia forţelor dinamice de legătură în articulaţiile balansierelor.

În figura 10.11 s-au utilizat notaţiile specifice cu următoarea semnificaţie : x_1 este deplasarea unidirecţională a organului de clasare superior ; x_2 — deplasarea unidirecţională a organului de clasare inferior ; x_0 — deplasarea unidirecţională a capătului bielei ce conţine bucşa excentrică ; r — excentricitatea bucşei ; G_1^* — modulul de elasticitate transversal complex

al legăturii viscoelastice dintre cele două organe de clasare; G_0^* — modulul de elasticitate transversal complex al grupului viscoelastic al bielei de acționare; ω pulsația excitatoare, aceeași cu viteza unghiulară a arborelui de antrenare.

10.3.3. **Determinarea parametrilor funcționali.** Funcție de natura materialului de clasare și de producția orară necesară, se stabilește nivelul de performanță al utilajului, determinat de următorii parametrii: amplitudinea organelor de clasare, pulsația vibrațiilor forțate, forța din biela elastică, puterea de acționare și momentul de pornire a utilajului.

Ecuațiile diferențiale de mișcare

Schematizarea modelului de calcul din figura 10.11 permite scrierea sistemului ecuațiilor diferențiale de mișcare sub forma:

$$m_1\ddot{x}_1 + (k_0 + k_1)(x_1 - x_2) = k_0x_0; \quad m_2\ddot{x}_2 - (k_0 + k_1)(x_1 - x_2) = -k_0x_0, \quad (10.25)$$

în care k_0 și k_1 sînt coeficienții de rigiditate echivalenți ai legăturilor elastice din structura bielei și, respectiv, dintre organele de clasare.

Adunînd membru cu membru cele două ecuații, se obține:

$$m_1\ddot{x}_1 + m_2\ddot{x}_2 = 0, \quad (10.26)$$

de unde avem;

$$m_1/m_2 = -\ddot{x}_2/\ddot{x}_1 = \mu. \quad (10.27)$$

Semnul minus semnifică că cele două organe de clasare se mișcă defazat astfel:

— dacă sistemul legăturilor din structura bielei și, respectiv, dintre organele de clasare se caracterizează numai prin proprietatea de *elasticitate*, atunci defazajul φ dintre mișcarea organelor de clasare este $\varphi = \pi$;

— dacă sistemul legăturilor din structura bielei și, respectiv, al organelor de clasare se caracterizează prin proprietatea de *viscoelasticitate*, atunci defazajul φ dintre mișcarea organelor de clasare va fi cuprins în intervalul $(0, \pi)$.

Raportul $\mu = m_1/m_2$ duce la următoarele cazuri:

— dacă $\mu = 1$, adică $m_1 = m_2$, atunci sistemul este echilibrat, caz în care nu transmite forțe dinamice în exterior;

— dacă $\mu \neq 1$, adică $m_1 \neq m_2$, atunci sistemul este neechilibrat, caz în care transmite forțe dinamice în exterior;

Notînd cu $\ddot{x} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$ deplasarea relativă, pe direcția vibrațiilor de lucru, dintre cele două mase, relațiile (10.25) mai pot fi scrise și sub forma:

$$\ddot{x}_1 + [(k_0 + k_1)/m_1](x_1 - x_2) = (k_0/m_1)x_0;$$

$$\ddot{x}_2 + [(k_0 + k_1)/m_2](x_1 - x_2) = -(k_0/m_2)x_0,$$

iar prin scăderea ecuației a doua din prima avem:

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + (k_0 + k_1)\frac{m_1 + m_2}{m_1m_2}(x_1 - x_2) = k_0x_0\frac{m_1 + m_2}{m_1m_2}, \quad (10.28)$$

sau

$$\ddot{x} + (k_0 + k_1)(1/m)x = k_0x_0(1/m), \quad (10.29)$$

în care $\ddot{x} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2$ este accelerația instantanee a mișcării relative;

$m = m_1m_2/(m_1 + m_2)$ — masa redusă a sistemului.

Deoarece în construcţia unor astfel de utilaje sînt utilizate numai elemente din cauciuc, atunci vom exprima coeficientul de rigiditate echivalent unui grup elastic prin relaţia :

$$k = \lambda G^*, \tag{10.30}$$

unde $G^* = G(1 + j\delta)$ este modulul complex de elasticitate transversală ; λ — coeficientul geometric de multiplicare.

Modulul complex de elasticitate transversală exprimă comportarea elastică a cauciucului prin Re $G^* = G$ şi comportarea vîscoasă de disipare a energiei interne prin Im $G^* = G\delta$, în care G este modulul transversal, iar δ este unghiul de pierdere mecanică internă a energiei.

Pentru elementele de formă paralelipipedică din cauciuc solicitate fie la compresiune, fie la lunecare transversală, coeficientul geometric de multiplicare are expresia :

$$\lambda = (1 + \beta\Phi^2)S/h, \text{ pentru solicitarea de compresiune,} \tag{10.31}$$

$$\lambda = S/h, \text{ pentru solicitarea de lunecare (forfecare).} \tag{10.32}$$

În relaţiile (10.31) şi (10.32), parametrii de calcul au următoarele semnificaţii : S este aria totală echivalentă de lucru a grupului de elemente antivibratile din cauciuc ; h — înălţimea (grosimea) unui element antivibratil din cauciuc (în construcţie monostrat) ; Φ — coeficientul de formă al elementului din cauciuc, care este raportul dintre aria încărcată la compresiune şi aria liberă ; λ — factorul de multiplicare ce ţine seama de natura amestecului de cauciuc.

Folosind relaţia (10.29) în (10.30), obţinem ecuaţia diferenţială în complex sub forma :

$$\ddot{\tilde{x}} + \frac{1}{m}(\lambda_0 G_0^* + \lambda_1 G_1^*)\tilde{x} = \frac{1}{m}\lambda_0 G_0^* \tilde{x}_0, \tag{10.33}$$

în care

$$\tilde{x}_0 = r\,e^{j\omega t}; \tag{10.34}$$

$$\tilde{x} = A^* e^{j\omega t}, \tag{10.35}$$

unde r este excentricitatea capătului bielei ; A^* — amplitudinea exprimată sub formă complexă.

Din rezolvarea ecuaţiei diferenţiale (10.33), rezultă A^* sub forma :

$$A^* = [C/(P^2 + Q^2)][(P + Q\delta_0) + j(P\delta_0 - Q)], \tag{10.36}$$

în care au fost utilizate notaţiile : $P = -m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1$; $Q = \lambda_0 G_0 \delta_0 + \lambda_0 G_1 \delta_1$; $C = r\lambda_0 G_0$.

Mărimea complexă A^* poate fi exprimată astfel :

$$A^* = A(\cos\varphi + j\sin\varphi) = Ae^{j\varphi}, \tag{10.37}$$

unde A este amplitudinea deplasării relative a mişcării pe direcţia vibraţiilor de lucru ; φ — defazajul maselor în mişcare.

Din relaţiile (10.36) şi (10.37), se obţin expresiile pentru A şi φ, după cum urmează :

$$A = r\lambda_0 G\left[\frac{1+\delta_0}{(-m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1)^2 + (\lambda_0 G_0 \delta_0 + \lambda_1 G_1 \delta_1)^2}\right]^{1/2} \tag{10.38}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{(-m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1)\delta_0 - (\lambda_0 G_0 \delta_0 + \lambda_1 G_1 \delta_1)}{(-m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1) + (\lambda_0 G_0 \delta_0 + \lambda_1 G_1 \delta_1)\delta_0}. \tag{10.39}$$

Deplasarea relativă x are expresia :

$$x = \operatorname{Im} \tilde{x} = A \sin(\omega t + \varphi), \tag{10.40}$$

iar pentru fiecare organ de clasare, deplasare și, respectiv, amplitudinea sînt date de relațiile :

$$x_1 = x/(1 + \mu)\,; \quad x_2 = -x\mu/(1 + \mu)\,; \tag{10.41}$$

$$A_2 = A/(1 + \mu)\,; \quad A_2 = -A\mu/(1 + \mu)\,; \tag{10.42}$$

Forța din biela elastică de acționare

Forța de acționare este echivalentă cu forța necesară pentru deformarea grupului elastic al bielei, luată cu semn schimbat, astfel :

$$F = -\partial \Pi_0 / \partial x_0, \tag{10.43}$$

în care $\Pi_0 = (1/2)\lambda_0 G_0^*(x_1 - x_2 - x_0)^2$ este energia potențială de deformare a grupului elastic.

Expresia forței în scrierea sub formă complexă, pe baza relației (10.43), este dată de relația :

$$\tilde{F} = k_0\tilde{x} - k_0\tilde{x}_0, \text{ sau } \tilde{F} = \lambda_0 G_0^*(\tilde{x} - \tilde{x}_0), \tag{10.44}$$

în care $\tilde{F} = F^* e^{j\theta}$, unde θ este defazajul dintre forța din bielă și deplasarea relativă.

$\tilde{x}_0 = re^{j\omega t}$, unde r este excentricitatea capătului bielei.

Pe baza formulării în complex, din relația (10.44), se obține :

$$F^* = \lambda_0 G_0^*(A^* - r). \tag{10.45}$$

Dacă în relația (10.45) se înlocuiesc expresiile complexe G^* și A^*, atunci se obține :

$$F^* = \lambda_0 G_0[(A \cos \varphi - A\delta_0 \sin \varphi - r) + j(A \sin\varphi + \delta_0 A \cos \varphi - r\delta_0)], \tag{10.46}$$

de unde rezultă expresia forței din bielă, astfel :

$$F = \operatorname{Im} \tilde{F} = F_0 \sin(\omega t + \theta), \tag{10.47}$$

cu mărimile F_0 și θ date de relațiile :

$$F_0 = \lambda_0 G_0[(1 + \delta_0^2)(A^2 + r^2 - 2Ar \cos \varphi)]^{1/2} \tag{10.48}$$

$$\operatorname{tg} \theta = (A \sin \varphi + \delta_0 A \cos \varphi - \delta_0 r)/(A \cos \varphi - \delta_0 A \sin \varphi - r). \tag{10.49}$$

Dacă $\delta_0 = \delta_1 = 0$, se obține :

$$F_0 = \lambda_0 G_0 R, \tag{10.50}$$

în care $R = (A^2 + r^2 - 2rA)^{1/2} = |r - A|$, (10.51)

$$A = r\lambda_0 G_0 \left| \frac{1}{-m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1} \right| \tag{10.52}$$

În acest caz, din relațiile (10.51) și (10.52), rezultă expresia funcției $R = R(\omega)$, sub forma :

$$R(\omega) = r \left| 1 - \frac{\lambda_0 G_0}{-m\omega^2 + \lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1} \right|. \tag{10.53}$$

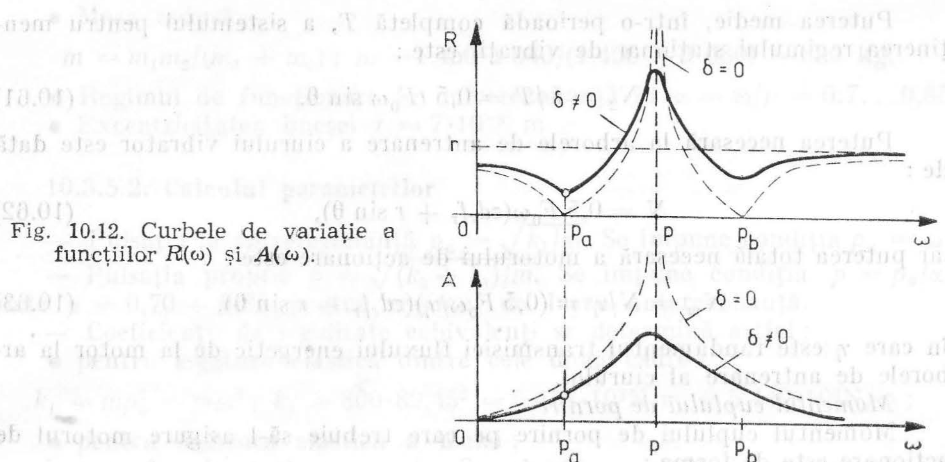


Fig. 10.12. Curbele de variaţie a funcţiilor $R(\omega)$ şi $A(\omega)$.

Reprezentarea grafică a funcţiei $R(\omega)$ este prezentată în figura 10.12. Se remarcă faptul că funcţia $R(\omega)$ şi, implicit, forţa din bielă F_0 se anulează pentru două valori distincte ale pulsaţiei şi anume:

$$\omega = p_a = \sqrt{\lambda_1 G_1/m} \qquad (10.54)$$

$$\omega = p_b = \sqrt{(2\lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1)/m}, \qquad (10.55)$$

unde p_a este pulsaţia sistemului în regim de anterezonanţă p_b — pulsaţia sistemului în regim de postrezonanţă.

Funcţia $R(\omega)$, deci şi forţa F_0, atinge valoarea maximă la pulsaţia:

$$\omega = p = \sqrt{(\lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1)/m}, \qquad (10.56)$$

unde p este pulsaţia proprie pentru regimul de rezonanţă.

10.3.4. **Puterea necesară acţionării ciurului vibrator.** Puterea de acţionare are două componente esenţiale şi anume: puterea N_1, pentru învingerea frecărilor din lagărele ciurului, şi puterea N_2, pentru menţinerea regimului de vibraţii impus de procesul tehnologic.

Puterea maximă necesară învingerii forţelor de frecare din lagărele arborelui de antrenare este dată de relaţia:

$$N_1 = zN_1', \qquad (10.57)$$

în care N_1' este puterea necesară pentru învingerea frecării corespunzătoare unei perechi de lagăre identice z — numărul perechilor de lagăre identice

Puterea ce revine unei perechi de lagăre identice este:

$$N_1' = 0{,}5 f_r F_0 \omega d_r, \qquad (10.58)$$

unde f_r este coeficientul de rezistenţă din lagăr d_r — diametrul echivalent al suprafeţei cilindrice de rezistenţă ω — pulsaţia vibraţiilor tehnologice.

Lucrul mecanic al forţei de acţionare din bielă pentru menţinerea regimului vibraţiilor tehnologice, în timpul unei perioade T, este:

$$L = \int_0^T F\dot{x}_0 dt = \int_0^T F_0 \dot{x}_0 \sin(\omega t + \theta) dt, \qquad (10.59)$$

în care, ţinînd seama de expresia $x_0 = r\cos(\omega t)$, se obţine:

$$L = \pi F_0 r \sin\theta. \qquad (10.60)$$

Puterea medie, într-o perioadă completă T, a sistemului pentru menținerea regimului staționar de vibrații este :

$$N_2 = L/T = 0{,}5\, rF_0\omega \sin\theta. \qquad (10.61)$$

Puterea necesară la arborele de antrenare a ciurului vibrator este dată de :

$$N = 0{,}5\, F_0\omega(zd_r f_r + r\sin\theta), \qquad (10.62)$$

iar puterea totală necesară a motorului de acționare este :

$$N_m = N/\eta = (0{,}5\, F_0\omega/\eta)(zd_r f_r + r\sin\theta), \qquad (10.63)$$

în care η este randamentul transmisiei fluxului energetic de la motor la arborele de antrenare al ciurului.

Momentul cuplului de pornire

Momentul cuplului de pornire pe care trebuie să-l asigure motorul de acționare este de forma :

$$M_p = F_p r\cos(\omega t), \qquad (10.64)$$

unde $F_p = \lambda_0 G_0(x_0 - x)$ este forța necesară la pornire.

Deplasarea relativă x la pornire rezultă din echilibrul forțelor elastice și este dată de expresia :

$$x = \sin(\omega t) r\lambda_0 G_0/(\lambda_0 G + \lambda_1 G_1). \qquad (10.65)$$

Introducînd relația (10.65) în expresia forței F_p și apoi în (10.64), se obține :

$$M_p = \sin(2\omega t) 0{,}5 r^2\lambda_0\lambda_1 G_0 G_1/(\lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1), \qquad (10.66)$$

cu valoarea maximă a cuplului la pornire dat de relația :

$$M_p^{max} = 0{,}5 r^2\lambda_0\lambda_1 G_0 G_1/(\lambda_0 G_0 + \lambda_1 G_1). \qquad (10.67)$$

Pentru ca motorul să realizeze pornirea utilajului, este necesar ca

$$\left.\frac{M_p^{max}}{M_{regim}}\right|_{nec} < \left.\frac{M_p}{M_n}\right|_{motor} \qquad (10.68)$$

în care $M_{regim} = 9\,550\, N_m/n_{nom}$ este momentul cuplului în regim, al motorului, unde N_m este puterea motorului, în kW, n_{nom} este turația de regim a motorului, în rot/min, iar M_{regim} rezultă în Nm. Raportul $(M_p/M_n)_{motor}$ este caracteristica de pornire dată pentru fiecare motor.

10.3.5. Calculul sistemului antivibrații

10.3.5.1. Date inițiale

- Pulsația vibrațiilor tehnologice, $\omega = 82{,}45$ rad/s
- Amplitudinea vibrațiilor tehnologice corespunzătoare sitelor montate pe cadrele vibratoare

$$A^* = 4{,}00 \div 5{,}80 \text{ mm}$$

- Masa sistemului împărțită pe cele două cadre în mișcare :

$$m_1 = 1\,450 \text{ kg}$$

$$m_2 = 1\,680 \text{ kg}$$

- Masa redusă

$m = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$; $m = 1\,450 \cdot 1\,680/(1\,450 + 1\,680) = 800$ kg.

- Regimul de funcționare în antrerezonanță la $\alpha = \omega/p = 0{,}7 \ldots 0{,}85$
- Excentricitatea bucșei $r = 7 \cdot 10^{-3}$ m

10.3.5.2. **Calculul parametrilor**

— Pulsația la antrerezonanță $p_a = \sqrt{k_1/m}$. Se impune condiția $p_a = \omega$.

— Pulsația proprie $p = \sqrt{(k_0 + k_1)/m}$. Se impune condiția $p = p_a/\alpha$, unde $\alpha = 0{,}70 \div 0{,}85$ pentru regimul de lucru anterezonanță.

— Coeficienții de rigiditate echivalenți se determină astfel :

- pentru legătura elastică dintre cele două cadre :

$k_1 = mp_a^2 = m\omega^2$; $k_1 = 800 \cdot 82{,}45^2 = 5\,438 \cdot 10^3$N/m $= 5\,440 \cdot 10^3$N/m ;

- pentru legătura elastică a bielei :

$k_0 = mp^2 - k_1$, unde $p = p_a/\alpha$. Se adoptă $\alpha = 0{,}81$, iar p rezultă sub forma $p = 82{,}45/0{,}81 = 101$ rad/s.

Deci, avem :

$$k_0 = 800 \cdot 101^2 - 5\,440 \cdot 10^3 = 2\,720\,800 = 2\,720 \cdot 10^3 \text{ N/m}.$$

Se constată că între k_0 și k_1 se verifică relația $k_1 = 2k_0$.

— Numărul de elemente antivibratile identice legate în paralel se adoptă astfel :

— pentru bielă, $s_0 = 16$ elemente ;

— pentru legătura elastică dintre cadrele cu site, $s_1 = 2\,s_0 = 32$ elemente.

— Coeficientul de rigiditate la forfecare pentru un singur element (ținînd seama că toate elementele din cauciuc din structura bielei și a legăturii elastice sînt identice) este dat sub forma :

$k' = k_0/s_0 = k_1/s$; $k' = 2\,720 \cdot 10^3/16 = 5\,440 \cdot 10^3/32 = 170 \cdot 10^3$ N/m.

— Amplitudinea relativă se calculează cu formula (10.38), unde au fost utilizate notațiile $k_0 = \lambda_0 G_0$ și $k_1 = \lambda_1 G_1$, astfel :

$$A = rk_0 \left[\frac{1 + \delta_0^2}{(-m\omega^2 + k_0 + k_1)^2 + (k_0\delta_0 + k_1\delta_1)^2} \right]^{1/2},$$

în care $\delta_0 = \delta_1 = 0{,}25$.

În acest caz, avem :

$$A = 7 \cdot 10^{-3} \cdot 2\,720 \cdot 10^3 \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{1 + 0{,}25^2}{(-800 \cdot 82{,}45^2 + 2\,720 \cdot 10^3 + 5\,440 \cdot 10^3)^2 + (2\,720 \cdot 10^3 \cdot 0{,}25 + 5\,440 \cdot 10^3 \cdot 0{,}25)^2} \right]^{1/2} =$$

$$= 9{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

— Forța totală din bielă se determină cu formula (10.48) :

$$F_0 = k_0[(1 + \delta_0^2)(A^2 + r^2 - 2Ar \cos \varphi)]^{1/2},$$

unde $\varphi = -10{,}67°$ s-a determinat pe baza datelor și a relației de calcul (10.15). Înlocuind în formulă, avem :

$$F_0 = 2\,720 \cdot 10^3\{(1 + 0{,}25^2)[(9{,}2 \cdot 10^{-3})^2 + (7 \cdot 10^{-3})^2 - 2 \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot$$

$$\cdot \cos(-10{,}67)]\}^{1/2} = 14\,254 \text{ N}.$$

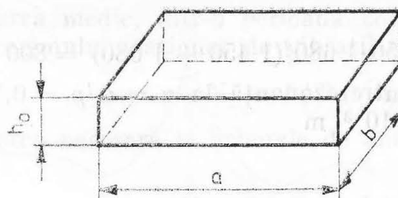


Fig. 10.13. Forma constructivă a elementului antivibratil.

— Forța ce revine unui singur element de cauciuc

$F_0' = F_0/s_0$ sau $F_0' = 14\ 254/16 = 890$ N = 89 daN.

— Alegerea materialului pentru elementele elastice antivibratile.

Se alege cauciuc SAB 31 cu duritatea 45° Sh A, care conține un procent mare de oxid de zinc ce favorizează eliminarea căldurii provenită din disiparea energetică internă.

— Determinarea dimensiunilor.

Forma constructivă a elementului din cauciuc este paralelipipedică ca în figura 10.13. Solicitarea elementului este de forfecare (lunecare) în planul median paralel cu baza yoz. La montaj, elementul se comprimă prin introducerea unei deformații inițiale x_0.

a. Înălțimea h_0 a elementului din cauciuc se calculează din condiția de deformabilitate admisă, astfel:

$$h_0 = y_{max}/(\text{tg}\,\gamma)_a,$$

unde $y_{max} \geqslant A$; $y_{max} = 10$ mm ; $(\text{tg}\,\gamma)_a = 0{,}15$ din tabelul 9.5.

Se obține $h_0 = 10/0{,}15 = 66$ mm. Se adoptă $h_0 = 65$ mm.

b. Aria secțiunii transversale se calculează din condiția de realizare a coeficientului de rigiditate la forfecare.

$k_y' = 170$ daN/cm stabilit anterior. Astfel :

$S = h_0 k_y'/G_{din}$, sau $S = 6{,}5 \cdot 170/5{,}6 = 197 = 200$ cm². Se adoptă $a = 16$ cm și $b = 12{,}5$ cm.

c. Se verifică la condiția de rezistență :

$\tau = F_0'/S < \tau_a$, unde $\tau_a = 1{,}7$ daN/cm², din tabelul 9.4. $\tau = 89/200 = 0{,}445$ daN/cm² $< 1{,}7$ daN/cm².

d. Forța de prestrîngere pe axa Ox, la montaj :

— coeficientul de formă $\Phi = \dfrac{ab}{2(a+b)h_0}$;

$$\Phi = \frac{200}{2(16+12{,}5)6{,}5} \cong 0{,}5\ ;$$

— raportul $u = a/h_0$; $u = 16/6{,}5 = 2{,}46$;

— raportul $v = b/h_0$; $v = 12{,}5/6{,}5 = 1{,}92$;

— se verifică îndeplinirea relației $u > v$, pentru care

$$\beta_2 = 1 + (1/3)u^2, \text{ adică } \beta_2 = 3\ ;$$

— coeficientul de rigiditate la compresiune

$k_x = \beta_2 E_{st} S/h_0$, unde $E_{st} = 31$ daN/cm² din tabelul 9.1 ;

se obține $k_x = 3 \cdot 31 \cdot 200/6{,}5 = 1\ 877$ daN/cm ;

— forța necesară de prestrîngere, la compresiune, la montaj pentru fiecare element, va fi :

$P'_0 = k_x x_0$, unde $x_0 = (2 \div 4)$mm ;

se obține $P'_0 = 1\,877 \cdot 0{,}4 = 750$ daN.

e. Verificarea la încălzire se face conform pct. 9.3.

10.4. Mașini cu acțiune vibrantă modelate ca sisteme cu două mase

Necesitatea realizării unor sisteme cît mai eficiente de izolare și amortizare a vibrațiilor a impus utilizarea elementelor antivibratile din cauciuc. În acest context se inscriu și mașinile cu acțiune vibrantă, care conțin o treaptă antivibratilă alcătuită din elemente de cauciuc al cărui modul complex modelează, atît comportarea elastică, cît și pe cea vîscoasă. Aceste mașini prezintă particularitatea constructivă și funcțională că anumite subansamble, numite organe de lucru, generează vibrații necesare procesului tehnologic, iar altele trebuie izolate antivibratoriu pentru a putea îndeplini rolul funcțional pentru care au fost concepute. Prin urmare, în cadrul aceleiași mașini, trebuie urmărit dublul aspect al producerii vibrațiilor la organele de lucru, cît și al izolării antivibratorii a substansamblelor componente ca : motor termic, cabină, structură metalică, instalație hidraulică etc.

Scopul principal al reducerii vibrațiilor la anumite subansamble ale mașinii este de a asigura funcționalitatea la parametrii de lucru, durabilitatea și fiabilitatea în exploatare.

Din categoria mașinilor cu acțiune vibrantă, care pot fi studiate pe baza acestui model, fac parte următoarele : vibroînfigătoare pentru piloți și palplanșe, rulouri compactoare (tractate) vibratoare, plăci vibratoare.

Se menționează că modelul de calcul poate fi aplicabil și altor subansamble care fac parte din structura unor mașini ce au au acțiune vibrantă, dar care, prin natura funcționării, generează vibrații dăunătoare.

10.4.1. **Determinarea coeficientului de transmisibilitate.** Schema de calcul din figura 10.14 reprezintă modelul dinamic pentru trei categorii de ma-

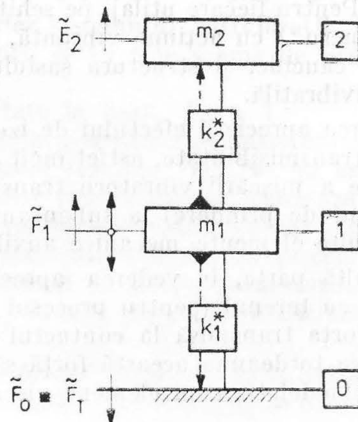


Fig. 10.14. Modelul dinamic de calcul pentru sistemele cu două mase excitate printr-o forță armonică.

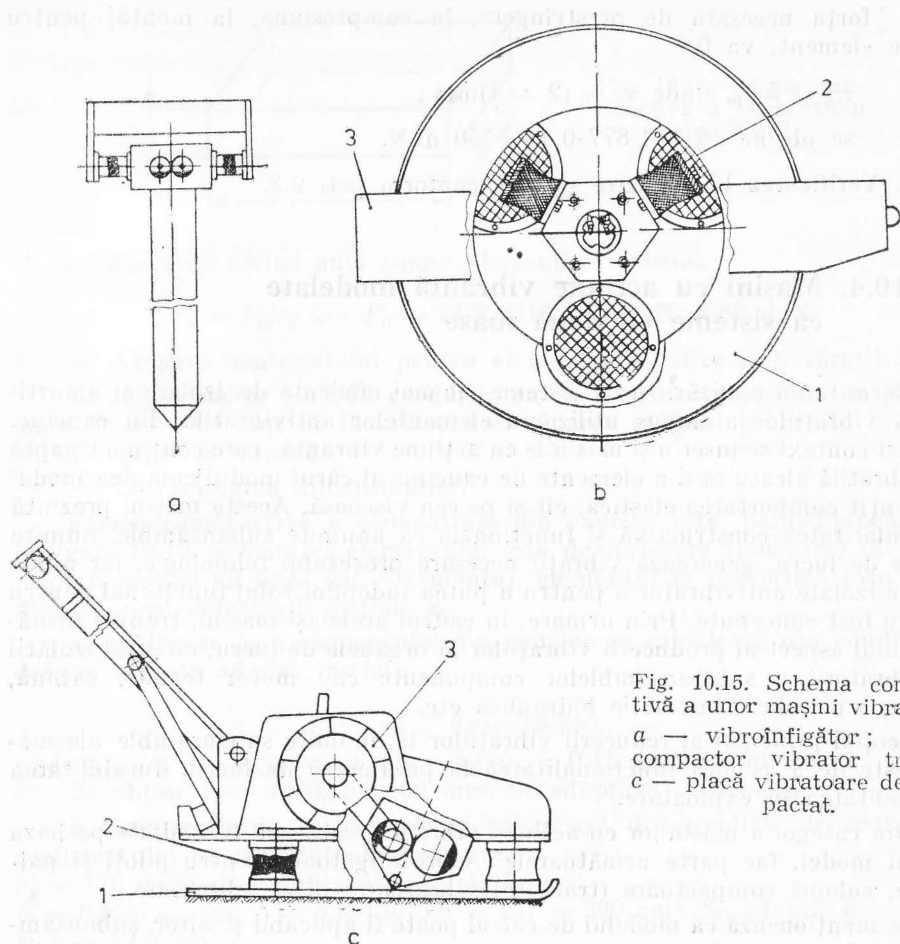


Fig. 10.15. Schema constructivă a unor mașini vibratoare: *a* — vibroînfigător ; *b* — compactor vibrator tractat ; *c* — placă vibratoare de compactat.

șini cu acțiune vibrantă, a căror schemă constructivă este dată în figura 10.15. Aceste mașini sînt : rulou vibrator tractat, placă vibratoare pentru compactat pămînt sau beton, vibroînfigător pentru piloți sau palplanșe (fig. 10.15). Pentru fiecare utilaj, pe schița din figura 10.15, au fost marcate : organul de lucru *1* cu acțiune vibrantă, sistemul antivibratil *2*, compus din elemente de cauciuc, și structura șasiului *3*, cu subansamble care necesită izolarea antivibratilă.

În vederea aprecierii efectului de izolare a vibrațiilor, se va utiliza coeficientul de transmisibilitate, astfel încît acesta să poată exprima capacitatea de diminuare a mișcării vibratorii transmisă de la organul de lucru (rulou, placă, element de prindere) la subansamblu care conține motorul de acționare și celelalte elemente mecanice auxiliare.

Pe de altă parte, în vederea aprecierii efectului organului de lucru interacțiune cu terenul (pentru procesul de compactare sau înfigere), este necesar ca forța transmisă la contactul cu terenul să fie cît mai mare (nu este posibil ca totdeauna această forță să fie maximă). Din acest motiv, terenul a fost modelat ca un element viscoelastic prin modulul de elasticitate complex.

În figura 10.14 au fost utilizate următoarele notații : m_1 este masa organului de lucru ; m_2 — masa părții rezemate prin elemente antivibratile ; k_1^* — coeficientul de rigiditate complex al terenului, de forma $k_1^* = k_1(1 + j\delta_1)$, unde k_1 este coeficientul de elasticitate echivalent al interacțiunii organ de lucru — teren, iar δ_1 este unghiul de pierdere mecanică a energiei în teren ; k_2^* — coeficientul de rigiditate complex al sistemului antivibratil, de forma $k_2^* = k_2(1 + j\delta_2)$, în care k_2 este coeficientul de elasticitate echivalent al sistemului, iar δ_2 este unghiul de pierdere mecanică a energiei în sistem.

Ecuațiile diferențiale de mișcare sînt de forma :

$$m_1\ddot{\tilde{x}}_1 = \tilde{F}_1 - k_2^*(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) - k_1^*\tilde{x}_1 ; \quad m_2\ddot{\tilde{x}}_2 = k_2^*(\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2). \tag{10.69}$$

Se definește, sub forma complexă :

$$T_{10}^* = \tilde{F}_T/\tilde{F}_1, \tag{10.70}$$

transmisibilitatea forței la teren (formulare în complex),

$$T_{12}^* = \tilde{F}_2/\tilde{F}_1, \tag{10.71}$$

transmisibilitatea forței prin sistemul antivibratil (formulare în complex).

Prin efectuarea calculelor în complex, ținînd seama de relația $\ddot{\tilde{x}}_1 = -\omega^2\tilde{x}_1$, se obține :

$$T_{10}^* = k_1^*(-m_2\omega^2 + k_2^*)/[(-m_1\omega^2 + k_1^* + k_2^*)(-m_2\omega^2 + k_2^*) - k_2^{*2}] ; \tag{10.72}$$

$$T_{12}^* = k_2^{*2}/[(-m_1\omega^2 + k_1^* + k_2^*)(-m_2\omega^2 + k_2^*) - k_2^{*2}]. \tag{10.73}$$

Expresiile (10.72) și (10.73) pot fi scrise sub forma :

$$T_{10}^* = (AC + BD)/(C^2 + D^2) + j(BC - AD)/(C^2 + D^2) ; \tag{10.74}$$

$$T_{12}^* = (k_2C + k_2\delta_2D)/(C^2 + D^2) + j(k_2\delta_2C - k_2D)/(C^2 + D^2). \tag{10.75}$$

Trecînd în exprimarea modulului și unghiului mărimii complexe, din relațiile (10.74) și (10.75), avem :

$$T_{10} = [(A^2 + B^2)/(C^2 + D^2)]^{1/2} ; \tag{10.76}$$

$$\theta = \text{arc tg}\,[(BC - AD)/(AC + BD)] ; \tag{10.77}$$

$$T_{12} = [k_2^2(1 + \delta_2^2)/(C^2 + D^2)]^{1/2} ; \tag{10.78}$$

$$\varphi = \text{arc tg}\,[(\delta_2C - D)/(C + \delta_2D)]. \tag{10.79}$$

în care : $A = -m_2k_1\omega^2 + k_1k_2(1 - \delta_1\delta_2)$; $B = k_1k_2(\delta_1 + \delta_2) - k_1m_2\delta_2$;
$C = m_1m_2\omega^4 - (m_1k_2 + m_2k_2 + m_2k_1)\omega^2 + k_1k_2(1 - \delta_1\delta_2)$;
$D = (-m_1k_2\delta_2 - m_2k_2\delta_2 - m_2k_1\delta_1)\omega^2 + k_1k_2(\delta_1 + \delta_2)$.

10.4.2. **Determinarea parametrilor sistemului antivibratil.** La stabilirea parametrilor funcționali și tehnologici, se va ține seama de următoarele recomandări :

— coeficientul de transmisibilitate la bază, $T_{10} \geqslant 1$;

— coeficientul de transmisibilitate al sistemului antivibratil, $T_{12} \leqslant 0{,}1$.

Analiza pe cale analitică a relațiilor (10.76)...(10.79) nu este operațională în activitate de proiectare, motiv pentru care se utilizează calculul automat, cu ajutorul unor programe capabile să modifice parametrii în limitele dorite. În acest fel, se vor obține toate variantele dorite. În cele ce urmează, se prezintă un exemplu de calcul realizat cu un program automat, pe baza căruia s-au trasat curbele T_{10} și T_{12} funcție de pulsația excitatoare. Astfel, datele inițiale sînt următoarele :

$m_1 = 1\,700$ kg ; $k_1 = 67 \cdot 10^6$ N/m ; $k_2 = 3 \cdot 10^6$ N/m ;
$m_2 = 750$ kg ; $\delta_1 = 0{,}01$; $\delta_2 = 0{,}15$

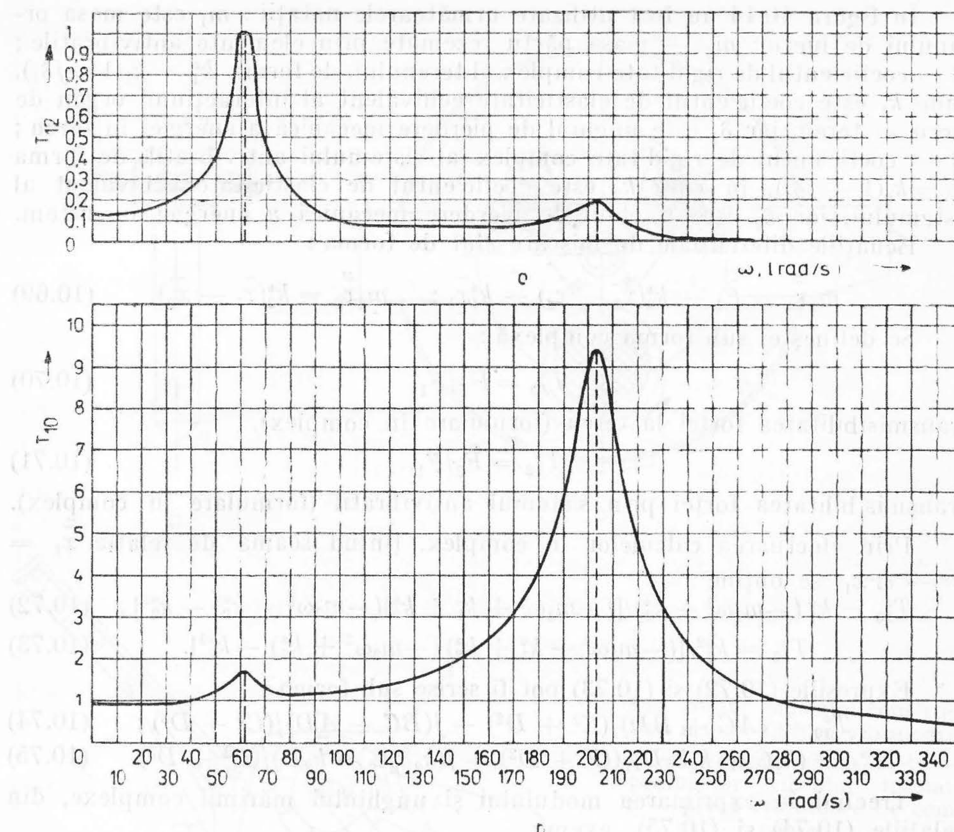


Fig. 10.16. Curbele de variaţie ale coeficienţilor de transmisibilitate funcţie de pulsaţia excitatoare.

În figura 10.16 au fost trasate curbele de variaţie pentru T_{12} şi T_{10}, funcţie de pulsaţia excitatoare.

Calculul parametrilor constructivi şi funcţionali ai sistemului antivibratil se realizează conform exemplelor anterioare, plecînd de la coeficientul de rigitate echivalent $k_2 = 3 . 10^6$ N/m, unghiul mecanic de disipare internă pentru întreg sistemul $\delta_2 = 0,15$ şi ţinînd seama de încărcarea statică dată de forţa $Q_2 = m_2 g$.

10.5. Compactoare vibratoare autopropulsate

În capitolul 5.2 s-a abordat modalitatea de stabilire şi calcul a parametrilor vibraţiilor tehnologice şi parametrilor sistemului de izolare antivibratilă. Funcţie de condiţiile de performanţă impuse, se ajunge la parametrii elastici şi de disipare a sistemului antivibratil.

În acest capitol, se va realiza calculul efectiv al elementelor din cauciuc din structura sistemului antivibratil (fig. 10.17), utilizat în mod frecvent la compactoarele vibratoare autopropulsate.

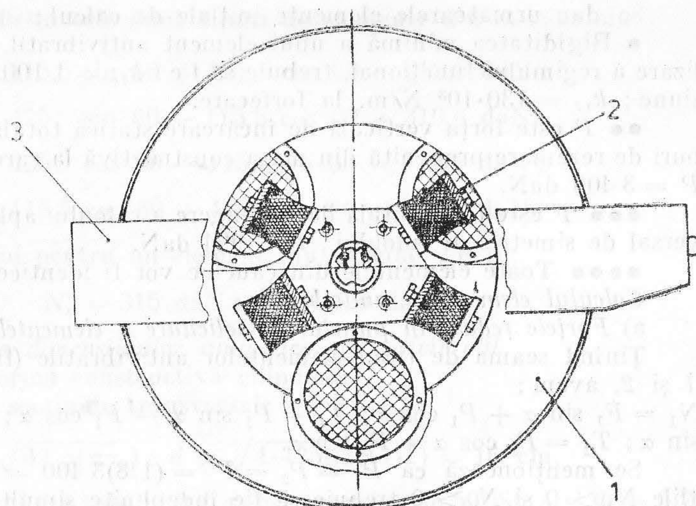
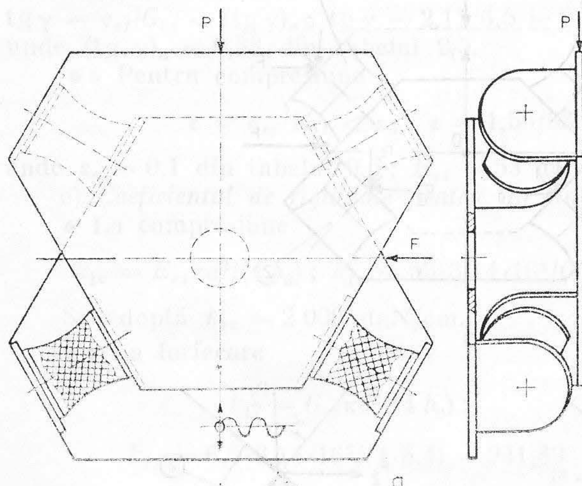
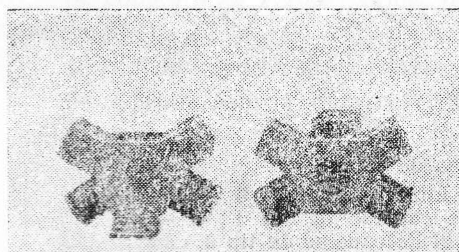


Fig. 10.17. Rulou compactor vibrator cu sistem antivibratil INCERC tip „AVIB 4C“ :
1 — rulou vibrator ; *2* — element antivibratil ; *3* — şasiu.

10.5.1. Calculul parametrilor sistemului antivibratil. Ruloul compactor conţine două sisteme antivibratile dispuse cîte unul pe părţile laterale. Un sistem antivibratil (fig. 10.18) se compune din patru elemente din cauciuc montate astfel încît să fie solicitate în permanenţă la compresiune (tensiunea de compresiune nu trebuie să schimbe de semn).





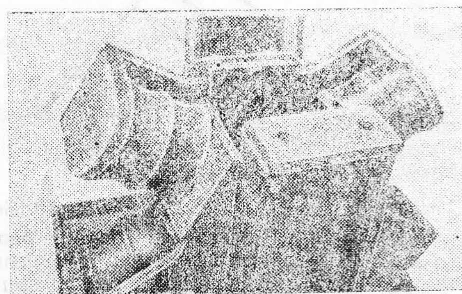


Fig. 10.18. Sistem antivibratil INCERC tip „AVIB 4C“ :
a — soluţie constructivă ; *b* — modul realizat cu elemente tip sandwich ; *c* — asamblare într-un stand de încercare.

Se dau următoarele elemente inițiale de calcul :

• Rigiditatea minimă a unui element antivibratil, din condiția de realizare a regimului funcțional, trebuie să fie : $k_{1c} = 1\,100 \cdot 10^3$ N/m, la compresiune ; $k_{1f} = 130 \cdot 10^3$ N/m, la forfecare.

•• P este forța verticală de încărcare statică totală pentru ambele grupuri de rezemare provenită din masa constructivă la care se adaugă și lestul ; $P = 3\,400$ daN.

••• F este forța totală de împingere a ruloului aplicată în planul transversal de simetric al ruloului , $F = 924$ daN.

•••• Toate elementele din cauciuc vor fi identice.

Calculul elementelor antivibratile

a) *Forțele reduse în punctul de solicitare a elementelor antivibratile*

Ținînd seama de tipul elementelor antivibratile (fig. 10.19), notate cu *1* și *2*, avem :

$N_1 = F_1 \sin\alpha + P_1 \cos\alpha$; $T_1 = P_1 \sin\alpha - F_1 \cos\alpha$; $N_2 = P_2 \cos\alpha - F_2 \sin\alpha$; $T_2 = F_2 \cos\alpha + P_2 \sin\alpha$.

Se menționează că $P_1 = P_2 = P' = (1/8)3\,400 = 425$ daN, iar condițiile $N_1 > 0$ și $N_2 > 0$ trebuie să fie îndeplinite simultan.

Pentru $N_2 > 0$, avem $P_2 \cos\alpha > F_2 \sin\alpha$, de unde $\operatorname{tg}\alpha < P_2/F_2$.

Forța $F_1 = F_2 = F' = (1/8)\,F$, adică $F' = (924/8) = 115{,}5$ daN.

Pentru $\alpha = 60°$ (adoptat), se verifică relația

$$\operatorname{tg}\alpha < 425/115{,}5 = 3{,}67, \text{ adică } 1{,}73 < 3{,}67.$$

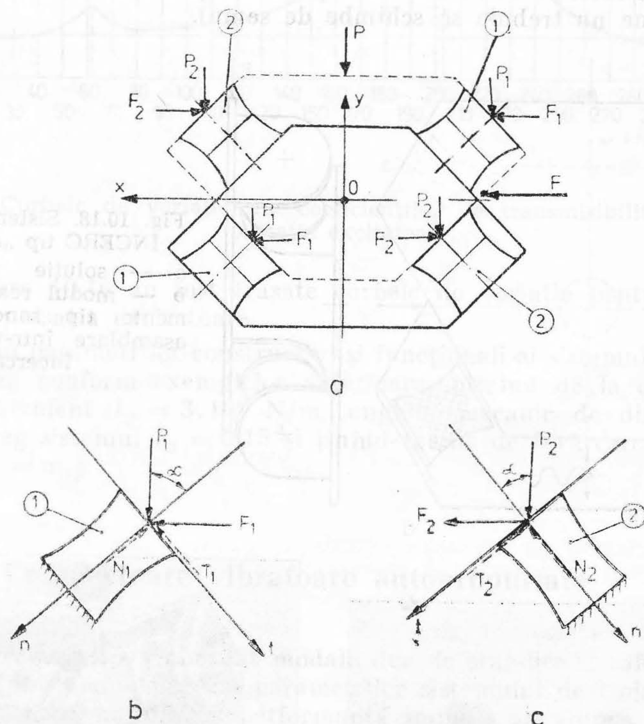


Fig. 10.19. Schema de calcul :
a — schema forțelor pentru întreg sistemul ; *b* — încărcarea pentru elementul de cauciuc de tip 1 ; *c* — încărcarea pentru elementul de cauciuc de tip 2.

Forțele care solicită cele două tipuri de elemente din cauciuc sînt :

$$N_1 = 115{,}5 \sin 60 + 425 \cos 60 = 312{,}5 \text{ daN};$$

$$T_1 = 425 \sin 60 - 115{,}5 \cos 60 = 310{,}6 \text{ daN};$$

$$N_2 = 425 \cos 60 - 115{,}5 \sin 60 = 112{,}5 \text{ daN};$$

$$T_2 = 115{,}5 \cos 60 + 425 \sin 60 = 425{,}2 \text{ daN}.$$

Forțele de calcul pentru un element din cauciuc vor fi :

$$N_c = 315 \text{ daN}; \ T_c = 425 \text{ daN}.$$

b) *Determinarea dimensiunilor unui element antivibratil*

• Se adoptă forma constructivă cilindrică.

•• Diametrul secțiunii transversale :

$$d \geqslant \sqrt{4T_c/(\pi\tau_a)}; \ d \geqslant \sqrt{4\cdot 425/(3{,}14\cdot 2)} = 16 \text{ cm},$$

unde $\tau_a = 2$ daN/cm² din tabelul 9.4, pentru cauciuc de 50° Sh A și $\Phi = 0{,}75$.

••• Înălțimea elementului :

$h_0 = d/(4\,\Phi)$ sau $h_0 = 16/(4\cdot 0{,}75) = 5{,}33$ cm. Se adoptă $h_0 = 54$ mm.

c) *Verificarea rezistenței la compresiune*

$\sigma = 4\,N_c/d^2 < \sigma_a$; $\sigma = 4\cdot 315/(4\cdot 16^2) = 1{,}56$ daN/cm² $< 7{,}5$ daN/cm²,
unde $\sigma_a = 7{,}5$ daN/cm², din tabelul 9.3.

d) *Verificarea la deformabilitate*

• Pentru forfecare

$\operatorname{tg}\gamma = \tau_{ef}/G_{st} < (\operatorname{tg}\gamma)_a$; $\operatorname{tg}\gamma = 2{,}11/6{,}5 = 0{,}32 < 0{,}38$,
unde $(\operatorname{tg}\gamma)_a = 0{,}38$ din tabelul 9.5.

•• Pentru compresiune

$$\varepsilon = \sigma_{ef}/E_{st} < \varepsilon_a; \ \varepsilon = 1{,}56/53 = 0{,}0294 < 0{,}1,$$

unde $\varepsilon_a = 0{,}1$ din tabelul 9.5 ; $E_{st} = 53$ daN/cm², din tabelul 9.1.

e) *Coeficientul de rigiditate pentru un singur element*

• La compresiune

$$k_{1c} = E_{st}\pi d^2/(4\,h_0); \ k_{1c} = 53\cdot 3{,}14\cdot 16^2/(4\cdot 5{,}4) = 1972{,}38 \text{ daN/cm}.$$

Se adoptă $k_{1c} = 2\,000$ daN/cm.

•• La forfecare

$$k_{1f} = G_{st}\pi d^2/(4\,h_0);$$

$$k_{1f} = 6{,}5\cdot 3{,}14\cdot 16^2/(4\cdot 5{,}4) = 241{,}89.$$

Se adoptă $k_{1f} = 250$ daN/cm.

Se constată că ambele valori depășesc rigiditățile prescrise.

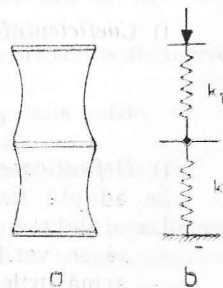


Fig. 10.20. Schema unui element antivibratil tip „sandwich" : *a* — construcție în două straturi de cauciuc ; *b* — schema echivalentă.

f) *Sistemul constructiv de element tip „sandwich"*

Se adoptă soluția constructivă din figura 10.20, pentru care avem :

$k_c = k_{1c}k_{1c}/(k_{1c} + k_{1c}) = k_{1c}/2$; $k_c = 1\,000$ daN/cm ;

$$k_f = k_{1f}/2; \ k_f = 125 \text{ daN/cm}.$$

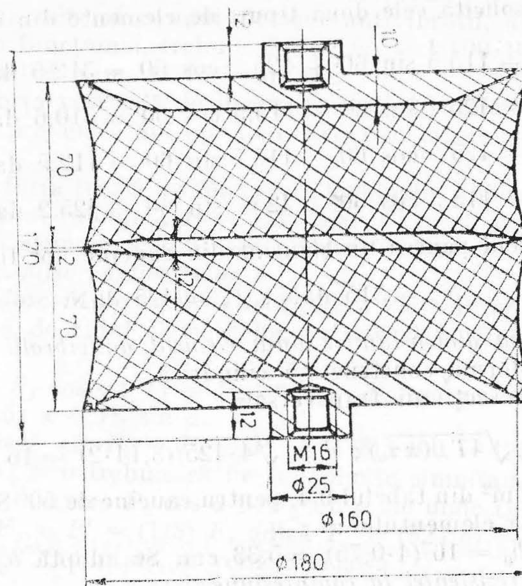


Fig. 10.21. Element antivibratil tip „sandwich".

g) *Coeficientul de rigiditate pentru elementul de tip „sandwich" în poziție de montaj*

$k'_y = k_c \cos^2 60 + k_f \sin^2 60$; $k'_y = 1\,000 \cos^2 60 + 125 \sin^2 60 = 343{,}52$ daN/cm ; $k'_x = k_c \cos^2 30 + k_f \sin^2 30$; $k'_x = 1\,000 \cos^2 30 + 125 \sin^2 30 = 781{,}25$ daN/cm.

h) *Coeficientul de rigiditate echivalent al unui singur grup de rezemare*

$$k_{y\ grup} = 4\,k'_y\,;\ k_{y\ grup} = 1\,374 \text{ daN/cm};$$

$$k_{x\ grup} = 4\,k'_x\,;\ k_{x\ grup} = 3\,125 \text{ daN/cm}.$$

i) *Coeficientul de rigiditate echivalent al întregului sistem antivibratil*

$$k_y = 2\,k_{y\ grup}\,;\ k_y = 2\,748 \cdot 10^3 \text{ N/m};$$

$$k_x = 2\,k_{x\ grup}\,;\ k_x = 6\,250 \cdot 10^3 \text{ N/m}.$$

j) *Definitivarea cotelor și a soluției constructive*

Se adoptă sistemul constructiv cu armătură intermediară (fig. 10.21). La stabilirea cotelor, se vor avea în vedere următoarele recomandări :

— să se verifice realizarea coeficientului de formă $\Phi = 0{,}75$;

— armăturile să permită prinderea elementului de piesa conjugată ;

— vulcanizarea cauciucului să se poată realiza în matrițe compacte care să nu necesite dotări speciale în procesul tehnologic.